1.ĐẶT VẤN ĐỀ

1.1 Bối cảnh:

Năm học 2013-2014 là năm học tiếp tục thực hiện các cuộc vận động “ Học tập và làm theo tấm gương đạo đức Hồ Chí Minh”, cuộc vận động “ Hai không”; “ Mỗi thầy, cô giáo là một tấm gương đạo đức, tự học và sáng tạo” ; với chủ đề " Năm học đổi mới quản lý và nâng cao chất lượng giáo dục " cùng với phong trào xây dựng " Trường học thân thiện, học sinh tích cực ". Nghị quyết TW 2 khóa VIII đã khẳng định " Đổi mới mạnh mẽ phương pháp giáo dục và đào tạo, khắc phục lối dạy học truyền thụ một chiều, rèn luyện nếp tư duy cho người học, từng bước áp dụng phương pháp tiên tiến, ứng dụng cộng nghệ thông tin vào quá trình dạy học ". Do đó trong quá trình dạy học đòi hỏi các thầy cô giáo phải tích cực học tập; không ngừng nâng cao năng lực chuyên môn; đổi mới phương pháp dạy học theo hướng phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động sáng tạo của học sinh; bồi dưỡng khả năng tự học, sáng tạo; khả năng vận dụng kiến thức vào thực tế; đem lại sự say mê, hứng thú học tập cho các em.

1.2 Lý do chọn đề tài:

Các vấn đề liên quan tới dãy số là một phần quan trọng của Đại số và Giải tích toán học. Song khái niệm dãy số học sinh mới chỉ được làm quen trong chương trình toán lớp 11 phần mở đầu của Giải tích toán học. Các dạng toán liên quan tới nội dung này thường là khó với các em.

Qua thực tế giảng dạy chương trình chuyên toán lớp 11 những năm qua, cũng như việc nghiên cứu nội dung thi học sinh giỏi các cấp, tôi nhận thấy một dạng toán khá cơ bản về dãy số là bài toán tìm số hạng tổng quát. Lý thuyết đại số và các bài toán về dãy số đã được đề cập hầu hết trong các giáo trình cơ bản của giải tích toán học.Các phương pháp tìm số hạng tổng quát của dãy số cho bởi hệ thức truy hồi gần như là bài toán được đề cập tới đầu tiên. Tuy nhiên với nhiều phương pháp khác nhau bài toán này thực sự không phải là dễ với học sinh.

Xuất phát từ các lí do trên tôi chọn đề tài: **“Một số phương pháp xác định công thức tổng quát của dãy số và xây dựng bài toán về dãy số ”**. Qua nội dung các ví dụ trong đề tài nhằm giúp các em học sinh lớp 11 có thêm kiến thức, phần nào đáp ứng được việc học chuyên đề lớp 11 chuyên toán cũng như việc ôn thi học sinh giỏi các cấp.

1.3 Đối tượng và phạm vi nghiên cứu:

<u>Đối tượng nghiên cứu</u>:

Đối tượng nghiên cứu trong đề tài là học sinh khối 11 qua các năm giảng dạy từ trước đến nay và hiện nay là lớp 11A1, 11A2.

Phạm vi nghiên cứu:

Phạm vi nghiên cứu của đề tài là "**Chương III: Dãy số . Cấp số cộng và cấp số nhân"** sách giáo khoa Đại số và Giải tích 11 ban nâng cao.

1.4 Mục đích nghiên cứu:

Do đây là phần nội dung kiến thức mới nên nhiều học sinh còn chưa quen với tính tư duy trừu tượng của nó, nên tôi nghiên cứu nội dung này nhằm tìm ra những phương pháp truyền đạt phù hợp với học sinh, bên cạnh cũng nhằm tháo gỡ những vướng mắc, khó khăn mà học sinh thường hay gặp phải với mong muốn nâng dần chất lượng giảng dạy học nói chung và môn Đại số và Giải tích 11 nói riêng.

1.5 Điểm mới trong kết quả nghiên cứu:

Điểm mới trong kết quả nghiên cứu là tính thực tiễn và tính hệ thống, không áp đặt hoặc dập khuôn máy móc do đó mà học sinh dễ dàng áp dụng vào việc giải quyết các bài toán lạ, các bài toán khó.

2. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

2.1 Cơ sở lý luận:

a) Phương pháp quy nạp toán học

b) Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn

* Dãy số (u_n) gọi là dãy số tăng nếu $u_n < u_{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

* Dãy số (u_n) gọi là dãy số giảm nếu $u_n > u_{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy: Nếu $u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ suy ra (u_n) là dãy số tăng

Nếu $u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ suy ra (u_n) là dãy số giảm

* Nếu tồn tại số M sao cho $u_n \leq M, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) bị chặn trên

* Nếu tồn tại số m sao cho $u_n \geq m, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) bị chặn dưới

* Nếu dãy số (u_n) bị chặn trên và bị chặng dưới thì gọi là dãy só bị chặn

c) Cấp số cộng

* Dãy số (u_n) là cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$, trong đó d là số không đổi gọi là công sai của cấp số cộng.

* Nếu dãy số (u_n) là cấp số cộng thì $u_n = u_1 + (n-1)d$

* Nếu dãy số (u_n) là cấp số cộng thì tổng

$$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

d) Cấp số nhân

* Dãy số (u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n.q$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$, trong đó q là số không đổi gọi là công bội của cấp số nhân.

* Nếu dãy số (u_n) là cấp số nhân thì $u_n = u_1.q^{n-1}$

* Nếu dãy số (u_n) là cấp số nhân vơi $q \neq 1, q \neq 0$ thì tổng

$$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = u_1.\frac{1-q^n}{1-q}$$

e) Một số đinh lí về giới hạn

- Nếu $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$
- Nếu $q > 1$ thì $\lim q^n = +\infty$
- Nếu các dãy số $a_n \le b_n \le c_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ và $\lim a_n = \lim c_n = L$ thì $\lim b_n = L$
- Nếu dãy số (u_n) tăng và bị chặn trên thì (u_n) có giới hạn

Nếu dãy số (u_n) giảm và bị chặn dưới thì (u_n) có giới hạn.

