

SẢN PHẨM ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK1 LỚP 12

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1 – LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

(Đề gồm có ... trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ BÀI

DẠNG THỨC 1.

Câu 1. [TD1.2-MĐ1](cho BBT, hỏi khoảng đb,nb) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	−	0	+	0	−		
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 2. [TD1.2-MĐ1](cho BBT, hỏi GTLN, GTNN) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-5; 7]$ như hình vẽ bên

x	$-\infty$	-5	1	7	$+\infty$
$f'(x)$			$-$	0	$+$
$f(x)$		6	$\searrow$	2	$\nearrow$
				9	

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[-5; 7]$.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $M = 7, m = -5$. B. $M = 6, m = 2$. C. $M = 9, m = 2$. D. $M = 9, m = 0$.

Câu 3. [TD1.3-MĐ2](Tìm min, max của hàm phân thức trên đoạn cho trước) Gọi M, m theo thứ tự lần

lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tính $P = M + m$.

- A. $P = 1$. B. $P = -3$. C. $P = \frac{-13}{3}$. D. $P = -5$.

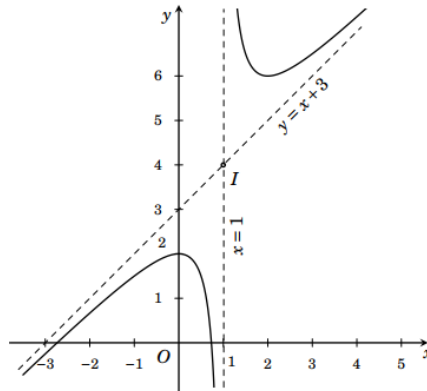
Câu 4. [TD1.2-MĐ1](Tìm TCD, TCN của hàm nhất biến) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 3}{4 - x}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -2$. B. $x = -4$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 5. [GQ1.4-MĐ2](cho TCN, TCD, chọn đồ thị) Đồ thị hàm số nào sau đây có phương trình đường tiệm cận đứng là $x = 3$?

- A. $y = \frac{2x+3}{x-1}$. B. $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+3}$. C. $y = \frac{2024}{x-3}$. D. $y = \frac{2x}{x^2+4}$.

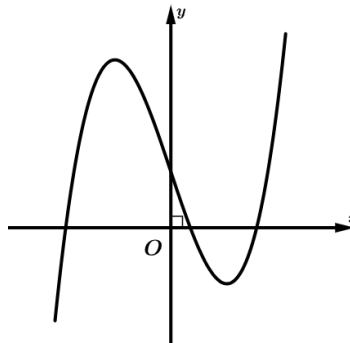
Câu 6. [GQ1.2-MĐ2](cho đồ thị hàm b2/b1, chọn hàm số) Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ với $a \neq 0$, $m \neq 0$ như hình bên



Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$. B. $y = \frac{-x^2+x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{-x^2-3x+4}{x-1}$. D. $y = \frac{x^2+x-1}{x+1}$.

Câu 7. [TD1.2-MĐ1](cho đồ thị hàm bậc 3, chọn hàm số) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?



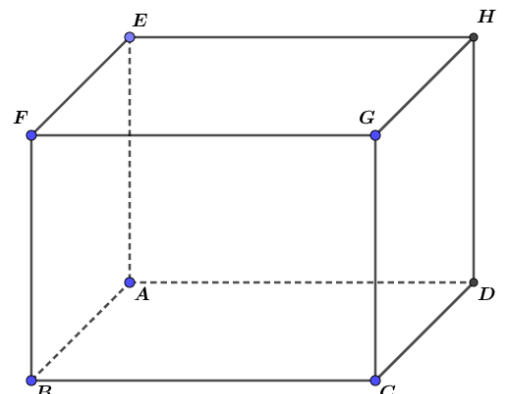
- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C.

$$y = \frac{x^2+1}{x}$$

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 8. [TD1.2-MĐ1](véc tơ và các phép toán trong không gian chưa có tọa độ) Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ như hình bên

Véc tơ tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$ bằng véc tơ nào dưới đây?



- A. $\overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{CE}$.
C. $\overrightarrow{CH}$. D. $\overrightarrow{CF}$.

Câu 9. [TD1.1-MĐ1](tọa độ của véctơ) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-1;-1;-3)$. B. $(3;1;1)$. C. $(1;1;3)$. D. $(3;3;-1)$.

Câu 10. [TD1.1-MĐ1](biểu thức tọa độ của các phép toán véctơ) Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $a=(1;2;3)$ và $b=(2;2;-1)$. Tọa độ của véctơ $\vec{d}=a+2b$ là

- A. $\vec{d}=(5;6;1)$. B. $\vec{d}=(6;5;1)$. C. $\vec{d}=(5;6;3)$. D. $\vec{d}=(5;6;-4)$.

Câu 11. [TD1.1-MĐ1](Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm) Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

- A. $R=5$. B. $R=24$. C. $R=25$. D. $R=10$.

