**DỰ ĐOÁN SỐ HẠNG TỔNG QUÁT VÀ CHỨNG MINH BẰNG QUY NẠP**

1. Cho dãy số xác định bởi.Tìm công thức số hạng tổng quát  của dãy số theo .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Với mọi , ta có





Dãy số  là cấp số nhân có công bội  và.



1. Cho hàm số  thỏa mãn đồng thời các điều kiện:

(1) , 

(2) , 

a/Chứng minh: , 

b/Tìm biểu thức .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Câu a

Vì  nên từ giả thiết (1) ta được: , 

Kết hợp giả thiết (2) ta được 

 do đó: , 

Câu b

,

Suyra:.

Thử lại thỏa các điều kiện, nên 

**CÁC DẠNG KHÁC**

a/Tìm  sao cho hệcó nghiệm.

b/Với  tìm được ở câu a/,hãy xác định tập hợp tất cả các giá trị của tổng:

với  và .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Câu a

Do:.

:Khi đó: . Vậy hệ có nghiệm.

:Chọn  vàcó nghiệm. Nên  là nghiệm của hệ.

:có nghiệm. Nên  là nghiệm của hệ.

:Vô nghiệm.

Vậy hệ có nghiệm khi .

Câu b

Ta có: .

Xét hàm: . Ta có: .

Do đó:Dấu đẳng thức xảy ra khi:

 vì . Dấu đẳng thức xảy ra khi,liên tục trên . Khithì.Vậy , tập giá trị là:

:Chọn .Thỏa giả thiết:

liên tục trên;.Vậy tập giá trị là:.

Chọnthỏa giả thiết:với;liên tục trên;.Tập giá trị là:.

1. Kí hiệu  là tập hợp các đa thức bậc  dạng:



Chứng minh: 

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Xét đa thức Trêbưsép .

Chứng minh  là đa thức bậc  có hệ tử bậc  là .

Chứng minh bằng quy nạp dựa vào công thức:.

Do đó: . Ta có . Nếu tồn tại  sao cho ,

. Lúc đó ta xét   đa thức bậc nhỏ hơn hay bằng ,  đổi dấu  lần tại các điểm , .

Do đó . Vậy .

**TÍNH GIỚI HẠN BẰNG ĐỊNH NGHĨA**

1. Cho hai số  với .Lập hai dãy số ,  với 

Theo quy tắc sau: giải nghĩa cái đó là:

,

Tính:và .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Tính  với ta có thể chọn sao cho: ,

Suy ra .





Bằng quy nạp, chứng minh được:



Nhân hai vế của (1) và (2) cho và áp dụng công thức  được:

.

Tính giới hạn:



1. Cho dãy số  và.Chứng minh:.

**HƯỚNG DẪNGIẢI**



Vậy 

.

Suyra:.

Suyra:

Vậy:.

Suyra:.

Dođó:.

1. Cho hai số  với , . Lập hai dãy số  với  **theo** quy tắc sau:

,

Tính:và.

**HƯỚNGDẪNGIẢI**

+Tính :





+ Bằng quy nạp, chứng minh được:



+Nhân hai vế của (1) và (2) chovà áp dụng công thức  được:

.

+Tính giới hạn:

.

1. Cho dãy số  biết:



Hãy tính

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Ta có:,

 

 là dãy số giảm và bị chặn dưới bởi 



Từ  cho  ta được:

 Vậy

Đặt  

Ta có  Áp dụng định lí trung bình Cesaro ta có:





Mà;



1. Cho dãyxác định bởi:

Ta lập dãyvới.Tính.

**HƯỚNGDẪNGIẢI**

Tacó

Giả sử 

Tacó



Hay

Do  nên





Ta lại có







Từ đó suy ra điều phải chứng minh.

1. Cho dãy sốxác định bởi

a. Chứng minh:



b.Suy ra tính đơn điệu và bị chặn của.

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

a.Chứng minh bằng quy nạp toán học.

b.Nhận xét  và hàm số  đồng biến trên

nên dãy số giảm và bị chặn dưới bởi số 

và bị chặn trên bởi số 

1. Cho dãy sốxác định bởi:



1.Với mỗi ,đặt.Chứng minh dãy số  có giới hạn hữu hạn và tính giới hạn đó.

2.Tìm các số để dãy có giới hạn hữu hạn và giới hạn là một số khác .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

1.Từ giả thiết suy ra 

Suy rado đó 

Xét



Suy ra

Ta có 

Áp dụng định lý trung bình Cesaro ta có



Do đó 

2.Xét 

Từ đó:

+) Nếu  thì 

+)Nếu  thì 

+) Nếu  thì 

Vậy  là giá trị cần tìm thỏa mãn đề bài.

**CÁC DẠNG KHÁC**

1. Cho dãy số  không âm thỏa mãn ,và

,.

Chứng minh rằng  là số nguyên với mọi nnguyên tố lớn hơn hoặc bằng .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Viết lại đẳng thức trong đầu bài về dạng 

Từ  không âm dẫn đến , với mọi .

Biến đổi về ,

**4.2. TÍNH GIỚI HẠN BẰNG CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN**

1. **Tính các giới hạn sau:**

**a)** **b)** 

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

 

1. Tính giới hạn 

**HƯỚNG DẪN GIẢI**







1. Cho  là số nguyên dương và .Chứng minh rằng:



**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Đặt  khi đó từ 

Vậy 

1. Tính các giới hạn sau:

a/ b/.

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Câu a



.

 .

 Mà ta có các công thức:;;.

 Do đó:là một đa thức bậc  có hệ số bậc  là .

Và là một đa thức bậc  có hệ số bậc  là 

 Do đó:.

Câu b

=

Vì .

Vì và áp dụng công thức , nên.