2.2 Nội dung nghiên cứu của đề tài.

A. Ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp mét

Ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp mét lµ ph¬ng tr×nh sai ph©n d¹ng :

$u_1 = \alpha,\ a.u_{n+1} + b.u_n = f_n\ ,\ n \in N^*$

trong ®ã a,b,α lµ c¸c h»ng sè ,a # 0 vµ f_n lµ biÓu thøc cña n cho tríc

D¹ng 1

T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1 = \alpha,\quad a.u_{n+1} + b.u_n = 0$ (1.1)

trong ®ã a, b, α cho tríc $n \in N^*$

Ph¬ng ph¸p gi¶i

Gi¶i ph¬ng tr×nh ®Æc trng $a.\lambda + b = 0$ ®Ó t×m λ Khi ®ã $u_n = q\lambda^n$ (q lµ h»ng sè) , trong ®ã q ®îc x¸c ®Þnh khi biÕt $u_1 = \alpha$

Bµi to¸n 1: X¸c ®Þnh sè h¹ng tæng qu¸t cña cÊp sè nh©n, biÕt sè h¹ng ®Çu tiªn b»ng 1 vµ c«ng béi b»ng 2

Bµi gi¶i Ta cã

$u_{n+1}=2u_n,\ u_1=1$ (1.2)

Ph¬ng tr×nh ®Æc trng cã nghiÖm $\lambda=2$ VËy $u_n=c.2^n$. Tõ $u_1=1$ suy ra $c=\frac{1}{2}$ Do ®ã $u_n=2^{n-1}$

<u>D¹ng 2</u>

T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1=\alpha,\quad au_{n+1}+bu_n=f_n,\ n\in N^*$ (2 .1)

trong ®ã f_n lµ ®a thøc theo n

Ph¬ng ph¸p gi¶i

Gi¶i ph¬ng tr×nh ®Æc trng $a.\lambda+b=0$ ta t×m ®îc λ Ta cã $u_n=u_n^0+u_n^*$ Trong ®ã u_n^0 lµ nghiÖm cña ph¬ng tr×nh thuÇn nhÊt (1.1) vµ u_n^* lµ nghiÖm riªng tuú ý cña ph¬ng tr×nh kh«ng thuÇn nhÊt (2.1) VËy $u_n^0=q.\lambda^n$ q lµ h»ng sè sÏ ®îc x¸c ®Þnh sau

Ta x¸c ®Þnh u_n^* nh sau :

1) NÕu $\lambda\#1$ th× u_n^* lµ ®a thøc cïng bËc víi f_n
2) NÕu $\lambda=1$ th× $u_n^*=n.g_n$ víi g_n lµ ®a thøc cïng bËc víi f_n

Thay u_n^* vµo ph¬ng tr×nh, ®ång nhÊt c¸c hÖ sè ta tÝnh ®îc c¸c hÖ sè cña u_n^*

<u>Bµi to¸n 2:</u> T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1=2;\ u_{n+1}=u_n+2n,\quad n\in N^*$ (2.2)

Bµi gi¶i Ph¬ng tr×nh ®Æc trng $\lambda-1=0$ cã nghiÖm $\lambda=1$ Ta cã $u_n=u_n^0+u_n^*$ trong ®ã $u_n^0=c.1^n=c, u_n^*=n(an+b)$ Thay u_n^* vµo ph¬ng tr×nh (2.2) ta ®îc

$(n+1)\left[a(n+1)+b\right]=n(an+b)+2n$ (2.3)

thay n=1vµ n=2 vµo (2.3) ta ®îc hÖ ph¬ng tr×nh sau

$$\begin{cases}3a+b=2\\5a+b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$$

Do ®ã $u_n = n(n-1)$

Ta cã $u_n = u_n^0 + u_n^* = c + n(n-1)$ V× $u_1 = 2$ nªn $2 = c + 1(1-1) \Leftrightarrow c = 2$

VËy $u_n = 2 + n(n-1)$, hay $u_n = n^2 - n + 2$

D¹ng 3

T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1 = \alpha, \quad a.u_{n+1} + bu_n = v.\mu_n,\ n \in N^*$ (3.1)

trong ®ã f_n lµ ®a thøc theo n

Ph¬ng ph¸p gi¶i

Gi¶i ph¬ng tr×nh ®Æc trng $a.\lambda + b = 0$ ta t×m ®îc λ Ta cã $u_n = u_n^0 + u_n^*$ Trong ®ã $u_n^0 = c.\lambda^n$, c lµ h»ng sè cha ®îc x¸c ®Þnh , u_n^* ®-îc x¸c ®Þnh nh sau :

1) NÕu $\lambda \# \mu$ th× $u_n^* = A.\mu^n$

2) NÕu $\lambda = \mu$ th× $u_n^* = A.n.\mu^n$

Thay u_n^* vµo ph¬ng tr×nh (3.1) ®ång nhÊt c¸c hÖ sè ta tÝnh ®îc c¸c hÖ sè cña u_n^*. BiÕt u_1, tõ hÖ thøc $u_n = u_n^0 + u_n^*$, tÝnh ®îc c

Bµi to¸n 3: T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1 = 1;\ u_{n+1} = 3.u_n + 2^n,\ n \in N^*$ (3.2)

Bµi gi¶i Ph¬ng tr×nh ®Æc trng $\lambda - 3 = 0$ cã nghiÖm $\lambda = 3$ Ta cã $u_n = u_n^0 + u_n^*$ trong ®ã $u_n^0 = c.3^n, u_n^* = a.2^n$

Thay $u_n^* = a.2^n$ vµo ph¬ng tr×nh (3.2) , ta thu ®îc

$a.2^{n+1} = 3a.2^n + 2^n \Leftrightarrow 2a = 3a + 1 \Leftrightarrow a = -1$

Suy ra $u_n = -2^n$ Do ®ã $u_n = c.3^n - 2n$ v× $u_1 = 1$ nªn c=1 VËy $u_n = 3^n - 2^n$

D¹ng 4

T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1 = \alpha, \quad a.u_{n+1} + bu_n = f_{1n} + f_{2n},\ n \in N^*$ (4.1)

