**Chủ đề**

3

**TỨ GIÁC NỘI TIẾP**

**CHỨNG MINH CÁC ĐIỂM THUỘC 1 ĐƯỜNG TRÒN**

# **C.** **TỨ GIÁC NỘI TIẾP – CHỨNG MINH CÁC ĐIỂM THUỘC 1 ĐƯỜNG TRÒN**

**MỤC LỤC**

[C. TỨ GIÁC NỘI TIẾP – CHỨNG MINH CÁC ĐIỂM THUỘC 1 ĐƯỜNG TRÒN 1](#_Toc534744412)

[🗁. TỨ GIÁC NỘI TIẾP 2](#_Toc534744413)

[🗁. Lý thuyết 2](#_Toc534744414)

[🗁. Bài tập 4](#_Toc534744415)

[🗁. CHỨNG MINH CÁC ĐIỂM CÙNG THUỘC MỘT ĐƯỜNG TRÒN 11](#_Toc534744416)

[🗁. Lý thuyết 11](#_Toc534744417)

[🗁. Bài tập. 11](#_Toc534744418)

[🗁. BÀI TẬP THAM KHẢO (tự luyện) 14](#_Toc534744419)

[**Dạng 1: Tứ giác có hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn một cạnh dưới góc bằng nhau** 14](#_Toc534744420)

[**Dạng 2: Tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 1800** 16](#_Toc534744421)

[**Dạng 3: Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện** 17](#_Toc534744422)

[**Dạng 4: Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm** 18](#_Toc534744423)

[**Dạng 5: Chứng minh 5 điểm nằm trên một đường tròn** 18](#_Toc534744424)

Trong bài hình học trong đề thi tuyển sinh vào 10, câu a sẽ thường yêu cầu các em chứng minh một tứ giác là tứ giác nội tiếp hoặc chứng minh các điểm cùng thuộc một đường tròn. Đây là một ý dễ trong bài toán nên các em hãy kiếm điểm tối đa từ ý này nhé!

Chủ đề dưới đây đã hệ thống một số biện pháp chứng minh tứ giác là tứ giác nội tiếp mà các em thường gặp. Hãy nắm vững kiến thức đã học trước đó để phục vụ cho lời giải nhé!

*Chúc các em đạt kết quả cao trong học tập!*

# **🗁. TỨ GIÁC NỘI TIẾP**

## **🗁. Lý thuyết**

**1. Định nghĩa** .

Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (*gọi tắt là tứ giác nội tiếp*).

Hình bên :Tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp.

**2. Định lí**. Trong một tứ giác nội tiếp,tổng số đo hai góc đối diện bằng  .

**3. Định lí đảo.** Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng  thì tứ giác đó nội tiếp đường tròn.

**4.** **Một số phương pháp chứng minh tứ giác nội tiếp.**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Phương pháp 1:*** | Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 1800. |
| ***Phương pháp 2:*** | Tứ giác có 4 đỉnh cách đều một điểm (mà ta có thể xác định đư­ợc). Điểm đó là tâm của đ­ường tròn ngoại tiếp tứ giác. |
| ***Phương pháp 3:*** | Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α |
| ***Phương pháp 4:*** | Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện. (tương tự phương pháp 1) |
| ***Phương pháp 5***:  **Định lý Ptoleme** hay **đẳng thức Ptoleme** | **Thuận**: Nếu một tứ giác nội tiếp trong một đường tròn thì tích của hai đường chéo bằng tổng các tích của các cặp cạnh đối diện |
| **Đảo**: Nếu một tứ giác thỏa mãn điều kiện tổng các tích của các cặp cạnh đối diện bằng tích của hai đường chéo thì tứ giác đó nội tiếp một đường tròn. |

**Ví dụ minh họa:**

**Bài 1:** Cho tam giác ABC, 2 đường cao BB’, CC’. Chứng minh tứ giác BCB’C’ nội tiếp.

**Hướng dẫn giải**

**Cách 1: Phương pháp 2:** **Chứng minh 4 đỉnh cách đều 1 điểm**

Gọi O là trung điểm của BC. Xét ΔBB’C có :  (GT)

OB’ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền

⇒ OB’ = OB = OC = r (1)

Xét ΔBC’C có :  (GT)

Tương tự trên ⇒ OC’ = OB = OC = r (2)

Từ (1) và (2) ⇒ B, C’, B’, C ∈ (O; r) ⇒ Tứ giác BC’B’C nội tiếp đường tròn.

