

Sự kiện kinh nghiệm

mục tiêu. Luôn hểi hểi trong chđng trđnh sđi hểi Tođn mđc biểt lđ sđ hểi đđn tđn trđnh cđn cđc thđy cđ giđo. Tđi mđnh đđn chđn hểi tđi nđy.

Qua hểi tđi, tđi mong rđng bđn thđn mđnh sđ tđm hiđu sđu hđn vđ vđn hểi nđy, tđ phđn lođi hểi mđt sđ đđng tođn tđch phđn, nđu lđn mđt sđ phđng phđp giđi cho tđng đđng bđi tđp. Tđ hểi giđp hểi sinh cđ thđ dđ dđng hđn trong viđc tđnh tđch phđn. Qua nđi dđng nđy tđi hy vđng hểi sinh phđt huy hểi khđ nđng phđn tđch, tđng hđp, khđi quđt hođ qua cđc bđi tđp nhđ. Tđ hểi hđnh thđnh cho hểi sinh khđ nđng tđ duy sđng tđo trong hểi tđp.

II - Nhiđm vđ nghiđn cđu :

- Cđc phđng phđp tđnh tđch phđn : PP hểi biểi sđ, pp tđch phđn tđng phđn, Tđch phđn hđm sđ lđng giđc, tđch phđn hđm sđ vđ tđ...

- Kđ nđng tđnh tđch phđn đđng bđng nguyđn hđm cđ bđn mđ hểi sinh hểi hểi.

III. Sđi tđng nghiđn cđu :

- Hểi sinh lđp 12 BT.THPT

- Cđc phđng phđp tđnh tđch phđn trong chđng trđnh tođn lđp 12.

IV. Phđng phđp nghiđn cđu :

Thđm khđo tđi liđu, thu thđp tđi liđu, hểi rđt, tđng kđt kinh nghiđm, kiđm trđ kđt quđ. Dđ giđ, kiđm trđ chđt lđng hểi sinh, nghiđn cđu hđ sđ giđng đđy, hểi đđ trđ trđc tiđp thđng qua cđc giđ hểi, thđ hiđn trđn nhiđu hểi tđng hểi sinh khđc nhđu : Hểi sinh khđ, giđi vđ hểi sinh trđng bđnh vđ mđn Tođn.

V. Phđm vi nghiđn cđu :

Giđi hđn đ vđn hểi giđng đđy Nguyđn hđm - Tđch phđn trong chđng trđnh lđp 12 đ THPT.

VI. phương pháp

+ Lựa chọn các vế để tính toán phần tích để mở rộng sai lệch của hàm sinh về đồng nhất để ứng dụng tính duy nhất của hàm sinh để tính toán các phần tử của dãy.

+Thúc nghiệm số phần

Phần II : nội dung

I. cơ sở khoa học

Dựa trên nguyên tắc cơ bản, tính toán phần của con người để: “ các sai lệch của hàm sinh để tính toán phần của hàm sinh, các nguyên tắc để tính toán phần của hàm sinh.

II. nội dung cốt lõi.

Một số sai lệch của hàm sinh khi tính phần

Bộ tính toán phần

Bộ 1: Tính phần: $I = \int_{-2}^2 \frac{dx}{(x+1)^2}$

* Sai lệch tổng hợp: $I = \int_{-2}^2 \frac{dx}{(x+1)^2} = \int_{-2}^2 \frac{d(x+1)}{(x+1)^2} = -\frac{1}{x+1} \Big|_{-2}^2 = -\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$

* Nguyên nhân sai lệch:

Hàm số $y = \frac{1}{(x+1)^2}$ không xác định tại $x = -1 \in [-2; 2]$ suy ra hàm số không liên tục trên $[-2; 2]$ nên không thể dùng định lý cơ bản của giải tích để tính phần.

* Để tính phần

Hàm sè $y = \frac{1}{(x+1)^2}$ kh«ng x,c ®Þnh t¹i $x = -1 \in [-2; 2]$ suy ra hàm sè kh«ng liªn t«c trªn $[-2; 2]$ do ®ã tÝch ph©n trªn kh«ng t¦n t¹i.