Trong ®ã f_{1n} lµ ®a thøc theo n vµ $f_{2n} = v.\mu^n$

Ph¬ng ph¸p gi¶i

Ta cã $u_n = u_n^0 + u_{1n}^* + u_{2n}^*$ Trong ®ã u_n^0 lµ nghiÖm tæng qu¸t cña ph¬ng tr×nh thuÇn nhÊt $au_{n+1} + bu_n = 0$, u_n^* lµ mét nghiÖm riªng cña ph¬ng tr×nh kh«ng thuÇn nhÊt $a.u_{n+1} + b.u_n = f_{1n}$, u_{2n}^* lµ nghiÖm riªng bÊt kú cña ph¬ng tr×nh kh«ng thuÇn nhÊt $a.u_{n+1} + b.u_n = f_{2n}$

<u>Bµi to¸n 4:</u> T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1 = 1;\ u_{n+1} = 2u_n + n^2 + 3.2^n,\ \ n \in N^*$ (4.2)

Bµi gi¶i Ph¬ng tr×nh ®Æc trng $\lambda - 2 = 0$ cã nghiÖm $\lambda = 2$ Ta cã $u_n = u_n^0 + u_{1n}^* + u_{2n}^*$ trong ®ã $u_n^0 = c.2^n, u_n^* = a.n^2 + b.n + c$, $u_{2n}^* = An.2^n$

Thay u_n^* vµo ph¬ng tr×nh $u_{n+1} = 2.u_n + n^2$, ta ®îc

$$a(n+1)^2 + b(n+1) + c = 2an^2 + 2bn + 2c + n^2$$

Cho n=1 , n=2 ta thu ®îc hÖ ph¬ng tr×nh

$$\begin{cases} 2a - c = 1 \\ a - b - c = 4 \\ 2a + 2b + c = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

VËy $u_{1n}^* = -n^2 - 2n - 3$ thay u_{2n}^* vµo ph¬ng tr×nh $u_{n+1} = 2.u_n + 3.2^n$ Ta ®îc

$$A(n+1)2^{n+1} = 2An.2^n + 3.2^n \Leftrightarrow 2A(n+1) = 2An + 3 \Leftrightarrow A = \frac{3}{2}$$

VËy

$$u_{2n}^* = \frac{3}{2}n.2^n = 3n.2^{n-1}$$

Do ®ã $u_n = c.2^n + (-n^2 - 2n - 3) + 3n.2^{n-1}$. Ta cã $u_1 = 1$ nªn

$1 = 2c - 2 + 3 \Leftrightarrow c = 0$ VËy $u_n = 3n.2^{n-1} - n^2 - 2n - 3$

<u>B. Ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp hai</u>

Ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp hai lµ ph¬ng tr×nh sai ph©n d¹ng

$u_1 = \alpha, u_2 = \beta,\ a.u_{n+1} + bu_n + c.u_{n-1} = f_n$, $n \in N^*$

trong ®ã a,b,c, α,β lµ c¸c h»ng sè , a # 0 vµ f_n lµ biÓu thøc cña n cho tríc

(NX: Ph¬ng tr×nh ®Æc trng cña ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp hai lu«n cã hai nghiÖm kÓ c¶ nghiÖm phøc, song néi dung cña ®Ò tµi chØ dõng l¹i trong trêng sè thùc , tøc lµ chØ xÐt nghiÖm thùc)

D¹ng 1

T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1=\alpha,\ u_2=\beta,\ a u_{n+1}+b u_n+c.u_{n-1}=0,\ n\in N^*$ (5.1)

Ph¬ng ph¸p gi¶i

Gi¶i ph¬ng tr×nh ®Æc trng $a.\lambda^2+b.\lambda+c=0$ t×m λ Khi ®ã

1) NÕu λ_1,λ_2 lµ hai nghiÖm thùc kh¸c nhau th× $u_n=A.\lambda_1^n+B.\lambda_2^n$,
   trong ®ã A vµ B ®îc x¸c ®Þnh khi biÕt u_1,u_2
2) NÕu λ_1,λ_2 lµ hai nghiÖm kÐp $\lambda_1=\lambda_2=\lambda$ th× $u_n=(A+Bn).\lambda^n$,
   trong ®ã A vµ B ®îc x¸c ®Þnh khi biÕt u_1,u_2

Bµi to¸n 5: T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn sau

$u_0=1,\ u_1=16,\ u_{n+2}=8.u_{n+1}-16.u_n$ (5.1)

Bµi gi¶i Ph¬ng tr×nh ®Æc trng $\lambda^2-8\lambda+16=0$ cã nghiÖm kÐp $\lambda=4$

Ta cã

$u_n=(A+B.n).4^n$ (5.2)

Cho n=0 , n=1 thay vµo (5.2) ta thu ®îc hÖ ph¬ng tr×nh

$$\begin{cases} u_0=1=A \\ u_1=(1+B).4=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=3 \end{cases}$$

VËy $u_n=(1+3n).4^n$

D¹ng 2

T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1=\alpha, u_2=\beta,\ a.u_{n+1}+b.u_n+c.u_{n-1}=f_n,\ n\geq 2,$ (6.1)

trong ®ã a # 0, f_n lµ ®a thøc theo n cho tríc

Ph¬ng ph¸p gi¶i

Gi¶i ph¬ng tr×nh ®Æc trng $a.\lambda^2+b.\lambda+c=0$ ®Ó t×m λ. Khi ®ã ta cã $u_n=u_n^0+u_n^*$, trong ®ã u_n^0 lµ nghiÖm tæng qu¸t cña ph¬ng tr×nh thuÇn nhÊt $a.u_{n+1}+b.u_n+c.u_{n-1}=0$ vµ u_n^* lµ mét nghiÖm tuú ý cña ph¬ng tr×nh

$a.u_{n+1}+b.u_n+c.u_{n-1}=f_n$

Theo d¹ng 1 ta t×m ®îc u_n^0, trong ®ã hÖ sè A, B cha ®îc x¸c ®Þnh , u_n^* ®îc x¸c ®Þnh nh sau :

