|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****TỈNH BÌNH DƯƠNG****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT****NĂM HỌC 2023-2024****MÔN TOÁN CHUYÊN****Thời gian : 150 phút**  |

**câu 1:** cho biểu thức

A=$\frac{2x+\sqrt{16x}+6}{x+2\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+3}-2$

a, rút gọn biểu thức A

b, tìm tất cả các gía trị x nguyên để A nguyên

**baì 2;** phương trình $x^{2}+2mx-1-2m=0 (m là tham số )$

a, chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm $x\_{1},x\_{2} vơí mọi gía trị m$

b, tìm m để biểu thức P=$\frac{2023(2x\_{1}x\_{2}+1)}{x\_{2}^{2}-2mx\_{2}-1-2m}$ đạt gía trị nhỏ nhất .

**baì 3 :**

a, giaỉ phương trình $4x^{2}+5+\sqrt{3x+1}=13x vơí x thuộc R$

b, cho phương trình ($ax^{2}+bx+c)\left(bx^{2}+cx+a\right)\left(cx^{2}+ax+b\right)=0$

x là ẩn số và a,b,c là các số thực khác 0 và thỏa mãn ac+bc+3ab$\leq 0$ chứng min phương trình đã cho vuông có nghiệm .

**baì 4:** cho tam giác nhọn ABC(AB>AC) nôí tiếp đường tròn (O) . goị D,E lần lượt là chân đường cao hạ từ A,B. goị F là hình chiếu vuông góc của B trên dường thẳng AO

a, chứng minh 4 điểm B,E,D,F là 4 đỉnh của một hình thang cân

b,chứng minh EF đi qua trung điểm của BC

c, goị P là giao điểm thứ 2 của đường thẳng AO vơí đường tròn (O) ,M,N lần lượt là trung điểm của È và CP . tính $\hat{BMN}$

**ĐÁP ÁN CHI TIẾT**

**câu 1: cho biểu thức**

**A=**$\frac{2x+\sqrt{16x}+6}{x+2\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+3}-2$

**a, rút gọn biểu thức A**

**b, tìm tất cả các gía trị x nguyên để A nguyên**

giaỉ

đk : $0\leq x\ne 1$

a, ta có :

A=$\frac{2x+4\sqrt{x}+6+\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)+3\left(\sqrt{x}-1\right)-2(x+2\sqrt{x}+3)}{x+2\sqrt{x}-3}$

=$\frac{2x+4\sqrt{x}+6+x+\sqrt{x}-6+3\sqrt{x}-3-2x-4\sqrt{x}+6}{x+2\sqrt{x}-3}$

=$\frac{x+4\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$

=$\frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$

=$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

vậy A =$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

b, ta biến đôỉ A=$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$=1+$\frac{2}{\sqrt{x}-1}$

để A nguyên thì $\frac{2}{\sqrt{x}-1}phaỉ là số nguyen do đó :$

$\left[\begin{array}{c}\sqrt{x}-1=1\\\sqrt{x}-1=-1\\\sqrt{x}-1=2\\\sqrt{x}-1=-2\end{array}\right.$⬄$\left[\begin{array}{c}\sqrt{x}=2\\\sqrt{x}=0\\\sqrt{x}=3\\\sqrt{x}=-1(vn)\end{array}\right.$

đôí chiếu điều khiện ta thấy x=0,x=4,x=9 đều thỏa mãn .

vậy tất cả các gía trị của x nguyên để A nguyên là ;x=0, x=4, x=9.

**baì 2; phương trình** $x^{2}+2mx-1-2m=0 (m là tham số )$

**a, chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm** $x\_{1},x\_{2} vơí mọi gía trị m$

**b, tìm m để biểu thức P=**$\frac{2023(2x\_{1}x\_{2}+1)}{x\_{2}^{2}-2mx\_{2}-1-2m}$ **đạt gía trị nhỏ nhất .**

giaỉ :

a, ta có $∆^{'}=m^{2}+1+2m=\left(m+1\right)^{2}\geq 0 vơí moị m .$

vậy phương trình luoon có $x\_{1},x\_{2} vơí moị m$

b, vì $x\_{1} là số nghiệm của phương trình đã cho nên ta có $

$$x\_{1}^{2}+2mx\_{1}-1-2m=0<=>x\_{1}^{2}=-2mx\_{1}+1+2m$$

thay vào biểu thức P ta được :

P=$\frac{2023(2x\_{1}x\_{2}+1)}{-2mx\_{1}+1+2m-2mx\_{2}-1-2m}$

=$\frac{2023(2x\_{1}x\_{2}+1)}{-2m(x\_{1}+x\_{2})}$

áp dụng hệt thức vi ét ta có :

$$x\_{1}+x\_{2}=-2m;x\_{1}.x\_{2}=-1-2m$$

thay vào biểu thức P ta được :