**Cách 2: Phương pháp 3: Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lạ dưới một góc bằng nhau là tứ giác nội tiếp.**

Ta có:  (giả thiết) ⇒ .

 (giả thiết) ⇒ .

⇒ B’, C’ cùng nhìn cạnh BC dưới một góc vuông

⇒ B’, C’ nằm trên đường tròn đường kính BC

Hay tứ giác  nội tiếp đường tròn đường kính BC.

**Cách 3: Phương pháp 1 và phương pháp 4: Tứ giác có tổng 2 góc đối bằng  và Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện.**

Ta có:  (giả thiết) ⇒ .

 (giả thiết) ⇒ .

Xét  và  có  và  chung.

Vậy (g-g)  

Xét  và ta có và  chung. Vậy (c-g-c)

 . Tứ giác  có góc ngoài tại đỉnh  bằng góc trong tại đỉnh  . Vậy tứ giác  nội tiếp. (Phương pháp 2)

Để sử dụng theo ***phương pháp 1*** có thể chỉ ra tứ giác  có  nên tứ giác  là tứ giác nội tiếp

## **🗁. Bài tập**

**Bài 1:** Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C) là tiếp điểm. Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M rồi kẻ các đường vuông góc MI, MH, MK xuống các cạnh BC, CA, AB. Gọi giao điểm của BM và IK là P; giao điểm của CM, IH là Q.

1. Chứng minh rằng các tứ giác BIMK, CIMH nội tiếp được;
2. Chứng minh MI2 = MH.MK;
3. Chứng minh tứ giác IPMQ nội tiếp rồi suy ra 

**Hướng dẫn giải**

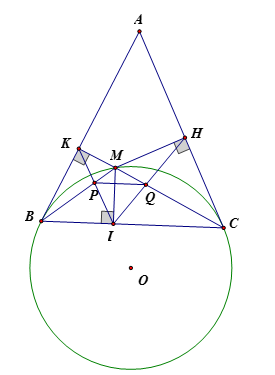
1. \*  suy ra tứ giác *BIMK* nội tiếp. (phương pháp 1)

\*  suy ra tứ giác *CIMH* nội tiếp. (phương pháp 1)

b) Tứ giác BIMK nội tiếp nên  (nội tiếp cùng chắn cung MI); (nội tiếp cùng chắn cung KM) 

Tứ giác CIMK nội tiếp nên (cùng chắn cung MI); (cùng chắn cung MH) 

Xét đường tròn tâm (O) có :  (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung(;  (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung) 

Từ  suy ra 

Do đó 

 .

c) \* Ta có 



Hay 

Suy ra tứ giác MPIQ nội tiếp. (phương pháp 1)

\* Từ đó ta có 

 mà  nên 

**Bài 2:** Cho nửa đường tròn tâm  đường kính  và tia tiếp tuyến  cùng phía với nửa đường tròn đối với . Từ điểm  trên  kẻ tiếp tuyến thứ hai  với nửa đường tròn ( là tiếp điểm). cắt  tại ;  cắt nửa đường tròn  tại  ( khác  ).

a) Chứng minh:  và  là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh MBCD là tứ giác nội tiếp (xem cách giải **Bài 3**)

**Hướng dẫn giải**



Vì  là tiếp tuyến nên: . Tứ giác  có  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MO.

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)(1)

Lại có: ;  (tính chất tiếp tuyến).

Suy ra  là đường trung trực của 

(2).

Từ (1) và (2) suy ra  . Tứ giác có hai đỉnh A, E kề nhau cùng nhìn cạnh MA dưới một góc không đổi. Vậy là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính .

**Bài 3:** Cho nữa đường tròn tâm  đường kính, kẻ tiếp tuyến  và lấy hai điểm  và  thuộc nửa đường tròn. Các tia  và cắt  lần lượt ở , ( ở giữa  và )

1. Chứng minh: .

2. Chứng minh rằng  là tứ giác nội tiếp.

**Hướng dẫn giải**

1)  có  ( nội tiếp chắn nửa đường tròn )  (vì tổng ba góc của một tam giác bằng )(1)

 có  (  là tiếp tuyến ).(vì tổng ba góc của một tam giác bằng ) (2)

Từ (1) và (2) 

2) Tứ giác  nội tiếp .

mà  ( Vì là hai góc kề bù) 

Theo trên ,. Mà  ( Vì là hai góc kề bù) nên , do đó tứ giác  là tứ giác nội tiếp.