Câu 12. [TD1.2-MĐ2](Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm) Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được thống kê ở bảng sau:

Thời gian	[10,5;12,5)	[12,5;14,5)	[14,5;16,5)	[16,5;18,5)	[18,5;20,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phương sai của mẫu số liệu trên là:

- A. $s^2 \approx 4,87$. B. $s^2 \approx 2,87$. C. $s^2 \approx 1,87$. D. $s^2 \approx 3,87$.

DẠNG THỨC 2.

Câu 1. [GQ2.1-MĐ1.1.2.2](cho hàm b3, hỏi quy trình khảo sát hàm số) Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+15$.

- a) Tập xác định là $\mathbb{R}$.
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y'=3x^2+6x+9$.
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
d) Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 2. [GQ2.1-MĐ2.2.3.2](cho hàm phân thức, hỏi quy trình khảo sát và vẽ đồ thị) Cho hàm số

$$y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1} .$$

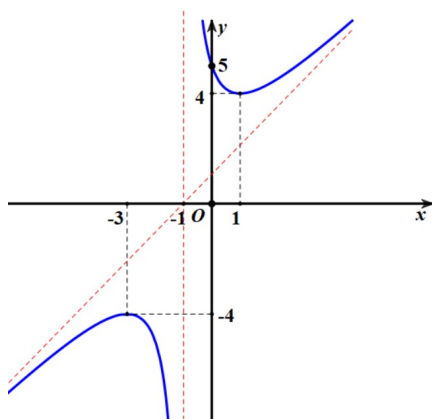
$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$$

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$.

c) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $y = x - 2$.

d) Đồ thị của hàm số có hình vẽ như sau



Câu 3. [GQ2.1-MĐ2.2.2](Quy trình tính toán biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ) Trong không

gian $Oxyz$, cho $\vec{x} = (4; 0; -3)$ và $\vec{y} = (1; -2; -5)$.

a) $3\vec{x} = (12; 0; -9)$ và $2\vec{y} = (2; 4; -10)$

b) $3\vec{x} - 2\vec{y} = (10; 4; 19)$ và $3\vec{x} + 2\vec{y} = (14; -4; -19)$

c) $\vec{x}(3\vec{x} + 2\vec{y}) = 151$

d) $(3\vec{x} - 2\vec{y})(3\vec{x} + 2\vec{y}) = 105$

Câu 4. [GQ2.1-MĐ2](Quy trình tính tứ phân vị) Bảng sau thống kê tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau.

Lượng mưa (mm)	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)
Số năm	3	7	7	3

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho bằng 400 mm.

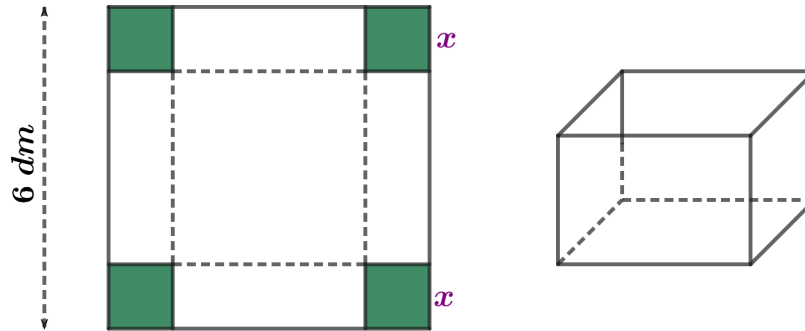
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu đã cho bằng $\frac{1880}{7}$.

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu đã cho bằng $\frac{2880}{7}$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng $\frac{1000}{7}$.

DẠNG THỨC 3.

Câu 1. [MH2.1-MĐ3](min, max trong hình học) Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 6 dm . Ông X cắt bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài bằng $x(\text{dm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình bên dưới để được một cái hộp có dạng khối hộp chữ nhật không có nắp.



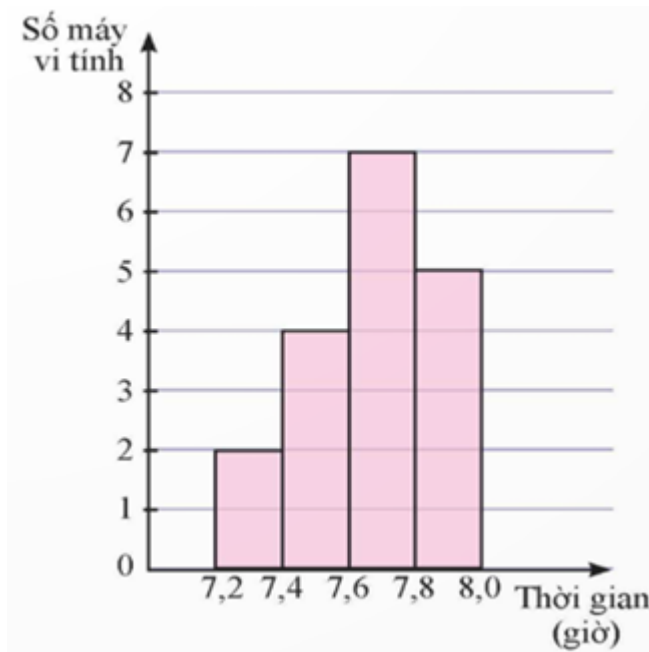
Tìm x để thể tích của khối hộp chữ nhật lớn nhất.