P=$\frac{2023(-2-4m+1)}{-2m.(-2m)}=\frac{-2023(4m+1)}{4m^{2}}$

ta thấy m=0 thì P không tồn taị

với m$\ne 0 thì $

P=$\frac{-2023(4m+1)}{4m^{2}}<=>4P.m^{2}+4.2023m+2023=0$ (1)

ta tìm P để phương trình (1) có nghiệm vơí m$\ne 0$

nếu P=0 thì m=-$\frac{1}{4}$

nếu P$\ne 0$ để phương trình (1) có nghiệm vơí m$\ne 0$ thì (do c=2023$\ne 0)$

$$∆^{'}\geq 0<=>(4046)^{2}-4.2023.P\geq 0<=>P\leq 2023$$

ngoaì ra có thể thấy cho m dần về 0 thì P có thể nhân gía trị âm bé tùy ý .

vậy , gía trị nhỏ nhất của P không tồn taị .

**baì 3 :**

**a, giaỉ phương trình** $4x^{2}+5+\sqrt{3x+1}=13x vơí x thuộc R$

**b, cho phương trình (**$ax^{2}+bx+c)\left(bx^{2}+cx+a\right)\left(cx^{2}+ax+b\right)=0$

**x là ẩn số và a,b,c là các số thực khác 0 và thỏa mãn ac+bc+3ab**$\leq 0$ **chứng min phương trình đã cho vuông có nghiệm .**

giaỉ

a, đk : x$\geq -\frac{1}{3}$

cách 1: biến dôỉ phương trình $4x^{2}+5+\sqrt{3x+1}=13x$

⬄$4x^{2}-11x+3-(2x-2-\sqrt{3x+1})=0$

⬄$4x^{2}-11x+3=2x-2-\sqrt{3x+1}$ (1)

nếu $2x-2-\sqrt{3x+1}=0$

⬄$\sqrt{3x+1}=-2x+2$

⬄$\left\{\begin{array}{c}-\frac{1}{3}\leq x\leq 1\\3x+1=4x^{2}-8x+4\end{array}\right.$

⬄$\left\{\begin{array}{c}x\leq 1\\4x^{2}-11x+3=0\end{array}\right.$

⬄$\left[\begin{array}{c}x\leq 1\\\left[\begin{array}{c}x=\frac{11+\sqrt{73}}{8}\\x=\frac{11-\sqrt{73}}{8}\end{array}\right.\end{array}\right.<=>x=\frac{11-\sqrt{73}}{8}$

nghiệm này không thỏa mãn pường trình đã cho nên loaị

nếu $2x-2-\sqrt{3x+1}\ne 0$ . nhân vào hai vế của (1) vơí biểu thức $2x-2-\sqrt{3x+1}\ne 0 ta được :$

(1)⬄$\left(4x^{2}-11x+3\right)\left(2x-2+\sqrt{3x+1}\right)=4x^{2}-11x+3$

⬄$\left(4x^{2}-11x+3\right)\left(2x-3+\sqrt{3x+1}\right)=0$

⬄$\left[\begin{array}{c}4x^{2}-11x+3=0\\\sqrt{3x+1}=3-2x\end{array}\right.$

phương trình $4x^{2}-11x+3=0$ chỉ nhận nghiệm x=$\frac{11+\sqrt{73}}{8} loaị nghiệm x=\frac{11-\sqrt{73}}{8}$ do đang xét $2x-2+\sqrt{3x+1}\ne 0$

phương trình $\sqrt{3x+1}=3-2x$

⬄$\left\{\begin{array}{c}3-2x\geq 0\\3x+1=9-12x+4x^{2}\end{array}\right.$

⬄$\left\{\begin{array}{c}-\frac{1}{3}\leq x\leq \frac{3}{2}\\4x^{2}-15x+8=0\end{array}\right.$

⬄$\left\{\begin{array}{c}-\frac{1}{3}\leq x\leq \frac{3}{2}\\\left[\begin{array}{c}x=\frac{15+\sqrt{97}}{8}\\x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}\end{array}\right.\end{array}\right. <=>x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}$

nghiệm này thỏa mãn nên nhận

tóm laị phương trình có 2 nghiệm x==$\frac{11+\sqrt{73}}{8}$ và $x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}$

cách 2 :