1) NÕu $\lambda\#1$ th× u_n^* lµ ®a thøc cïng bËc víi f_n
2) NÕu $\lambda=1$ lµ nghiÖm ®¬n th× $u_n^*=n.g_n,\ g_n$ lµ ®a thøc cïng bËc víi f_n
3) NÕu $\lambda=1$ lµ nghiÖm kÐp th× $u_n^*=n.^2g_n,\ g_n$ lµ ®a thøc cïng bËc víi f_n ,

Thay u_n^* vµo ph¬ng tr×nh , ®ång nhÊt c¸c hÖ sè, tÝnh ®îc c¸c hÖ sè cña u_n^*. BiÕt u_1, u_2 tõ hÖ thøc $u_n=u_n^0+u_n^*$ tÝnh ®îc A, B

Bµi to¸n 6: T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1=1;\ u_2=0,\ u_{n+1}-2u_n+u_{n-1}=n+1,\ n\geq 2$ (6.2)

Bµi gi¶i Ph¬ng tr×nh ®Æc trng $\lambda^2-2\lambda+1=0$ cã nghiÖm kÐp $\lambda=1$ Ta cã $u_n=u_n^0+u_n^*$ trong ®ã $u_n^0=(A+B.n).1^n=A+Bn,\ u_n^*=n^2(a.n+b)$

Thay u_n^* vµo ph¬ng tr×nh (6,2) , ta ®îc

$$(n+1)^2\left[a(n+1)+b\right]-2n^2(a.n+b)+(n-1)^2\left[a(n-1)+b\right]=n+1$$

Cho n=1 , n=2 ta thu ®îc hÖ ph¬ng tr×nh

$$\begin{cases} 4(2a+b)-2(a+b)=2 \\ 9(3a+b)-8(2a+b)+(a+b)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{6} \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

VËy $u_n^*=n^2\left(\dfrac{n}{6}+\dfrac{1}{2}\right)$

Do ®ã

$$u_n=u_n^0+u_n^*=A+Bn+n^2\left(\frac{n}{6}+\frac{1}{2}\right)$$

Mặt kh¸c

$$\begin{cases} A+B+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}=1 \\ A+2B+4\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=4 \\ B=\dfrac{-11}{3} \end{cases}$$

VËy

$$u_n=4-\frac{11}{3}n+n^2\left(\frac{n}{6}+\frac{1}{2}\right)$$

<u>D¹ng 3</u>

T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1=\alpha, u_2=\beta,\ au_{n+1}+bu_n+c.u_{n-1}=d.\mu^n,\ n\geq 2$ (7.1)

Ph¬ng ph¸p gi¶i

Gi¶i ph¬ng tr×nh ®Æc trng $a.\lambda^2+b.\lambda+c=0$ ®Ó t×m λ Khi ®ã ta cã $u_n=u_n^0+u_n^*$, trong ®ã u_n^0 ®îc x¸c ®Þnh nh d¹ng 1 vµ hÖ sè A vµ B cha ®îc x¸c ®Þnh, u_n^* ®îc x¸c ®Þnh nh sau

1) NÕu $\lambda \# \mu$ th× $u_n^*=k.\mu^n$
2) NÕu $\lambda=\mu$ lµ nghiÖm ®¬n th× $u_n^*=k.n\mu^n$
3) NÕu $\lambda=\mu$ lµ nghiÖm kÐp th× $u_n^*=k.n.^2\mu^n$

Thay u_n^* vµo ph¬ng tr×nh , dïng ph¬ng ph¸p ®ång nhÊt thøc c¸c hÖ sè sÏ tÝnh ®îc hÖ sè k . BiÕt u_1, u_2 tõ hÖ thøc $u_n = u_n^0 + u_n^*$ tÝnh ®îc A,B

<u>Bµi to¸n 7:</u> T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1 = 0;\ u_2 = 0,\ u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1} = 3.2^n,\ n \ge 2$

Bµi gi¶i Ph¬ng tr×nh ®Æc trng $\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$ cã nghiÖm kÐp $\lambda = 1$ Ta cã $u_n = u_n^0 + u_{1n}^*$ trong ®ã $u_n^0 = (A + B.n).1^n = A + Bn, u_n^* = k.2^n$

Thay u_n^* vµo ph¬ng tr×nh , ta ®îc

$k.2^{n+1} - 2k.2^n + k.2^{n-1} = 3.2^n \Leftrightarrow k = 6$

VËy $u_n^* = 6.2^n = 3.2^{n+1}$. Do ®ã $u_n = u_n^0 + u_n^* = A + bn + 3.2^{n+1}$. (1) Thay $u_1 = 1, u_2 = 0$ vµo ph¬ng tr×nh (1) ta thu ®îc

$$\begin{cases} 1 = A + B + 12 \\ 0 = A + 2B + 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = -13 \end{cases}$$

VËy

$u_n = 2 - 13n + 3.2^{n+1}$

<u>D¹ng 4</u>

T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1 = \alpha, u_2 = \beta,\ a u_{n+1} + b u_n + c.u_{n-1} = f_n + g_n,\ n \ge 2$ (8.1)

trong ®ã a # 0 , f_n lµ ®a thøc theo n vµ $g_n = v.\mu^n$

Ph¬ng ph¸p gi¶i

Ta cã $u_n = u_n^0 + u_{1n}^* + u_{2n}^*$ trong ®ã u_n^0 lµ nghiÖm tæng qu¸t cña ph¬ng tr×nh thuÇn nhÊt $a u_{n+1} + b u_n + c.u_{n-1} = 0$, u_{1n}^* lµ nghiÖm riªng tïy ý cña ph¬ng tr×nh kh«ng thuÇn nhÊt $a u_{n+1} + b u_n + c.u_{n-1} = f_n$ u_{2n}^* lµ nghiÖm riªng tïy ý cña ph¬ng tr×nh kh«ng thuÇn nhÊt

$a u_{n+1} + b u_n + c.u_{n-1} = g_n$

<u>Bµi to¸n 8:</u> (§Ò thi OLYPIC 30 -4 To¸n 11 LÇn thø VIII-2002)

T×m u_n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_1 = 0;\ u_2 = 0,\ u_{n+1} - 2u_n - 3u_{n-1} = n + 2^n,\ n \geq 2$ (8.2)