Câu 2. [MH2.1-MĐ3](min, max trong hình học) Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500 cm^3 với yêu cầu dùng ít vật liệu nhất. Chiều cao hộp phải là 4 cm , các kích thước khác là x, y với $x > 0$ và $y > 0$. Biết rằng dùng ít nhất vật liệu khi kích thước của hộp là $x = a, y = b$. Giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. [MH2.1-MĐ3](min, max trong kinh tế) Một cửa hàng bán quả vải thiều của Bắc Giang với giá bán là $40\,000$ đồng/kg. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 30 kg . Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm $4\,000$ đồng/kg thì số vải thiều bán được tăng thêm là 40 kg . Xác định giá bán (nghìn đồng/kg) để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu là $25\,000$ đồng/kg.

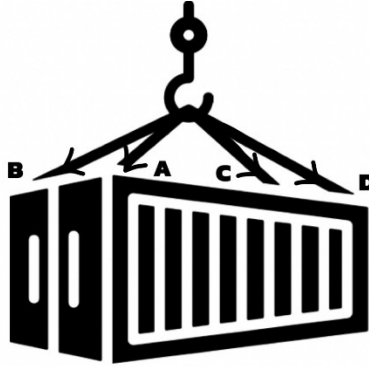
Câu 4. [MH2.1-MĐ3](min, max trong kinh tế) Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất $x\text{ (m}^3\text{)}$ sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi bao gồm: 4 triệu đồng chi phí cố định; $0,2$ triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0,001x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa 100 m^3 sản phẩm. Gọi $\bar{C}$ là chi phí trung bình trên mỗi mét khối sản phẩm. Tìm giá trị thấp nhất của $\bar{C}$. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. [G.Q2.1-MĐ3](phương sai, độ lệch chuẩn) Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Xác định phương sai của thời gian sử dụng pin (làm tròn đến hàng trăm).

Câu 6. [G.Q2.1-MĐ2](véc tơ trong không gian) Một thùng hàng hình hộp chữ nhật được cầu song song với mặt phẳng nằm ngang bởi bốn sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên móc cần cầu lần lượt buộc vào 4 điểm A, B, C, D trên thùng hàng. Biết rằng tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AD = 3,2m, AB = 2,4m$ (như hình bên)



Độ dài của bốn đoạn dây OA, OB, OC, OD đều bằng L . Khối lượng của thùng hàng là $1,6$ tấn. Khi thùng hàng đứng yên, gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm với biến số L . Lấy gia tốc trọng trường là $10m/s^2$. Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $8000N$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

DẠNG THỨC 1.

Câu 1. [TD1.2-MĐ1](cho BBT, hỏi khoảng db,nb) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Lời giải

Vậy Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 2. [TD1.2-MĐ1](cho BBT, hỏi GTLN, GTNN) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-5; 7]$ như hình vẽ bên

x	$-\infty$	-5	1	7	$+\infty$	
$f'(x)$			$-$	0	$+$	
$f(x)$		6	$\searrow$	2	$\nearrow$	9

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[-5; 7]$.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $M = 7, m = -5$. B. $M = 6, m = 2$. C. $M = 9, m = 2$. D. $M = 9, m = 0$.

Lời giải

Vậy $M = 9, m = 2$.

Câu 3. [TD1.3-MĐ2](Tìm min, max của hàm phân thức trên đoạn cho trước) Gọi M, m theo thứ tự lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tính $P = M + m$.

- A. $P = 1$. B. $P = -3$. C. $P = \frac{-13}{3}$. D. $P = -5$.

Lời giải

$$y' = \frac{2x(x-1) - (x^2+3)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$

Ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 0] \\ x = 3 \notin [-2; 0] \end{cases}$$

Ta được

Suy ra $y(-2) = \frac{-7}{3}$; $y(-1) = -2$; $y(0) = -3$.

$$M = -2; \quad m = -3 \quad \Rightarrow P = M + m = -5$$

Câu 4. [TD1.2-MĐ1](Tìm TCD, TCN của hàm nhất biến) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{4-x}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -2$. B. $x = -4$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x+3}{4-x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2x+3}{4-x} = -\infty$.