* Chó ý ®èi víi h¸c sinh:

Khi tÝnh $\int_a^b f(x)dx$ cÇn chó ý xem hàm sè $y=f(x)$ c¸ liªn t«c trªn $[a; b]$ kh«ng? nÕu c¸ th× ,p dông ph¸ng ph¸p ®· h¸c ®Ó tÝnh tÝch ph©n ®· cho cßn nÕu kh«ng th× kÖt luËn ngay tÝch ph©n nµy kh«ng t¦n t¹i.

*** Mét sè bµi tËp t¸ng tù :**

TÝnh c¸c tÝch ph©n sau:

$$1/ \int_0^5 \frac{dx}{(x-4)^4}.$$

$$3/ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^4 x} dx$$

$$2/ \int_{-2}^3 x(x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} dx.$$

$$4/ \int_{-1}^1 \frac{x^3 \cdot e^x + x^2}{x^3} dx$$

Bµi 2 : TÝnh tÝch ph©n: $I = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x}$

* Sai lÇm th«ng gÆp : §Æt $t = \tan \frac{x}{2}$ th× $dx = \frac{2dt}{1+t^2}; \frac{1}{1+\sin x} = \frac{1+t^2}{(1+t)^2}$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{1 + \sin x} = \int \frac{2dt}{(1+t)^2} = \int 2(t+1)^{-2} d(t+1) = -\frac{2}{t+1} + c$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x} = \left. \frac{-2}{\tan \frac{x}{2} + 1} \right|_0^{\pi} = \frac{-2}{\tan \frac{\pi}{2} + 1} - \frac{2}{\tan 0 + 1}$$

do $\tan \frac{\pi}{2}$ kh«ng x,c ®Þnh nªn tÝch ph©n trªn kh«ng t¦n t¹i

*Nguyªn nh©n sai lÇm:

§Æt $t = \tan \frac{x}{2}$ $x \in [0; \pi]$ t¹i $x = \pi$ th× $\tan \frac{x}{2}$ kh«ng c¸ nghÜa.

*** L¸i gi¶i ®óng:**

$$I = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x} = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = \int_0^{\pi} \frac{d\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} = \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \Big|_0^{\pi} = \tan$$

$$\frac{\pi}{4} - \tan\left(\frac{-\pi}{4}\right) = 2$$

*** Chó ý ®èi víi hăc sinh:**

Sèi víi ph- ng ph, p ®æi biÖn sè khi ®Æt $t = u(x)$ th× $u(x)$ ph¶i lµ mét hµm sè liªn tôc vµ cã ®¹o hµm liªn tôc trªn $[a; b]$.

*** Mét sè bµi tËp t- ng tù:**

TÝnh c, c tÝch ph©n sau:

$$1/ \int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin x}$$

$$2/ \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos x}$$

Bµi 3: TÝnh $I = \int_0^4 \sqrt{x^2 - 6x + 9} \, dx$

*** Sai lÇm theng gÆp:**

$$I = \int_0^4 \sqrt{x^2 - 6x + 9} \, dx = \int_0^4 \sqrt{(x-3)^2} \, dx = \int_0^4 (x-3) d(x-3) = \frac{(x-3)^2}{2} \Big|_0^4 = \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -4$$

*** Nguyªn nh©n sai lÇm:**

PhÐp biÖn ®æi $\sqrt{(x-3)^2} = x-3$ víi $x \in [0; 4]$ lµ kh«ng t- ng ®- ng.

*** Lãi gi¶i ®óng:**

$$\begin{aligned} I &= \int_0^4 \sqrt{x^2 - 6x + 9} \, dx \\ &= \int_0^4 \sqrt{(x-3)^2} \, dx = \int_0^3 (x-3) d(x-3) + \int_3^4 (x-3) d(x-3) \\ &= -\frac{(x-3)^2}{2} \Big|_0^3 + \frac{(x-3)^2}{2} \Big|_3^4 = \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 5 \end{aligned}$$

*** Chó ý ®èi víi hăc sinh:**

$$\sqrt[n]{(f(x))^{2n}} = |f(x)| \quad (n \geq 1, n \in \mathbb{N})$$

$I = \int_a^b \sqrt[n]{(f(x))^{2n}} = \int_a^b f(x) dx$ ta ph ́i x ́t d ́u h ́m s ́ $f(x)$ tr ́n $[a; b]$ r ́i d ́ng t ́nh ch ́t t ́ch ph ́n t ́ch I th ́nh t ́ng c ́c ph ́n kh ́ng ch ́a d ́u gi ́ tr ́p tuy ́t ́i.