**Bài 4:** Cho nửa đường tròn đường kính . Từ điểm  trên nửa đường tròn vẽ . Nửa đường tròn đường kính,  lần lượt có tâm ;  cắt  và  thứ tự tại  và .

a) Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật, từ đó tính  biết  và 

b) Chứng minh tứ giác  nội tiếp đường tròn.

**Hướng dẫn giải**

Ta có (vì góc nội tiếpchắn nửa đường tròn)

Tương tự có 

Xét tứ giác  có hay  là hình chữ nhật.

Từ đó  mà  (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

hay 

b) Ta có: =  (góc có cạnh tương ứng vuông góc) mà  (1)

(Vì  là hình chữ nhật) =>  do  nên tứ giác  nội tiếp đường tròn.

Lưu ý: Có thể hướng dẫn học sinh một cách sử dụng hệ thức lượng và tam giác đồng dạng như sau:

Tam giác AHB vuông tại H, đường cao AH. Ta có 

Tam giác AHC vuông tại H, đường cao AE. Ta có 

Ta có 

Xét tam giác ADE và tam giác ACB có ,  (góc chung)

  mà  nên 

Tứ giác BDEC có  nên tứ giác BDEC nội tiếp đường tròn.

**Bài 5:**

|  |  |
| --- | --- |
| Từ bài toán quen thuộc cho (O,R). Trên nửa mặt phẳng bờ AB kẻ tiếp tuyến Ax và By với (O), lấy N thuộc (O), kẻ tiếp tuyến với (O) tại N cắt Ax tại C, cắt By tại D. Gọi I và K lần lượt là giao điểm của AN và CO, MN và OD. Chứng minh NIOK là hình chữ nhật.  Ta có bài toán sau: |  |

Cho nửa đường tròn tâm  đường kính . Lấy điểm  thuộc đoạn thẳng , điểm  thuộc nửa đường tròn . Từ  và  vẽ các tiếp tuyến  và . Đường thẳng qua N và vuông góc với  cắt  thứ tự tại  và .

a) Chứng minh  và  là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh  đồng dạng với  từ đó suy ra  là tứ giác nội tiếp.



a) Ta có tứ giác  có: (gt)  (tínhchất tiếp tuyến).

  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính . Tương tự tứ giác  nội tiếp đường tròn đường kính.

b)  và  có:

 (do tứ giác  nội tiếp)

 (do tứ giác  nội tiếp ) nên  (g.g)

c) (do  là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn )

Suy ra  . Vậy  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 

**Bài 6:** Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O), M là điểm chính giữa của cung AB. Nối M với D, M với C cắt AB lần lượt ở E và P. Chứng minh tứ giác PEDC nội tiếp được đường tròn.

**Hướng dẫn giải**

Ta có :   (góc có đỉnh nằm bên trong (O))

**A**

**E**

**C**

**O**

**B**

**M**

**P**

**D**

Mà  (góc nội tiếp)

Hay 

Lại có :



Nên : =



Nghĩa là: Tứ giác PEDC có góc ngoài tại đỉnh E bằng góc trong tại đỉnh C. Vậy tứ giác PEDC nội tiếp được đường tròn.

**Bài 7:**  ***Định lý Ptoleme.***

Ta có : Tứ giác ABCD nội tiếp (O)Ta phải chứng minh: AC. BD = AB. DC + AD. BC

**Hướng dẫn giải**

Lấy E ∈ BD sao cho 

**C**

**O**

**B**

**D**

**A**

**E**

⇒  (g. g)

⇒



⇒ AD. BC = AC. DE (1)

Tương tự:  (g. g)

⇒

⇒ BE. AC = CD. AB (2)

Từ (1) và (2) ⇒ AD. BC + AB. CD = AC. DE + EB. AC

⇒ AD. BC + AB. CD = AC. DB (đpcm)

# **🗁. CHỨNG MINH CÁC ĐIỂM CÙNG THUỘC MỘT ĐƯỜNG TRÒN**

## **🗁. Lý thuyết**

Phương pháp: - Chỉ ra khoảng cách từ một điểm tới tất cả các điểm đều bằng nhau.