Vậy $x = 4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

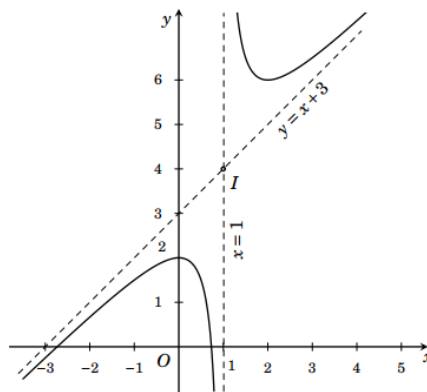
Câu 5. [GQ1.4-MĐ2](cho TCN, TCD, chọn đồ thị) Đồ thị hàm số nào sau đây có phương trình đường tiệm cận đứng là $x = 3$?

A. $y = \frac{2x+3}{x-1}$. B. $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+3}$. C. $y = \frac{2024}{x-3}$. D. $y = \frac{2x}{x^2+4}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{2024}{x-3}$ có một tiệm cận đứng $x = 3$ và một tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 6. [GQ1.2-MĐ2](cho đồ thị hàm b2/b1, chọn hàm số) Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ với $a \neq 0$, $m \neq 0$ như hình bên



Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số nào sau đây?

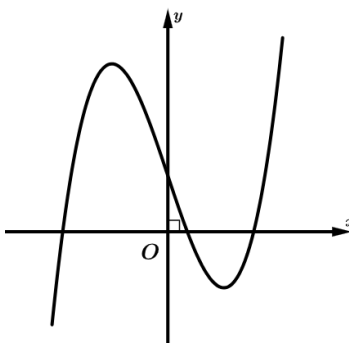
- A. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. B. $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$. C. $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$.

Lời giải

Vì TCD $x = 1$, loại $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$ và $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$.

Vì TCX $y = x + 3$ nên a, m cùng dấu, loại $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 1}$.

Câu 7. [TD1.2-MĐ1](cho đồ thị hàm bậc 3, chọn hàm số) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

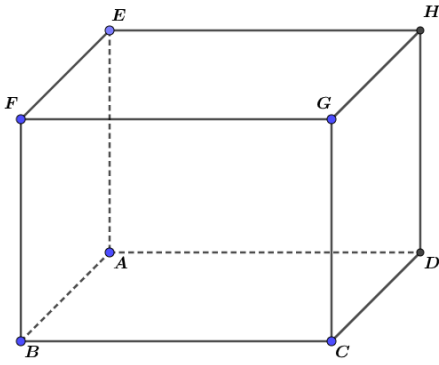


- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn $y = x^3 - 3x + 1$.

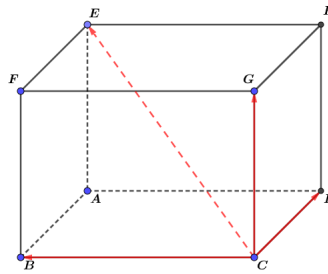
Câu 8. [TD1.2-MĐ1](véc tơ và các phép toán trong không gian chưa có tọa độ) Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ như hình bên



Véc tơ tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$ bằng véc tơ nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{CE}$. C. $\overrightarrow{CH}$. D. $\overrightarrow{CF}$.

Lời giải



Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CE}$.

Câu 9. [TD1.1-MĐ1](tọa độ của véc tơ) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-1;-1;-3)$. B. $(3;1;1)$. C. $(1;1;3)$. D. $(3;3;-1)$.

Lời giải

Vậy $\overrightarrow{AB} = (1;1;3)$.

Câu 10. [TD1.1-MĐ1](biểu thức tọa độ của các phép toán véc tơ) Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $a = (1;2;3)$ và $b = (2;2;-1)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{d} = a + 2b$ là

- A. $\vec{d} = (5;6;1)$. B. $\vec{d} = (6;5;1)$. C. $\vec{d} = (5;6;3)$. D. $\vec{d} = (5;6;-4)$.

Lời giải

Vậy $\vec{d} = a + 2b = (5;6;1)$.

Câu 11. [TD1.1-MĐ1](Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm) Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

- A. $R = 5$. B. $R = 24$. C. $R = 25$. D. $R = 10$.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 175 - 150 = 25$ (g).

Câu 12. [TD1.2-MĐ2](Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm) Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được thống kê ở bảng sau:

Thời gian	$[10,5;12,5)$	$[12,5;14,5)$	$[14,5;16,5)$	$[16,5;18,5)$	$[18,5;20,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phương sai của mẫu số liệu trên là:

- A. $s^2 \approx 4,87$. B. $s^2 \approx 2,87$. C. $s^2 \approx 1,87$. D. $s^2 \approx 3,87$.