Bµi gi¶i Ph¬ng tr×nh ®Æc trng $\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$ cã nghiÖm

$\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 3$ Ta cã

$$u_n = u_n^0 + u_{1n}^* + u_{2n}^*$$

trong ®ã

$$u_n^0 = A(-1)^n + B.3^n,\ u_{1n}^* = a + bn,\ u_{2n}^* = k.2^n$$

Thay u_{1n}^* vµo ph¬ng tr×nh $u_{n+1} - 2u_n - 3u_{n-1} = n$, ta ®îc

$$a(n+1) + b - 2(an+b) - 3\left[a(n-1)+b\right] = n \Leftrightarrow (4a+1)n - 4(a-b) = 0$$

VËy

$$a = b = -\frac{1}{4}$$

Do ®ã

$$u_n^* = \frac{-1}{4}(n+1)$$

Thay u_{2n}^* vµo ph¬ng tr×nh $u_{n+1} - 2u_n - 3u_{n-1} = 2^n$, ta ®îc

$$k.2^{n+1} - 2.k.2^n = 3.k.2^{n-1} = 2^n \Leftrightarrow k = -\frac{2}{3}$$

Do ®ã

$$u_{2n}^* = -\frac{2}{3}.2^n = -\frac{1}{3}.2^{n+1}$$

VËy

$$u_n = u_n^0 + u_{1n}^* + u_{2n}^* = A(-1)^n + B.3^n - \frac{1}{4}(n+1) - \frac{1}{3}.2^{n+1} \quad (8.3)$$

Ta thay $u_1 = 1, u_2 = 0$ vµo (8.3) ta ®îc hÖ ph¬ng tr×nh

$$\begin{cases} -A + 3B - \dfrac{1}{2} - \dfrac{4}{3} = 1 \\ A + 9B - \dfrac{3}{4} - \dfrac{8}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -\dfrac{61}{48} \\ B = \dfrac{25}{48} \end{cases}$$

VËy

$$u_n = -\frac{61}{48}.(-1)^n + \frac{25}{48}.3^n - \frac{1}{4}.(n+1) - \frac{1}{3}.2^{n+1}$$

C. Ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp ba

Ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp ba lµ ph¬ng tr×nh sai ph©n d¹ng

$u_1 = \alpha, u_2 = \beta, u_3 = \gamma,\ a.u_{n+2} + bu_{n+1} + c.u_n + d.u_{n-1} = f_n\ ,\ n \geq 2$ (a.1)

trong ®ã a,b,c, d, α , β , γ lµ c¸c h»ng sè , a # 0 vµ f_n lµ biÓu thøc cña n cho tríc

(NX: Ph¬ng tr×nh ®Æc trng cña ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp ba lu«n cã ba nghiÖm kÓ c¶ nghiÖm phøc, song néi dung cña ®Ò tµi chØ dõng l¹i trong trêng sè thùc , tøc lµ chØ xÐt nghiÖm thùc)

Ph¬ng ph¸p gi¶i

NghiÖm tæng qu¸t cña ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp ba cã d¹ng $u_n = u_n^0 + u_n^*$, trong ®ã u_n^0 lµ nghiÖm tæng qu¸t cña ph¬ng tr×nh tuyÕn tÝnh thuÇn nhÊt, u_n^* lµ mét nghiÖm riªng cña ph¬ng tr×nh tuyÕn tÝnh kh«ng thuÇn nhÊt

XÐt ph¬ng tr×nh ®Æc trng

$a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0$ (a.2)

1) X¸c ®Þnh c«ng thøc nghiÖm tæng qu¸t cña ph¬ng tr×nh sai ph©n tuyÕn tÝnh cÊp ba thuÇn nhÊt

   a) NÕu (a.2) cã ba nghiÖm thùc λ_1 , λ_2 , λ_3 ph©n biÖt th×

   $u_n^0 = a_1.\lambda_1^n + a_2.\lambda_2^n + a_3.\lambda_3^n$

   b) NÕu (a.2) cã mét nghiÖm thùc béi 2 vµ mét nghiÖm ®¬n $(\lambda_1 = \lambda_2 \# \lambda_3)$ th×

   $u_n^0 = (a_1 + a_2 n)\lambda_1^n + a_3.\lambda_3^n$

   c) NÕu (a.2) cã mét nghiÖm thùc béi 3 $(\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3)$ th×

$u_n^0 = (a_1 + a_2 n + a_3 n^2)\lambda_1^n$

2) X¸c ®Þnh nghiÖm riªng u_n^* cña ph¬ng tr×nh (a.1)

- XÐt f_n lµ ®a thøc cña n ta cã

  a) NÕu $\lambda \# 1$ th× u_n^* lµ ®a thøc cïng bËc víi f_n

  b) NÕu $\lambda = 1$ (nghiÖm ®¬n) th× $u_n^* = n.g_n$, g_n lµ ®a thøc cïng bËc víi f_n

  c) NÕu $\lambda = 1$ (béi 2) th× $u_n^* = n^2.g_n$ g_n lµ ®a thøc cïng bËc víi f_n

  d) NÕu $\lambda = 1$ (béi 3) th× $u_n^* = n^3.g_n$ g_n lµ ®a thøc cïng bËc víi f_n

- XÐt $f_n = v.\mu^n$ ta cã

  a) NÕu $\lambda \# \mu$ th× $u_n^* = k.n.\mu^n$

  b) NÕu $\lambda = \mu$ (nghiÖm ®¬n) th× $u_n^* = k.\mu^n$

  c) NÕu $\lambda = \mu$ (nghiÖm béi s) th× $u_n^* = k.n^s.\mu^n$

Bµi to¸n 9: T×m d·y sè (u_n) biÕt r»ng

$u_1 = 0, u_2 = 1, u_3 = 3,\ u_n = 7u_{n-1} - 11.u_{n-2} + 5.u_{n-3},\ n \ge 4$ (9.1)