M ́t s ́ b ́i t ́p t ́ng t ́:

$$1/I = \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \sin 2x} \, dx ;$$

$$3/I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \sqrt{\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\right)} \, dx$$

$$2/I = \int_0^3 \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} \, dx$$

$$4/I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2} \, dx$$

B ́i 4: T ́nh $I = \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

* Sai l ́m th ́ng g ́p:

$$I = \int_{-1}^0 \frac{d(x+1)}{(x+1)^2 + 1} = \arctan(x+1) \Big|_{-1}^0 = \arctan 1 - \arctan 0 = \frac{\pi}{4}$$

* Nguy ́n nh ́n sai l ́m :

H ́c sinh kh ́ng h ́c kh ́i ni ́m $\arctg x$ trong s ́ch gi ́o khoa hi ́n th ́i

* L ́i gi ́i ́ng:

§ ́t : $x+1 = \tan t \Rightarrow dx = (1 + \tan^2 t) dt$

§ ́i c ́n:

x	-1	0
t	0	$\frac{\pi}{4}$

Khi ́ ẽ : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \tan^2 t) dt}{\tan t + 1} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}$

* Ch ́ y ́i v ́i h ́c sinh:

Sử dụng kiến thức kinh nghiệm

Các khái niệm arcsinx, arctgx không trình bày trong sách giáo khoa hiện tại. Học sinh cần thấy một số bài tập, bài tập trong một số sách tham khảo, và các sách này viết theo sách giáo khoa cũ (trước năm 2000). Từ năm 2000 trở lại nay do các khái niệm này không cần trong sách giáo khoa nên học sinh không cần học tập những bài này nữa. Với việc khi gặp

tích phân dạng $\int_a^b \frac{1}{1+x^2} dx$ ta dùng phép thế biến sẽ đặt $t = \tan x$ hoặc $t = \cot x$;

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \text{ thì đặt } x = \sin t \text{ hoặc } x = \cos t$$

* Một số bài tập từ:

$$1/ I = \int_4^8 \frac{\sqrt{x^2 - 16}}{x} dx$$

$$2/ I = \int_0^1 \frac{2x^3 + 2x + 3}{x^2 + 1} dx$$

$$3/ I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

Bài 5: Tính $I = \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

* Suy luận sai lầm: Đặt $x = \sin t$, $dx = \cos t dt$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int \frac{\sin^3 t}{|\cos t|} dt$$

Sẽ có:

x	0
t	1/4
	0 ?

* Nguyên nhân sai lầm:

S. ng kiÖn kinh nghiÖm

Khi gÆp tÝch ph©n cña hµm sè cã chøa $\sqrt{1-x^2}$ th× thêng ®Æt $x = \sin t$ nhng ®èi víi tÝch ph©n nµy sÏ gÆp khã kh"n khi ®æi cËn c th víi $x = \frac{1}{4}$ kh«ng t×m ®êc chÝnh x, c t = ?

*** Lôi gi¶i ®óng:**

$$\text{§Æt : } t = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow dt = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx \Rightarrow t dt = x dx$$

§æi cËn:

x	0
	1/4
t	1 $\frac{\sqrt{15}}{4}$

$$I = \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int_1^{\frac{\sqrt{15}}{4}} \frac{(1-t^2)t}{t} dt = \int_1^{\frac{\sqrt{15}}{4}} (1-t^2) dt = \left(t - \frac{t^3}{3} \right) \Big|_1^{\frac{\sqrt{15}}{4}} = \left(\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{15\sqrt{15}}{192} \right) - \frac{2}{3} = \frac{33\sqrt{15}}{192} - \frac{2}{3}$$

*** Ch ý ®èi víi hãc sinh:**

Khi gÆp tÝch ph©n cña hµm sè cã chøa $\sqrt{1-x^2}$ th× thêng ®Æt $x = \sin t$ hoÆc gÆp tÝch ph©n cña hµm sè cã chøa $1+x^2$ th× ®Æt $x = \tan t$ nhng cÇn ch ý ®n cËn cña tÝch ph©n ®ã nu cËn lµ gi¸ trÞ lîng gi¸c cña gãc ®Æc biÕt th× míi lµm ®êc theo ph¬ng ph¸p nµy cÇn nu kh«ng th× ph¶i nghiÖ ®n ph¬ng ph¸p kh¸c.