Lời giải

Thời gian		$[12,5;14,5)$	$[14,5;16,5)$	$[16,5;18,5)$	$[18,5;20,5)$	
Giá trị đại	11,5	13,5	15,5	17,5	19,5	
Số học sinh	3	12	15	24	2	$n = 56$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu thị số phút truy cập internet mỗi buổi tối của một

số học sinh là
$$\bar{x} = \frac{3.11,5 + 12.13,5 + 15.15,5 + 24.17,5 + 2.19,5}{56} \approx 15,86$$
 (phút)

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu thị số phút truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh là:

$$s^2 = \frac{1}{56} \left[3.(11,5 - 15,86)^2 + 12.(13,5 - 15,86)^2 + 15.(15,5 - 15,86)^2 + 24.(17,5 - 15,86)^2 + 2.(19,5 - 15,86)^2 \right] \approx 3,87$$

DẠNG THỨC 2.

Câu 1. [GQ2.1-MĐ1.1.2.2](cho hàm số bậc ba, hỏi quy trình khảo sát hàm số) Cho hàm số

$$y = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$$

- a) Tập xác định là $\mathbb{R}$.
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 + 6x + 9$.
 c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Lời giải

Câu 1	a)	b)	c)	d)
	Đ	S	Đ	S

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x - 9$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x - 9$. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
			42				$+\infty$
y							
	$-\infty$				10		

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$.

Câu 2. [GQ2.1-MĐ2.2.3.2](cho hàm phân thức, hỏi quy trình khảo sát và vẽ đồ thị) Cho hàm số

$$y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$$

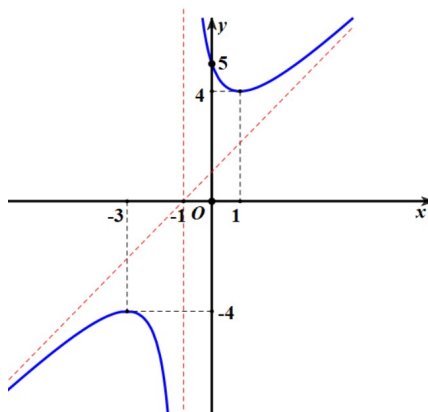
$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$$

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$.

c) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $y = x - 2$.

d) Đồ thị của hàm số có hình vẽ như sau



Lời giải

Câu 2	a)	b)	c)	d)
	Đ	S	S	Đ

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{(x^2 + 2x + 5)'(x + 1) - (x + 1)'(x^2 + 2x + 5)}{(x + 1)^2} = \frac{(2x + 2)(x + 1) - (x^2 + 2x + 5)}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$$

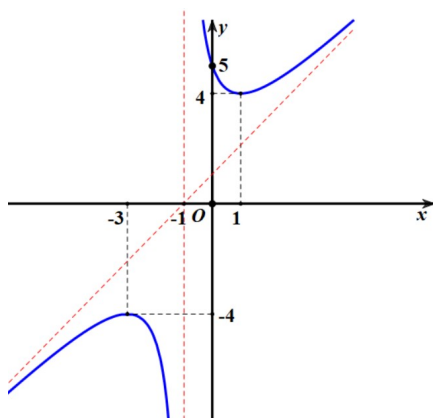
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực trị: $A(1; 4)$, $B(-3; -4)$. Gọi phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị có dạng

$y = ax + b$. Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + b = 4 \\ -3a + b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng AB là $y = 2x + 2$.

Vì $y = x + 1 + \frac{4}{x + 1}$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y - (x + 1)) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4}{x + 1} = 0$ nên $y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên.



Câu 3. [GQ2.1-MĐ2.2.2.2](Quy trình tính toán biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{x} = (4; 0; -3)$ và $\vec{y} = (1; -2; -5)$.

a) $3\vec{x} = (12; 0; -9)$ và $2\vec{y} = (2; -4; -10)$

b) $3\vec{x} - 2\vec{y} = (10; 4; 19)$ và $3\vec{x} + 2\vec{y} = (14; -4; -19)$

c) $\vec{x} \cdot (3\vec{x} + 2\vec{y}) = 151$

d) $(3\vec{x} - 2\vec{y}) \cdot (3\vec{x} + 2\vec{y}) = 105$

Lời giải

Câu 3	a)	b)	c)	d)
	S	S	Đ	Đ

Ta có $3\vec{x} = (12; 0; -9)$ và $2\vec{y} = (2; -4; -10)$

Suy ra $3x - 2y = (10; 4; 1)$ và $3x + 2y = (14; -4; -19)$.

Vậy $x(3x + 2y) = 151$ và $(3x - 2y)(3x + 2y) = 105$.

Câu 4. [GQ2.1-MĐ2](Quy trình tính tứ phân vị) Bảng sau thống kê tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau.

Lượng mưa (mm)	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)
Số năm	3	7	7	3

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho bằng 400 mm.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu đã cho bằng $\frac{1880}{7}$.

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu đã cho bằng $\frac{2880}{7}$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng $\frac{1000}{7}$.