Bµi gi¶i XÐt ph¬ng tr×nh ®Æc trng

$\lambda^3 - 7\lambda^2 + 11\lambda - 5 = 0$

cã 3 nghiÖm thùc

$\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 5$

VËy $u_n = c_1 + c_2 n + c_3 5^n$

Cho n=1, n=2, n=3 vµ gi¶i hÖ ph¬ng tr×nh t¹o thµnh, ta ®îc

$c_1 = -\dfrac{1}{16}, c_2 = \dfrac{3}{4}, c_3 = \dfrac{1}{16}$

VËy $u_n = -\dfrac{1}{16} + \dfrac{3}{4}(n-1) + \dfrac{1}{16}.5^{n-1}$

D. Bµi tËp ¸p dông

<u>Bµi to¸n 10:</u> Cho d·y sè (a_n) ®îc x¸c ®Þnh theo c«ng thøc sau

$a_1=0; a_2=1,\ a_{n+1}=2a_n-a_{n-1}+1,\ n\geq 2$ (10.1)

Chøng minh sè $A=4.a_n.a_{n+2}+1$ lµ sè chÝnh ph¬ng

Bµi gi¶i Ta cã

$a_{n+1}=2a_n-a_{n-1}+1$ (10.2)

Trong (9.2) ta thay n bëi n-1, ta ®îc

$a_n=2a_{n-1}-a_{n-2}+1$ (10.3)

Trõ c¸c vÕ cña (10.1) cho (10.2) ta thu ®îc

$a_{n+1}-3a_n+3a_{n-1}-a_{n-2}=0$ (10.4)

Ph¬ng tr×nh ®Æc trng cña (10.4) lµ

$\lambda^3-3\lambda^2+3\lambda-1=0$

cã nghiÖm $\lambda=1$ lµ nghiÖm béi bËc ba

VËy nghiÖm tæng qu¸t cña ph¬ng tr×nh (10.4) lµ

$a_n=(c_1+c_2n+c_3n^2)1^n$

Cho n=0, n=1, n=2 ta ®îc

$$\begin{cases}0=c_1\\1=c_2+c_2+c_3\\3=c_1+2c_2+4c_3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c_1=0\\c_2=c_3=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

Ta thu ®îc $a_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ vµ tõ ®ã ta cã

$A=4a_n.a_{n+2}+1=(n^2+3n+1)^2$

§iÒu nµy chøng tá A lµ mét sè chÝnh ph¬ng

<u>Bµi to¸n 11:</u> Cho d·y sè (x_n) ®îc x¸c ®Þnh theo c«ng thøc sau

$x_1=7; x_2=50,\ x_{n+1}=4x_n+5x_{n-1}-1975\ (n\geq 2)$ (11.1)

Chøng minh r»ng $x_{1996}\ \vdots\ 1997$

Bµi gi¶i XÐt d·y sè (y_n) víi $y_1=7,\ y_2=50$ vµ

$y_{n+1}=4y_n+5y_{n-1}+22\ (n\geq 2)$ (11.2)

DÔ thÊy $y_n \equiv x_n \pmod{1997}$. Do ®ã chØ cÇn chøng minh

$y_{1996} \equiv 0 \pmod{1997}$

§Æt $z_n = 4y_n + 11$ suy ra $z_1 = 39, z_2 = 211$. NhËn xÐt r»ng

$$z_{n+1} = 4y_{n+1} + 11 = 16y_n + 20y_{n-1} + 99 = 4z_n + 20y_{n-1} + 55 \qquad (11.3)$$

Ta l¹i cã

$z_{n-1} = 4y_{n-1} + 11$ suy ra $20y_{n-1} = 5z_{n-1} - 55$ (11.4)

ThÕ (11.4) vµo (11.3) ta ®îc

$$z_{n+1} = 4z_n + 5z_{n-1}$$

Suy ra

$$z_{n+1} - 4z_n - 5z_{n-1} = 0 \qquad (11.5)$$

Ph¬ng tr×nh ®Æc trng cña (11.5) lµ

$\lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$ cã nghiÖm $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 5$

NghiÖm tæng qu¸t cña (11.1) lµ

$$z_n = (-1)^n \alpha + 5^n \beta$$

Ta cã

$$\begin{cases} z_1 = -\alpha + 5\beta = 39 \\ z_2 = \alpha + 25\beta = 211 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \dfrac{8}{3} \\ \beta = \dfrac{25}{3} \end{cases}$$

Do ®ã ta nhËn ®îc

$$z_n = \frac{8}{3}.(-1)^n + \frac{25}{3}.5^n \qquad (11.6)$$

Tõ (11.6) ta suy ra

$$z_{1996} = \frac{8 + 25.5^{1996}}{3}$$

Ta cÇn chøng minh

$$z_{1996} \equiv 11 \pmod{1997}$$

Do

$$\begin{cases} 5^{1996} - 1 \vdots 1997 \\ 5^{1996} - 1 \vdots 3 \end{cases}$$

Nªn $5^{1996} - 1 \vdots 3.1997$. Tõ ®ã , ta cã $5^{1996} = 3n.1997 + 1$, vµ khi ®ã

$$z_{1996} = \frac{8}{3} + \frac{25\left(3n.1997 + 1\right)}{3} = 25.n.1997 + 11$$

VËy $z_{1996} \equiv 11\left(\bmod 1997\right)$

E. Bµi tËp t¬ng tù

Bµi 1: X¸c ®Þnh c«ng thøc cña d·y sè (x_n) tho¶ m·n c¸c ®iÒu kiÖn sau

1) $x_1 = 11,\ x_{n+1} = 10.x_n + 1 - 9n,\ \ \forall n \in N$
2) $x_0 = 2,\ x_1 = -8,\ \ x_{n+2} = -8.x_{n+1} + 9x_n$
3) $x_0 = 1,\ x_1 = 3,\ 2.x_{n+2} - 5x_{n+1} + 2x_n = -n^2 - 2n + 3$
4) $x_0 = 0,\ x_1 = 1,\ x_{n+1} - 4x_n + 4x_{n-1} = n^2 - 6n + 5$
5) $x_1 = 1,\ x_2 = 2,\ x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 4$

Bµi 2: Cho d·y sè (a_n) tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + 2.a_{n-2} \\ a_1 = a_2 = 1 \end{cases} \quad n \in N \quad \left(n \geq 3\right)$$