* Lợi dụng các tam giác vuông có cạnh huyền chung
* Chứng minh các đỉnh của một đa giác cùng nằm trên một đường tròn.
* Sử dụng cung chứa góc.
* Chứng minh các tứ giác nội tiếp.

## **🗁. Bài tập.**

**Bài 1:** Cho hình thoi ABCD có góc A bằng  , AB = a. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh rằng 6 điểm E, F, G, H, B, D cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn đó theo a.

**Hướng dẫn giải**

Gọi O là giao điểm của AC và BD ta có OB = OD

Do ABCD là hình thoi nên ta có  .

Ta có  nên  (tính chất đường chéo hình thoi)

Tam giác ABO vuông tại O có 

Xét tam giác vuông ABO có  ( hai góc phụ nhau) mà suy ra  hay 

 ( tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông và E là trung điểm của AB.

Tam giác EOB là tam giác cân tại E có  nên tam giác EBO là tam giác đều



Chứng minh tương tự với các tam giác vuông BOC, COD và DOA ta có :



Vậy 6 điểm E, F, G, H, B, D cùng nằm trên một đường tròn tâm O. Bán kính 

**Bài 2:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên AC lấy điểm D. Hình chiếu của D lên BC là E, điểm đối xứng của E qua BD là F. Chứng minh 5 điểm A, B, E, D, F cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm O của đường tròn đó.

**Hướng dẫn giải**

Do 

Vì E và F đối xứng với nhau qua BD nên BD là đường trung trực của đoạn thẳng EF



 (c-c-c) 

*Cách 1.*

Gọi O là trung điểm của BD.

Xét tam giác vuông ABD vuông tại A có AO là trung tuyến nên  

Tam giác vuông BDE vuông tại E có OE là trung tuyến nên  

Tam giác vuông BFDvuông tại F có OF là trung tuyến nên 

Từ   . Vậy 5 điểm A, B, E, D, F cùng nằm trên một đường tròn tâm O với O là trung điểm của BC.

Cách 2:

➀ Tứ giác BADE có  nên tứ giác BADE là tứ giác nội tiếp.

Tâm của đường tròn này là trung điểm của BD

➁ Tứ giác BFDE có  nên tứ giác BFDE là tứ giác nội tiếp.

Tâm của đường tròn này là trung điểm của BD

Từ ➀ và ➁ suy ra 5 điểm A, B, E, D, F cùng nằm trên một đường tròn tâm O với O là trung điểm của BC.

**Bài 3:** Từ một điểm A ở ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến AB, AC. Cát tuyến ADE không đi qua tâm O (D nằm giữa A và E). Gọi I là trung điểm của DE.

Chứng minh 5 điểm O,B,A,C,I cùng thuộc một đường tròn.

**Hướng dẫn giải**

Do AC và AB là các tiếp tuyến nên 

Do I là trung điểm của ED nên 

(đường kính đi qua trung điểm của dây thì vuông góc với dây cung)

hay 

Gọi P là trung điểm của OA

Xét tam giác vuông OCA có CP là đường trung tuyến nên 

Xét tam giác vuông OBA có BP là đường trung tuyến nên 

Xét tam giác vuông OIA có IP là đường trung tuyến nên 

Vậy  nên 5 điểm O,B,A,C,I cùng thuộc một đường tròn.

# **🗁. BÀI TẬP THAM KHẢO (tự luyện)**

### **Dạng 1: Tứ giác có hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn một cạnh dưới góc bằng nhau**

**Bài 1**: Cho đường tròn đường kính AB, C là một điểm trên đường kính AB. Trên đường tròn lấy điểm D, gọi M là một điểm chính giữa cung BD. Đường thẳng MC cắt đường tròn tại E, đường thẳng DE cắt AM tại K. Đường thẳng đi qua C và song song với AD cắt DE tại F. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AKCE nội tiếp một đường tròn

b) CK ⊥ AD

c) CF = CB

**Bài 2**: Cho đường tròn tâm O có đường kính BC. Gọi A là một điểm thuộc cung BC ( ); D là điểm thuộc bán kính OC. Đường thẳng vuông góc với BC tại D cắt AC tại E, cắt tia BA tại F.

a) Chứng minh tứ giác ADCF là tứ giác nội tiếp

b) Gọi M là trung điểm của EF. Chứng minh rằng : 

c) Chứng minh rằng AM là tiếp tuyến của đường tròn (O)

d) Tính diện tích hình giới hạn bởi các đoạn thẳng BC, BA và cung nhỏ AC của đường tròn (O) biết BC = 8cm; 