Lời giải

Câu 4	a)	b)	c)	d)
	Đ	Đ	S	Đ

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là

$$R = u_{k+1} - u_1 = 540 - 140 = 400 \text{ mm.}$$

Lượng mưa (mm)	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)
Số năm	3	7	7	3
Tần số tích lũy	3	10	17	20
	x_1, x_2, x_3	$x_4, \dots, x_{10}$	$x_{11}, \dots, x_{17}$	x_{18}, x_{19}, x_{20}

Vì mẫu số liệu có 20 giá trị theo thứ tự $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{20}$ nên

$$Q_1 = \frac{x_5 + x_6}{2}; Q_2 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2}; Q_3 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2}.$$

Suy ra $Q_1 \in [240; 340)$, $Q_2 \in [240; 340) \cup [340; 440)$, $Q_3 \in [340; 440)$.

Nhận thấy $Q_2 = 340$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu đã cho là

$$Q_1 = u_{L.NCTPC} + \frac{\frac{n}{4} - C_{TL.NT}}{n_{NCTPV}} \cdot h = 240 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{7} \cdot 100 = \frac{1880}{7}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu đã cho là

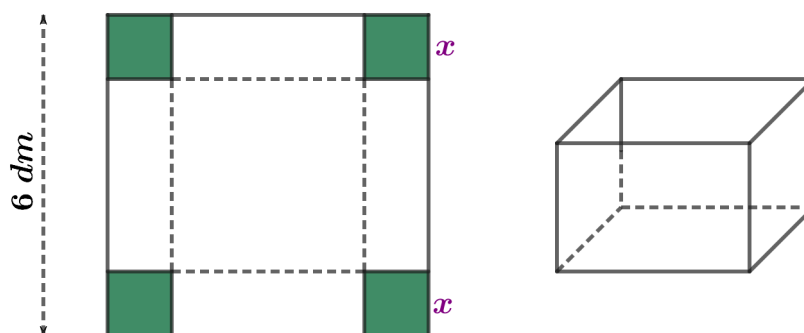
$$Q_3 = u_{L.NCTPC} + \frac{\frac{3n}{4} - C_{TL.NT}}{n_{NCTPV}} \cdot h = 340 + \frac{0,75 \cdot 20 - 10}{7} \cdot 100 = \frac{2880}{7}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{1000}{7}$$

DẠNG THỨC 3.

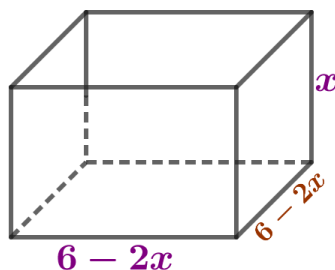
Câu 1. [MH2.1-MĐ3](min, max trong hình học) Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 6 dm. Ông X cắt bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài bằng x (dm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình bên dưới để được một cái hộp có dạng khối hộp chữ nhật không có nắp.



Tìm x để thể tích của khối hộp chữ nhật lớn nhất.

Lời giải

Trả lời: 1.



Ta thấy độ dài x (dm) của cạnh hình vuông bị cắt thỏa $0 < x < 3$.

Ta có $V' = (6 - 2x)^2 - 4x(6 - 2x) = 12x^2 - 48x + 36$

Cho $V' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

x	0	1	3
V'	+	0	-
V	0	16	0

Vậy $\max V = 16$ khi $x = 1$.

Câu 2. [MH2.1-MD3](min, max trong hình học) Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500 cm^3 với yêu cầu dùng ít vật liệu nhất. Chiều cao hộp phải là 4 cm, các kích thước khác là x, y với $x > 0$ và $y > 0$. Biết rằng dùng ít nhất vật liệu khi kích thước của hộp là $x = a, y = b$. Giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 250

Vì thể tích của khối hộp chữ nhật bằng 500 nên $4xy = 500$, suy ra $y = \frac{125}{x}$ (1).

Diện tích toàn phần của hộp là $S_p = 2(4x + xy + 4y) = 8x + 2y(x + 4)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $S_p = 8x + \frac{250}{x}(x + 4) = 8x + 250 + \frac{1000}{x}$.

Đặt $f(x) = 8x + 250 + \frac{1000}{x}$, hàm số f liên tục và xác định trên khoảng $(0; +\infty)$.

Đạo hàm $f'(x) = 8 - \frac{1000}{x^2} = \frac{8x^2 - 1000}{x^2}$ có nghiệm $x = -5\sqrt{5} \notin (0; +\infty)$, $x = 5\sqrt{5} \in (0; +\infty)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-5\sqrt{5}$	0	$5\sqrt{5}$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	71.1145618000169	$+\infty$	428.885438199984	$+\infty$	

Do đó để dùng ít nhất vật liệu thì kích thước là $x = 5\sqrt{5}$ và $y = 5\sqrt{5}$.

Vậy $P = a^2 + b^2 = 250$.