Chøng minh r»ng a_n lµ mét sè lÎ

Bµi 3: Cho d·y sè (b_n) x¸c ®Þnh bëi

$$\begin{cases} b_n = 2.b_{n-1} + b_{n-2} \\ b_1 = 1,\ b_2 = 2 \end{cases} \quad n \in N \quad \left(n \geq 3\right)$$

Chøng minh r»ng $b_n \leq \left(\frac{5}{2}\right)^n,\ \ \forall n \in N$

Bµi 4: Cho d·y sè (u_n) tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$$\begin{cases} u_{n+2} - 2.u_{n+1} + u_n = 2 \\ u_0 = 1,\ u_1 = 0 \end{cases} \quad n \in N \quad \left(n \geq 2\right)$$

Chøng minh r»ng u_n lµ mét sè chÝnh ph¬ng

Bµi 5: (TuyÓn tËp ®Ò thi Olympic 30 – 4 To¸n 11 LÇn thø VIII – 2002

NXB gi¸o dôc)

Cho d·y sè (u_n) tho¶ m·n nh sau

$$\begin{cases} u_n \in Z^+, \ \forall \in N \\ u_0 = 1, u_1 = 9 \\ u_n = 10.u_{n-1} - u_{n-2} \quad \forall n \in N, n \geq 2 \end{cases}$$

Chøng minh : $\forall k \in N, k \geq 1$

1) $u_k^2 + u_{k-1}^2 - 10u_k.u_{k-1} = -8$

2) $5.u_k - u_{k-1} \vdots 4 \ \ va \ \ 3.u_k^2 - 1 \vdots 2$

($\vdots$ kÝ hiÖu chia hÕt)

Bµi 6: Cho d·y sè (u_n) tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_{n+2} = 2u_{n+1} + 2u_n - u_{n-1}, \ n \in N^*$

Chøng minh r»ng tån t¹i c¸c h»ng sè nguyªn M sao cho c¸c sè

$M + 4.a_{n+1}a_n$ ®Òu lµ sè chÝnh ph¬ng

Bµi 7: (B¸o To¸n Häc vµ Tuæi TrÎ sè 356)

Cho d·y sè (a_i) (i=1,2,3,4…)®îc x¸c ®Þnh bëi

$a_1 = 1, a_2 = -1, \ a_n = -a_{n-1} - 2a_{n-2}, \ n = 3,4,...$

TÝnh gi¸ trÞ cña biÓu thøc

$A = 2.a_{2006}^2 + a_{2006}.a_{2007} + a_{2007}^2$

Bµi 8: Cho d·y sè nguyªn d¬ng (u_n) tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

$u_0 = 20, u_1 = 100, \ u_{n+2} = 4.u_{n+1} + 5.u_n + 20, \ n \in N^*$

T×m sè nguyªn d¬ng h bÐ nhÊt cã tÝnh chÊt

$a_{n+h} - a_n \vdots 1998 \ , n \in N$

F. X©y dùng bµi to¸n vÒ d·y sè truy hải

NhËn xÐt : Néi dung cña ®Ò tµi trªn gióp b¹n ®äc t×m ra c«ng thøc tæng qu¸t cña mét líp d·y sè cã tÝnh chÊt truy hải mét c¸ch chÝnh x¸c nhÊt, gióp c¸c ThÇy c« kiÓm tra kÕt qu¶ bµi to¸n theo c¸ch gi¶i kh¸c. Bªn c¹nh ®ã ta cã thÓ tiÕn hµnh x©y dùng thªm c¸c bµi to¸n míi vÒ d·y sè.

Díi ®©y lµ mét sè vÝ dô **" x©y dùng thªm c¸c bµi to¸n vÒ d·y sè cã tÝnh quy luËt "** chØ mang tÝnh chÊt tham kh¶o. T¸c gi¶ mong muèn b¹n ®äc t×m hiÓu vµ ph¸t triÓn réng h¬n c¸c bµi to¸n kh¸c vÒ d·y sè.

<u>VÝ dô 1:</u> XuÊt ph¸t tõ ph¬ng tr×nh

$$(\lambda - 1)(\lambda + 9) = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 + 8\lambda - 9 = 0 \qquad (12.1)$$

ph¬ng tr×nh (12.1) cã thÓ ®îc coi lµ ph¬ng tr×nh ®Æc trng cña mét d·y sè cã quy luËt. Ch¼ng h¹n d·y sè (u_n) ®îc x¸c ®Þnh theo c«ng thøc sau

$$u_{n+2} + 8.u_{n+1} + 9.u_n = 0$$

cã thÓ cho $u_0 = 2, u_1 = -8$. Ta cã thÓ ph¸t biÓu thµnh c¸c bµi to¸n sau

Bµi to¸n 1: Cho d·y sè (x_n) x¸c ®Þnh nh sau

$$\begin{cases} x_{n+2} + 8.x_{n+1} + 9.x_n = 0 \\ x_0 = 2,\ x_1 = -8 \end{cases} \qquad n \in N$$

X¸c ®Þnh c«ng thøc cña x_n

Bµi to¸n 2: Cho d·y sè (x_n) x¸c ®Þnh nh sau

$$\begin{cases} x_{n+2} + 8.x_{n+1} + 9.x_n = 0 \\ x_0 = 2,\ x_1 = -8 \end{cases} \qquad n \in N$$

TÝnh gi¸ trÞ cña biÓu thøc $A = x_{2006} - 5.x_{2007} + 4$

<u>VÝ dô 2:</u> XuÊt ph¸t tõ ph¬ng tr×nh

$$(\lambda - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \qquad (12.2)$$

ph¬ng tr×nh (12.2) cã thÓ ®îc coi lµ ph¬ng tr×nh ®Æc trng cña mét d·y sè cã quy luËt. Ch¼ng h¹n d·y sè (u_n) ®îc x¸c ®Þnh theo c«ng thøc sau

$$u_{n+2} - 2.u_{n+1} + u_n = 2$$

cã thÓ cho $u_0 = 1, u_1 = 0$ khi ®ã vÉn dông thuËt to¸n trªn x¸c ®Þnh ®îc c«ng thøc tæng qu¸t cña d·y sè

$$x_n = (n-1)^2$$

Ta cã thÓ ph¸t biÓu thµnh c¸c bµi to¸n sau

Bµi to¸n 1: X¸c ®Þnh c«ng thøc cña d·y sè (x_n) tho¶ m·n c¸c ®iÒu kiÖn sau

$$\begin{cases} x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 2 \\ x_0 = 1,\ x_1 = 0 \end{cases} \quad n \in N$$