**Bài 3**: Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC, AD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho . Biết BD cắt AE, AF theo thứ tự tại G, H. Chứng minh rằng

a) ADFG; GHFE là các tứ giác nội tiếp

b) Tam giác CGH và tứ giác GHFE có diện tích bằng nhau

**Bài 4**: Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD = AC.

a) Chứng minh rằng 

b) Gọi M là điểm trên cung AC, trên tia đối của tia MB lấy điểm E sao cho ME = MC. Chứng minh rằng bốn điểm B; D; E; C thuộc một đường tròn

**Bài 5**: Trên đường tròn (O) lấy hai điểm B và D. Gọi A là điểm chính giữa cung lớn BD. Các tia AD, AB cắt tiếp tuyến Bx và Dy của đường tròn lần lượt tại N và M. Chứng minh.

1. Tứ giác BDNM nội tiếp đường tròn
2. MN// BD
3. ****

**Bài 6**: Cho tam giác ABC vuông ở A, với AC > AB. Trên AC lấy điểm M, vẽ đường tròn tâm O đường kính MC. Tia BM cắt đường tròn (O) tại D. Đường thẳng qua A và D cắt đường tròn (O) tại S.

1. Chứng minh ABCD là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh 
3. Chứng minh AC là tia phân giác của góc SCB

d) Gọi E là giao điểm của BC với đường tròn (O). Chứng minh rằng các đường thẳng BA, EM, CD đồng quy.

e) Chứng minh DM là tia phân giác của góc ADE

f) Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE

k) Biết bán kính đường tròn (O) là R và . Tính độ dài cung MS.

**Bài 7:** Cho đường tròn (O;R) có AB là đường kính cố định, còn CD kà đường kính thay đổi. Gọi (d) là tiếp tuyến của đường tròn tại B; AC, AD lần lượt cắt (d) tại P, Q.

1. Chứng minh tứ giác CPQD nội tiếp được đường tròn
2. Chứng minh đường trung tuyến AI của tam tam giác AQP vuông góc với DC

c) Khi CD thay đổi thì tâm E của đường tròn ngoại tiếp tam giác CPD chuyển động trên đường nào ?

### **Dạng 2: Tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 1800**

**Bài 1**: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Đường tròn đường kính BC cắt cạnh AB, AC lần lượt tại F; E. Gọi H là giao điểm của BE, CF; D là giao điểm của AH với BC.

1. Chứng minh rằng:

a) Các tứ giác AEHF; AEDB nội tiếp đường tròn

b) AF.AB = AE.AC

2. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng nếu  thì tam giác ABC đều.

**Bài 2**: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn (AC > BC) nội tiếp đường tròn tâm O. Vẽ các tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại A và B, các tiếp tuyến này cắt nhau tại M. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên MC.

1. Chứng minh rằng: MAOH là tứ giác nội tiếp
2. Tia HM là phân giác của góc AHB

c) Qua C kẻ đường thẳng song song với AB cắt các đường thẳng MA, MB lần lượt tại E và F. Nối HE cắt AC tại F, nối HF cắt BC tại Q. Chứng minh rằng PQ//EF.

**Bài 3**: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

1. Chứng minh rằng các tứ giác BFEC, BFHD nội tiếp
2. Chứng minh rằng H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF
3. AD cắt cung BC tại M. Chứng minh rằng tam giác BHM cân.

**Bài 4**: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M thuộc nửa đường tròn, điểm C thuộc đoạn OA. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa M vẽ tiếp tuyến Ax và By. Đường thẳng qua M và vuông góc với MC cắt Ax, By tại P và Q. AM cắt CP tại E; BM cắt CQ tại F.

1. Chứng minh rằng tứ giác APMC nội tiếp.
2. Chứng minh rằng 
3. Chứng minh rằng EF // AB

**Bài 5**: Cho nửa đường tròn đường kính AB. C là một điểm thuộc nửa đường tròn. Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho AD = AB. Trên đoạn AB lấy điểm E sao cho AE = AC; DE cắt BC tại H; AH cắt nửa đường tròn tại K. Chứng minh:

a) 

b) OK ⊥ BC

c) Tứ giác ACHE nội tiếp

d) B, K, D thẳng hàng

### **Dạng 3: Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện**

**Bài 1**: Cho nửa đường tròn đường kính AB = 2R. Kẻ tiếp tuyến Bx với nửa đường tròn. Gọi C, D là hai điểm di động trên đường tròn. Các tia AC, AD cắt Bx lần lượt tại E và F ( F nằm giữa B và E).