Câu 3. [MH2.1-MD3](min, max trong kinh tế) Một cửa hàng bán quả vải thiều của Bắc Giang với giá bán là 40 000 đồng/kg. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 30 kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4 000 đồng/kg thì số vải thiều bán được tăng thêm là 40 kg. Xác định giá bán (nghìn đồng/kg) để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu là 25 000 đồng/kg.

Lời giải

Trả lời: 34.

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi kg vải thiều (x : đồng; $25\,000 \leq x \leq 40\,000$).

Vì thông thường các quy luật kinh tế là tỉ lệ thuận nên:

nếu cửa hàng cứ giảm mỗi kg $4\,000$ đồng thì số vải thiều bán được tăng thêm là 40kg .

Ta được tỉ lệ là $\frac{40}{4\,000} = \frac{1}{100}$.

Khi giá giảm $40\,000 - x$, Số kilôgam vải thiều bán được tăng thêm là $\frac{1}{100}(40\,000 - x)$.

Số kilôgam vải thiều bán được là $30 + \frac{1}{100}(40\,000 - x) = -\frac{1}{100}x + 430$

Lợi nhuận: $F(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 430\right)(x - 25\,000) = -\frac{1}{100}x^2 + 680x - 10\,750\,000$ (đơn vị là đồng).

Đạo hàm $F'(x) = -\frac{1}{50}x + 680$ có nghiệm $x = 34\,000$

$F(25\,000) = 0$; $F(34\,000) = 810\,000$; $F(40\,000) = 450\,000$.

Vậy $F(x)$ đạt GTLN tại $x = 34\,000$.

Vậy để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất thì giá bán thực tế là 34 nghìn đồng/kg.

Câu 4. **[MH2.1-MĐ3](min, max trong kinh tế)** Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi bao gồm: 4 triệu đồng chi phí cố định; $0,2$ triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0,001x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa 100 m^3 sản phẩm. Gọi $\bar{C}$ là chi phí trung bình trên mỗi mét khối sản phẩm. Tìm giá trị thấp nhất của $\bar{C}$ (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải**Trả lời: 0,33.**

Vì trong một ngày xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi bao gồm: 4 triệu đồng chi phí cố định; $0,2$ triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0,001x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc nên

Chi phí trung bình trên mỗi mét khối (m^3) sản phẩm là $\bar{C} = \frac{4}{x} + 0,2 + 0,001x$ (triệu đồng) $0 < x \leq 100$.

Tập khảo sát $D = (0; 100]$.

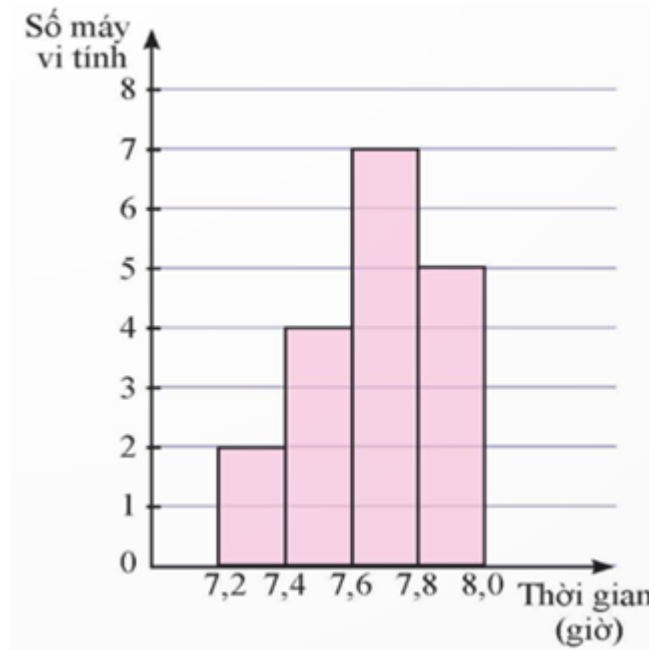
Đạo hàm $\bar{C} = \frac{-4}{x^2} + 0,001 = \frac{-4 + 0,001x^2}{x^2}$ có nghiệm $x = -20\sqrt{10} \notin D$, $x = 20\sqrt{10} \in D$.

Bảng biến thiên

x	0	$20\sqrt{10}$	100
$\bar{C}'$		- 0 +	
$\bar{C}$	$+\infty$	$\frac{5 + \sqrt{10}}{25}$	$\frac{17}{50}$

Vậy chi phí trung bình thấp nhất $0,33$ khi $x \approx 63$.

Câu 5. **[G.Q2.1-MĐ3](phương sai, độ lệch chuẩn)** Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Xác định phương sai của thời gian sử dụng pin (làm tròn đến hàng trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,03.

Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:

Thời gian (giờ)	$[7,2; 7,4)$	$[7,4; 7,6)$	$[7,6; 7,8)$	$[7,8; 8,0)$
Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy vi tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$.