***Mét sè bµi tËp t¬ng tù:**

$$1/ \text{ tÝnh } I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx \qquad 2/ \text{ tÝnh } I =$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$$

Bµi 6: $\text{ TÝnh } I = \int_{-1}^1 \frac{x^2-1}{1+x^4} dx$

* Sai lầm thông thường $m^{3/4}c$: $I = \int_{-1}^1 \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + x^2} dx = \int_{-1}^1 \frac{\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2} dx$

Đặt $t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow dt = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$

Sau đó:

x	-1	1
t	-2	2

$$I = \int_{-2}^2 \frac{dt}{t^2 - 2} = \int_{-2}^2 \left(\frac{1}{t + \sqrt{2}} - \frac{1}{t - \sqrt{2}} \right) dt = (\ln|t + \sqrt{2}| - \ln|t - \sqrt{2}|) \Big|_{-2}^2 = \ln \left| \frac{t + \sqrt{2}}{t - \sqrt{2}} \right| \Big|_{-2}^2$$

$$= \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \ln \left| \frac{-2 + \sqrt{2}}{-2 - \sqrt{2}} \right| = 2 \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

* Nguyên nhân sai lầm: $\frac{x^2 - 1}{1 + x^4} = \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + x^2}$ làm sai vñ trong $[-1; 1]$ chứa x

= 0 nên không thể chia cả tử và mẫu cho $x = 0$ được

* Lưu ý đúng:

Đặt hàm số $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1}$

$$F'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1} \right)' = \frac{x^2 - 1}{x^4 + 1}$$

Do vậy $I = \int_{-1}^1 \frac{x^2 - 1}{1 + x^4} dx = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$

*Chú ý về việc sinh: Khi tính tích phân cần chia cả tử và mẫu của hàm số cho x cần chú ý rằng trong miền lấy tích phân phải không chứa điểm $x = 0$.

III. Hiểu quả của sự ứng dụng kinh nghiệm:

1/Kết quả thực tiễn:

Sự ng kiỐn kinh nghiỐm

Ban @Çu hăc sinh gÆp khă kh"n nhÊt @Đnh trong viỐc gi¶i nh÷ng d"ng tÝch ph©n nh @· nău. Tuy nhiªn gi, o viªn cÇn hớng đén hăc sinh tØ mØ c, ch ph©n tÝch mét bụi to, n tÝch ph©n tũ hũm sè dúi dEu tÝch ph©n, cỄn cĩa tÝch ph©n @Ó lủa chãn ph- ñng ph, p phĩ híp trªn c- sè gi, o viªn @a ra nh÷ng sai lặm mụ hăc sinh thêng m³/4c ph¶i trong qu, tr×nh suy luỄn, trong c, c bíc tÝnh tÝch ph©n nuy rải tũ @ã hớng c, c em @i @Ốn lêi gi¶i @óng.

Sau khi hớng đén hăc sinh nh trªn vµ yău cÇu hăc sinh gi¶i mét sè bụi tỄp tÝch ph©n trong s, ch gi, o khoa Gi¶i TÝch Líp 12 vµ mét sè bụi trong c, c @Ò thi tuyỐn sinh vµo @¹i hăc, cao @¹/4ng vµ trung hăc chuyªn nghiỐp cĩa c, c n"m tríc th× c, c em @· thỄn trắng trong khi t×m vµ tr×nh bũy lêi gi¶i vµ @· gi¶i @íc mét lĩng lín bụi tỄp @ã.