1. Chứng minh rằng ΔABF ~ΔBDF
2. Chứng minh tứ giác CEFD nội tiếp được

c) Khi C, D di động trên nửa đường tròn. Chứng minh AC.AE = AD.AF có giá trị không đổi.

d) Cho . Hãy tính diện tích của tứ giác ACDB.

**Bài 2**: Cho tam giác ABC vuông tại A (AB > AC), đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC có chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E, vẽ nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F.

1. Chứng minh tứ giác AFHE là hình chữ nhật
2. Chứng minh BEFC là tứ giác nội tiếp
3. Chứng minh: 

d) Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn.

**Bài 3**: Cho tam giác ABC vuông tại A và một điểm D nằm giữa A và B. Đường tròn đường kính BD cắt BC tại E. Các đường thẳng CD, AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ hai F, G. Chứng minh:

1. Tam giác ABC đồng dạng với tam giác EBD.
2. Tứ giác ADEC và AFBC nội tiếp được
3. AC //FG.
4. Các đường thẳng AC, DE, BF đồng quy.

### **Dạng 4: Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm**

**Bài 1**: Cho hai đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại A và B.Các tiếp tuyến tại A của hai đường tròn (O’); (O) cắt đường tròn (O); (O’) lần lượt tại C và D. Trung trực của AC và trung trực của AD cắt nhau tại S.

1. Tứ giác  là tứ giác gì ? Vì sao? Chứng SB ⊥ AB.
2. Lấy E đối xứng với A qua B. Chứng minh tứ giác ACDE nội tiếp

### **Dạng 5: Chứng minh 5 điểm nằm trên một đường tròn**

**Bài 1**: Từ điểm A bên ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB; AC và cát tuyến AMN. Gọi I là trung điểm của MN.

1. Chứng minh 
2. Chứng minh rằng 5 điểm A, B, I, C, O cùng nằm trên một đường tròn
3. Gọi K là giao điểm của BC và AI. Chứng minh rằng: 

**Bài 2**: Cho ba điểm A, B, C nằm trên đường thẳng xy theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn (O) đi qua hai điểm B và C. Từ điểm A vẽ hai tiếp tuyến AM, AN (M, N thuộc đường tròn). Gọi E là hình chiếu của O trên xy; AO cắt MN tại F.

1. Chứng minh AM2 = AB . AC
2. Chứng minh 5 điểm A, N, O, E, M cùng nằm trên một đường tròn
3. Đường thẳng ME cắt đường tròn (O) tại I. Chứng minh rằng IN // AB

d) Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OEF luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi đường tròn (O) thay đổi.

**Bài 3**: Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AN, AM. Trên nửa mặt phẳng bờ AN không chứa M lấy điểm B sao cho . Đường thẳng BO cắt AN tại D, cắt đường thẳng AM tại C. Đường thẳng BM cắt AN tại K. Gọi I là trung điểm của AC. BI cắt AN tại E. Chứng minh:

1. Năm điểm A, B, N, O, M cùng nằm trên một đường tròn.
2. BD là phân giác của tam giác BKN.
3. DN.AK = AN.DK
4. Tam giác BEN cân

**Bài 4**: Cho hình vuông ABCD và một điểm M trên cạnh BC. Vẽ hình vuông AMPQ sao cho P và Q thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AM không chứa đỉnh B. Chứng minh rằng:

1. Ba điểm Q, C, D thẳng hàng
2. Năm điểm A, M, C, P, Q cùng thuộc một đường tròn
3. điểm P chạy trên một đoạn thẳng cố định khi M chuyển động trên cạnh BC

**Bài 5**: Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC (B và C là tiếp điểm) và cát tuyến AMN (M nằm giữa A và N) với đường tròn . Gọi E là hình chiếu của O trên MN, I là giao điểm thứ hai của đường thẳng CE với đường tròn.

1. Chứng minh rằng năm điểm A, O, E, C, B cùng nằm trên một đường tròn
2. Chứng minh 
3. Chứng minh BI//MN
4. Xác định vị trí của cát tuyến AMN để diện tích tam giác AIN lớn nhất.