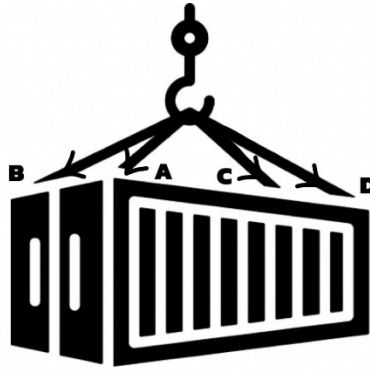
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 7,3 + 4 \cdot 7,5 + 7 \cdot 7,7 + 5 \cdot 7,9}{18} = \frac{23}{3}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{18} \left[2 \cdot \left(7,3 - \frac{23}{3} \right)^2 + 4 \cdot \left(7,5 - \frac{23}{3} \right)^2 + 7 \cdot \left(7,7 - \frac{23}{3} \right)^2 + 5 \cdot \left(7,9 - \frac{23}{3} \right)^2 \right] \approx 0,03.$$

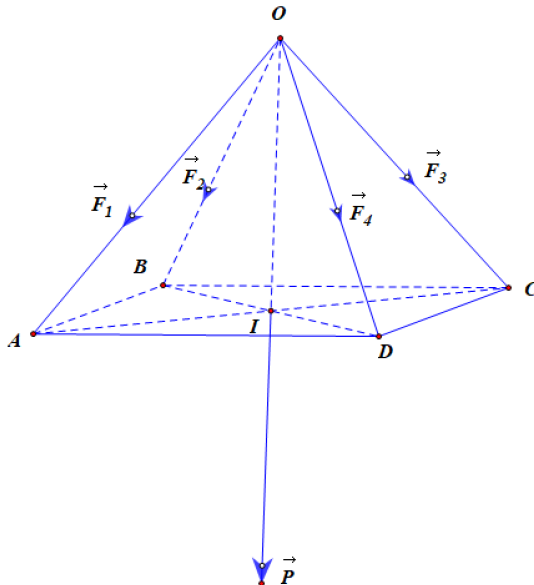
Câu 6. [M.H2.1-MĐ3](véc tơ trong không gian) Một thùng hàng hình hộp chữ nhật được cầu song song với mặt phẳng nằm ngang bởi bốn sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên móc cần cầu lần lượt buộc vào 4 điểm A, B, C, D trên thùng hàng. Biết rằng tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AD = 3,2m, AB = 2,4m$ (như hình bên)



Độ dài của bốn đoạn dây OA, OB, OC, OD đều bằng L . Khối lượng của thùng hàng là $1,6$ tấn. Khi thùng hàng đứng yên, gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm với biến số L . Lấy gia tốc trọng trường là $10m/s^2$. Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $8000N$.

Lời giải

Trả lời: 2,3.



Gọi I là tâm của hình chữ nhật $ABCD$, suy ra I là giao điểm của AC và BD .

Do độ dài các đoạn dây OA, OB, OC, OD bằng L và tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên :

$$OI \perp (ABCD), \quad IA = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2, \quad OI = \sqrt{L^2 - (2)^2} = \sqrt{L^2 - 4}, L > 2.$$

Do $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4| = F$ nên tồn tại hằng số $m (m > 0)$ sao cho:

$$\vec{F}_1 = m\vec{OA}, \vec{F}_2 = m\vec{OB}, \vec{F}_3 = m\vec{OC}, \vec{F}_4 = m\vec{OD}$$

Suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = m(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}) = 4m\vec{OI}$

Mặt khác, do thùng hàng đứng yên nên:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{P}, \text{ với } \vec{P} \text{ là trọng lực tác dụng vào thùng hàng.}$$

Do thùng hàng có khối lượng là $1600kg$ nên có trọng lượng là $16000N$.

Suy ra $|\vec{P}| = 16000 \Rightarrow |4m\vec{OI}| = 16000 \Rightarrow mOI = 4000 \Rightarrow m = \frac{4000}{\sqrt{L^2 - 4}}$

$$\Rightarrow F = |\vec{F}_1| = mOA = mL = \frac{4000L}{\sqrt{L^2 - 4}}. \text{ Vậy } F = \frac{4000L}{\sqrt{L^2 - 4}}, L > 2$$

Mỗi sợi dây chịu được lực căng tối đa là $8000N$, suy ra

$$F \leq 8000 \Leftrightarrow \frac{4000L}{\sqrt{L^2 - 4}} \leq 8000 \Leftrightarrow L \leq 2\sqrt{L^2 - 4} \Leftrightarrow 3L^2 \geq 16 \Leftrightarrow L \geq 2,3m$$

Vậy mỗi sợi dây dài tối thiểu là $2,3m$.

ĐÁP ÁN

DẠNG THỨC I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	D	C	C	A	D	B	C	A	C	D

DẠNG THỨC II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.

✧ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
-------	-------	-------	-------

a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) Đ	c) S
d) S	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được ^{0,5} Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1	250	34	0,03	1005	2,3