2/KỐt qu¶ thùc nghiỐm:

Sự ng kiỐn @íc , p đông trong n"m hăc 2009-2010. Bụi kiỐm tra trªn hai @èi tĩng líp 12A(49 hăc sinh) kh«ng , p đông s, ng kiỐn vµo 12B(47 hăc sinh) , p đông s, ng kiỐn nh sau:

XỐp lo ¹ i Đèi tĩng	giái	kh,	Tb	YỐu
12A	50%	40%	10%	0%
12B	0%	0%	40%	60%

Sau khi thùc hiỄn s, ng kiỐn hăc sinh hăc tỄp rỄt tÝch cùc vµ hợng thó @Æc biỐt lụ khi gi¶i bụi to, n tÝch ph©n c, c em tÝnh tÝch ph©n rỄt thỄn trắng vµ hiỚu b¶n chÊt cĩa vÊn @Ò chø kh«ng tÝnh rỄp khu«n mét c, ch m, y mắ nh tríc, @ã lụ viỐc

thÓ hiỐn viỐc phựt huy tÝnh tÝch cùc, chñ ®éng, sự ng t¹o cñ hãc sinh.

phÇn III : kỐt luËn - kiỐn nghÞ

I. kỐt luËn:

Nghiªn cøu, ph©n tÝch mét sè sai lÇm cñ hãc sinh khi tÝnh tÝch ph©n cã ý nghÜa rÊt lín trong quự tr×nh d¹y hãc v× khi p dōng sự ng kiỐn nựy sỉ gióp hãc sinh nh×n thÊy ®íc nh÷ng ®iỐm yỐu vµ nh÷ng hiỐu biỐt cha thÊt thÊu ®o cñ m×nh vÒ vÊn ®Ò nựy tō ®ã phựt huy ề hãc sinh t duy ®éc lÊp, nñng lùc suy nghÜ tÝch cùc chñ ®éng cñg cè trau rãi thªm kiỐn thøc vÒ tÝnh tÝch ph©n tō ®ã lµm chñ ®íc kiỐn thøc, ®t ®íc kỐt qu¶ cao trong quự tr×nh hãc tÊp vµ c, c kú thi tuyỐn sinh vµo c, c trēng ®t hãc, cao ®¼ng , THCN

II . KiỐn nghÞ:

HiỐn nay Trung T©m GDTX Yªn phong ® cã mét sè s, ch tham kh¶o tuy nghiªn cha cã mét s, ch tham kh¶o nµo viỐt vÒ sai lÇm cñ hãc sinh khi gi¶i to, n. V× vÊy Trung T©m cÇn quan t©m hñn n÷a vÒ viỐc trang bÞ thªm s, ch tham kh¶o lo¹i nựy ®Ó hãc sinh ®íc t×m tßi vÒ nh÷ng sai lÇm thēng m¾c khi gi¶i to, n ®Ó c, c em cã thÓ tr, nh ®íc nh÷ng sai lÇm ®ã trong khi lµm bµi tÊp .

tại liÖu tham kh¶o

1. Híng dÉn «n tÊp m«n To,n líp 12 (Ph¹m VŰnh Phóc- Chñ biªn - NXB Gi,o dñc ViÖt Nam - 2009)
2. Ph¬ng ph,p gi¶i to,n TÝch ph©n vµ Gi¶i tÝch tæ hìp (NguyÔn Cam - NXB TrÞ)
3. Ph¬ng ph,p gi¶i to,n TÝch ph©n (TrÇn §øc Huyªn - TrÇn ChÝ Trung - NXB Gi,o Dñc)
4. S,ch gi,o khoa Gi¶i tÝch 12 (TrÇn V¨n H¹o - Tæng Chñ biªn - NXB GD - 2008)
5. Ph¬ng ph,p gi¶i to,n TÝch ph©n (Lª Hång §øc - Lª BÝch Ngãc - NXB Hµ Núi - 2005)
6. Sai lÇm thêng gÆp vµ c,c s,ng t¹o khi gi¶i to,n (TrÇn Ph¬ng vµ NguyÔn §øc TÊn - NXB Hµ Núi - 2004)

môc lôc

trang

phÇn I : më ®Çu	1
I. §Æt vÊn ®Ò	1
II. Ph¬ng ph,p nghiªn cøu	1
phÇn II : Néi dung	2
I. C¬ së khoa hãc	2
II. Néi dung cô thÓ	2
III. HiÖu qu¶ cña s,ng kiÖn	8
phÇn III: KÖt luËn - kiÖn nghÞ	9