Bµi to¸n 2: Cho d·y sè (x_n) x¸c ®Þnh nh sau

$$\begin{cases} x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 2 \\ x_0 = 1,\ x_1 = 0 \end{cases} \quad n \in N$$

Chøng minh r»ng x_n lµ mét sè chÝnh ph¬ng

Bµi to¸n 3: Cho d·y sè (x_n) x¸c ®Þnh nh sau

$$\begin{cases} x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 2 \\ x_0 = 1,\ x_1 = 0 \end{cases} \quad n \in N$$

X¸c ®Þnh sè tù nhiªn n sao cho

$$x_{n+1} + x_n = 22685$$

2.3 Các biện pháp đã tiến hành để giải quyết vấn đề.

Để thực hiện đề tài này tôi đã tìm đọc rất nhiều tài liệu viết về vấn đề này, nghiên cứu lời giải cho từng dạng toán, lựa chọn bài tập phù hợp với từng nội dung để làm nổi bật được nội dung cần phân tích.

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm.

Trong quá trình thực hiện đề tài với việc cho học sinh lên bảng làm một số bài tập người giáo viên có thể nắm bắt được tình hình tiếp thu bài học. Nhưng để có được sự kết luận toàn diện nên giữa học kì II năm học 2013 – 2014 khi học sinh đã học song các phần liên quan đến nội dung của bài viết này tôi đã cho các lớp 11A1, 11A2 làm bài kiểm tra 45 phút với đề bài tương tự phần khảo sát thực tiễn chỉ thay đổi về mặt số liệu để thuận tiện cho việc đối chiếu so sánh kết quả thu được.

Trong đó lớp 11A1 là lớp thực nghiệm trong quá trình triển khai đề tài còn lớp 11A2 là lớp đối chứng không tham gia trong việc triển khai đề tài.

Sau khi chấm bài kiểm tra tôi thu kết quả với mức điểm được tính phần trăm như sau:

Lớp thực nghiệm 11A1(42 học sinh)
Lớp đối chứng 11A2 (48 học sinh)

Điểm Lớp 1	1 – 2,5 3	3 – 4,5	5 – 6,5	7 – 8,59	9– 10
Lớp 11A1	0%	2%	18%	20%	60%
Lớp 11A2	4%	28%	52%	14%	2%

Căn cứ vào kết quả kiểm tra. Đối chiếu so sánh kết quả làm bài của lớp thực nghiệm và lớp còn lại không được tham gia thực nghiệm ta thấy: Với các nội dung đã trình bày trong bài viết này đã giúp các em học sinh lớp 11 có cái nhìn bao quát về cách giải các bài toán về dãy số thuộc chương trình trung học phổ thông không chuyên giúp các em tự tin hơn khi đứng trước các bài toán về dãy số đồng thời góp phần làm cho học sinh thấy hứng thú hơn nữa với môn Toán vì trong đó thường có các phép thế tuyệt đẹp các suy luận rất rất logic.

3. KẾT LUẬN

3.1. Những bài học kinh nghiệm:

Như đã nêu trên, muốn cho học sinh học tốt hơn đối với môn học này thì người giáo viên phải có một số kỹ năng sau:

* Kỹ năng nêu vấn đề và hướng dẫn học sinh giải quyết vấn đề.

* Kỹ năng giúp học sinh biết tư duy, suy luận logíc.

* Kỹ năng trình bày lời giải.

3.2. Ý nghĩa của sáng kiến kinh nghiệm:

Ý nghĩa của sáng kiến kinh nghiệm là nhằm tạo ra động lực thúc đẩy học sinh tích cực học tập góp phần nâng cao chất lượng giảng dạy của bản thân nói riêng và kết quả giáo dục của nhà trường nói chung.

3.3 Khả năng ứng dụng, triển khai:

Khả năng ứng dụng của sáng kiến kinh nghiệm nối bậc ở phương pháp giảng dạy đó là phương pháp đặt vấn đề và phận tích hướng dẫn học sinh giải quyết vấn đề.

3.4 Những kiến nghị, đề xuất:

Nhằm giúp cho học sinh học tốt hơn với môn học, bản thân có kiến nghị với phòng thiết bị, Ban giám hiệu, Sở giáo dục có kế hoạch mua bổ sung một số tài liệu tham khảo và thường xuyên tổ chức các buổi thảo luận chuyên đề toán học nhằm giúp cho việc giảng dạy của giáo viên được thuận lợi hơn.

Tiên Lữ, ngày 25 tháng 03 năm 2014

Người Viết

Đào Hữu Trang

Tµi liÖu tham kh¶o

1) **Lª §×nh ThÞnh- Lª §×nh §Þnh** , *Ph¬ng ph¸p sai ph©n*. Nhµ xuÊt b¶n §¹i Häc Quèc Gia Hµ Néi 2004

2) *TuyÓn tËp ®Ò thi OLYMPIC 30 – 4 M«n To¸n LÇn thø V***,** Nhµ xuÊt b¶n Gi¸o Dôc

3) *TuyÓn tËp ®Ò thi OLYMPIC 30 – 4 M«n To¸n LÇn thø VII-2002 ,* Nhµ xuÊt b¶n Gi¸o Dôc

4) *T¹p trÝ To¸n Häc vµ Tuæi TrÎ Sè 356 ,* Nhµ xuÊt b¶n Gi¸o Dôc

5) **TrÇn ChÝ HiÕu – NguyÔn Danh Phan** *TuyÓn chän c¸c bµi to¸n PTTH §¹i sè vµ gi¶i tÝch 11,* Nhµ xuÊt b¶n Gi¸o Dôc

6) **NguyÔn V¨n MËu ,** *Mét sè bµi to¸n chän läc vÒ d·y sè* , Nhµ xuÊt b¶n Gi¸o Dôc - 2003