đưa phương trình về

$$(2x-2)^{2}-\left(2x-2\right)=3x+1-\sqrt{3x+1}$$

đặt u =2x-2 , v =$\sqrt{3x+1}\geq 0 phương trình trở thành $

$$u^{2}-u=v^{2}-v<=>\left(u-v\right)\left(u+v-1\right)=0<=>\left[\begin{array}{c}u=v\\u=1-v\end{array}\right.$$

vơí u=v thì

$$\sqrt{3x+1}=2x-2<=>\left\{\begin{array}{c}x\geq 1\\3x+1=4x^{2}-8x+4\end{array}\right.\leq >\frac{11+\sqrt{73}}{8}$$

vơí u=1-v thì

$$\sqrt{3x+1}=3-2x \leq >\left\{\begin{array}{c}x\leq \frac{3}{2}\\3x+1=4x^{2}-12x+9\end{array}\right.\leq >x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}$$

tóm laị phương trình có 2 nghiệm x==$\frac{11+\sqrt{73}}{8}$ và $x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}$

b, xét phương trình ($ax^{2}+bx+c)\left(bx^{2}+cx+a\right)\left(cx^{2}+ax+b\right)=0$

$$<=>\left[\begin{array}{c}ax^{2}+bx+c=0(1)\\bx^{2}+cx+a=0(2)\\cx^{2}+ax+b=0(3)\end{array}\right.$$

xét các biểu thức của các phương trình (1),(2) và (3) ta có :

$$∆\_{1}=b^{2}-4ac,∆\_{2}=c^{2}-4ab;∆\_{3}=a^{2}-4bc$$

xét s=$∆\_{1}+∆\_{2}+∆\_{3}$

=$a^{2}+b^{2}+c^{2}-4(ab+bc+ca)$

=$a^{2}+b^{2}+c^{2}+2ab-2bc-2ca-2(bc+ca+3ab)$

=$(a+b-c)^{2}-2(bc+ca+3ab)$

.$\geq 0$

do đó tồn taị ts nhất một trong các số $∆\_{1}\geq 0;∆\_{2}\geq 0;∆\_{3}\geq 0$

do đó ít nhất một trong các phương trình (1),(2),(3) có nghiệm .

vậy phương trình đã có nghiệm

**baì 4: cho tam giác nhọn ABC(AB>AC) nôí tiếp đường tròn (O) . goị D,E lần lượt là chân đường cao hạ từ A,B. goị F là hình chiếu vuông góc của B trên dường thẳng AO**

**a, chứng minh 4 điểm B,E,D,F là 4 đỉnh của một hình thang cân**

**b,chứng minh EF đi qua trung điểm của BC**

**c, goị P là giao điểm thứ 2 của đường thẳng AO vơí đường tròn (O) ,M,N lần lượt là trung điểm của È và CP . tính** $\hat{BMN}$

****

a, các điểm E,D,F cùng nhìn cạnh AB dươí một góc vuông nếu chúng cùng thuộc đường tròn đường kính AB.

suy ra tứ giác BEDF nôị tiếp

ta có PC\\BE ( cùng vuông vơí AC) .(1)

ta cùng có các tứ giác ABFD và ABPC nội tiếp , suy ra

$$\hat{BAP}=\hat{BCP};\hat{BAP}=\hat{BDF}$$

suy ra $\hat{BCP}=\hat{BDF}$ mà hai góc ở vị trí đồng vị nên suy ra PC\\FD(2)

từ (1) và (2) suy ra BE\\FD nên tứ giác BEDF là hình thang

b, goị I là trung điểm của BC

tam giác BEC vuông taị E có EI là trung tuyến nên EI=IB=IC suy ra $∆EIC cân $

taị I . góc $\hat{BIC} là góc ngoaì đỉnh I của ∆EIC nên \hat{BIC}=2\hat{BCA}(3)$

ta có $\hat{BFO}=\hat{BIO}=90^{°}nên tứ giác BOI nôí tiếp đường tròn đường $kính BO. suy ra

$$\hat{BIF}+\hat{BOF}=180^{°}-\hat{BOA}=180^{°}-2\hat{BCA}(4)$$

cộng vế theo vế (3) và (4) ta được :

$$\hat{BIE}+\hat{BIF}=180^{°}=>E,I,F thẳng hàng $$

c, tứ giác ABPC,ABFE nôí tiếp nên

$$\hat{BEF}=\hat{BIF}=\hat{BCP};\hat{BFE}=180^{°}-\hat{BAC}=\hat{BPC}$$

suy ra $∆BFE\~∆BPC\left(g.g\right)suy ra $

$$\hat{BEM}=\hat{BCN};\frac{BE}{BC}=\frac{EF}{CP}=\frac{EM}{CN}=>∆BEM\~∆MCN(g.c.g)$$

suy ra $\left\{\begin{array}{c}\hat{EBM}=\hat{CBN}\\\frac{BE}{BC}=\frac{BM}{BN}\end{array}\right.=>\left\{\begin{array}{c}\hat{EBC}=\hat{MBN}\\\frac{BE}{BM}=\frac{BC}{BN}\end{array}\right.=>∆EBC\~∆MBN(c.g.c)$

vậy $\hat{BMN}=\hat{BEC}=90^{°}$