**CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG, ĐO XU THẾ TRUNG TÂM**

**13**

**❶. Giáo viên soạn: Thái Phan Minh Huy, FB: Thái Huy;**

**❷. Giáo viên phản Biện: Dương Bảo Quốc FB: Bảo Quốc Dương**

*Dự kiến phân bố tiết*

|  |  |
| --- | --- |
| *Tiết 1* | *Số trung bình và số trung vị* |
| *Tiết 2* | *Tứ phần vị, mốt* |

**I. Mục tiêu**.

***1. Về kiến thức***

+ Lựa chọn và tính được số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu không ghép nhóm: số trung bình cộng (hay số trung bình), trung vị, tứ phân vị, mốt.

+ Giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn.

+ Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.

***2. Về năng lực***

|  |  |
| --- | --- |
| **Năng lực** | **Yêu cầu cần đạt** |
| **NĂNG LỰC ĐẶC THÙ** |
| Năng lực tư duy và lập luận toán học | Học sinh so sánh, phân tích, lập luận để thiết lập công thức tính số trung bình, số trung vị, tứ phân vị, mốt. |
| Năng lực giải quyết vấn đề toán học | HS tiếp nhận vấn đề, phân tích và tìm phương hướng giải quyết cho các vấn đề (bảng số liệu) mà GV đã đưa ra. |
| Năng lực mô hình hóa toán học. | Học sinh khảo sát thực tế và chuyển kết quả khảo sát được về bảng số liệu. |
| - Thiết lập được mô hình Toán học (lập được bảng số liệu). |
| - Xử lý bảng số liệu. |
| - Trả lời bài toán thực tế. |
| Năng lực sử dụng công cụ, Phương tiện Toán học | Học sinh sử dụng máy tính, thước thẳng, thước dây. |
| **NĂNG LỰC CHUNG** |
| Năng lực tự chủ và tự học | Tự giải quyết các bài tập trắc nghiệm ở phần luyện tập và bài tập về nhà. |
| Năng lực giao tiếp và hợp tác | Học sinh tương tác tích cực của các thành viên trong nhóm khi thực hiện nhiệm vụ hợp tác. |
| Học sinh thảo luận nhóm và báo cáo kết quả, nhận xét đánh giá chéo giữa các nhóm. |

**3. Về phẩm chất:**

|  |  |
| --- | --- |
| Trách nhiệm | Có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ. |
| Nhân ái | Có ý thức tôn trọng ý kiến của các thành viên trong nhóm khi hợp tác.  |

**II. Thiết bị dạy học và học liệu**

- Máy chiếu**,** phiếu học tập, giấy màu, giấy A0, bút lông, kéo….

**III. Tiến trình dạy học**.

**1. Hoạt động khởi động**

**a. Mục tiêu:** Ôn tập lại cách tính số trung bình cộng, hình thành khái niệm số trung vị, tứ phân vị, mốt.

**b. Nội dung:** Hai phương pháp học tiếng Anh khác nhau được áp dụng cho hai lớp A và B có trình độ tiếng Anh tương đương nhau. Sau hai tháng, điểm khảo sát Tiếng Anh (thang điểm 10) của hai lớp được cho như hình bên.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 7 | 6 | 3 | 9 |
| 8 | 6 | 7 | 9 | 2 |
| 5 | 7 | 5 | 9 | 8 |
| 8 | 7 | 4 | 3 | 5 |
| 5 | 4 | 5 | 7 | 7 |

Lớp A |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | 7 | 6 | 4 | 7 |
| 9 | 3 | 8 | 7 | 5 |
| 5 | 6 | 8 | 7 | 4 |
| 5 | 3 | 10 | 7 | 9 |
| 6 | 7 | 6 | 7 | 5 |

Lớp B |

Quan sát hai mẫu số liệu trên, ta có thể đánh giá được phương pháp học tập nào hiệu quả hơn không?

**c. Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

**d. Tổ chức thực hiện**

**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:**

**-** Giáo viên chia lớp thành 4 nhóm.

**-** Giáo viên nêu bảng số liệu kèm câu hỏi, gọi học sinh trả lời.

***Bước 2:*** ***Thực hiện nhiệm vụ:***

**-** Các đội giơ tay trả lời các câu hỏi của giáo viên đưa ra.

***Bước 3: Báo cáo, thảo luận:***

**-** Đội nào có câu trả lời thì giơ tay, đội nào giơ tay trước thì trả lời trước.

***Bước 4: Kết luận, nhận định:***

**-** Giáo viên nhận xét câu trả lời của các đội và chọn đội thắng cuộc.

**-** Giáo viên dẫn dắt vào bài mới

**2. Hoạt động hình thành kiến thức**

**2.1. HTKT1: SỐ TRUNG BÌNH**

**a. Mục tiêu:**

- Tính được số trung bình cho mẫu số liệu không ghép nhóm.

- Giải thích được ý nghĩa và vai trò của số trung bình của mẫu số liệu trong thực tiễn.

- Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của số trung bình của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.

**b. Nội dung:** Quan sát hai mẫu số liệu sau (điểm khảo sát Tiếng Anh (thang điểm 10) của hai lớp A và B).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 7 | 6 | 3 | 9 |
| 8 | 6 | 7 | 9 | 2 |
| 5 | 7 | 5 | 9 | 8 |
| 8 | 7 | 4 | 3 | 5 |
| 5 | 4 | 5 | 7 | 7 |

Lớp A |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | 7 | 6 | 4 | 7 |
| 9 | 3 | 8 | 7 | 5 |
| 5 | 6 | 8 | 7 | 4 |
| 5 | 3 | 10 | 7 | 9 |
| 6 | 7 | 6 | 7 | 5 |

Lớp B |

**H1:** Tính trung bình cộng điểm khảo sát Tiếng Anh của mỗi lớp A và B.

**H2:** Dựa trên điểm trung bình, hãy cho biết phương pháp học tập nào hiệu quả hơn.

**c. Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

**H1:** Điểm trung bình của lớp A làvà điểm trung bình của lớp B là.

**H2:** Vì  nên phương pháp học tập của lớp B hiệu quả hơn.

**d) Tổ chức thực hiện:** *(kĩ thuật phòng tranh).*

***Bước 1: Giao nhiệm vụ:***

● Giáo viên chia lớp làm 4 nhóm.

● Giáo viên yêu cầu học sinh thảo luận theo nhóm

***Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:***

● Học sinh thảo luận và phân công nhau cùng viết các kiến thức trên phiếu học tập theo hoạt động cá nhân, sau đó thống nhất trong tổ để ghi ra kết quả của nhóm vào tờ A0.

● Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

***Bước 3: Báo cáo, thảo luận:***

● Giáo viên cho đại diện một nhóm đứng lên trình bày các nhóm còn lại nhận xét góp ý.

● Học sinhCác nhóm thống nhất nội dung

***Bước 4: Kết luận, nhận định:***

● Giáo viên nhận xét các nhóm: Quan sát hoạt động của các nhóm và đánh giá thông qua bảng kiểm.

**Bảng kiểm**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Yêu cầu** | **Có** | **Không** | **Đánh giá năng lực** |
| Tự giác, chủ động trong hoạt động nhóm |  |  | Giao tiếp |
| Bố trí thời gian hợp lí |  |  |
| Hoàn thành hoạt động nhóm đúng hạn |  |  |
| Thảo luận và đóng góp ý kiến của các thành viên |  |  |

Giáo viên chốt:

|  |
| --- |
| Số trung bình (số trung bình cộng) của mẫu số liệu , kí hiệu là , được tính bằng công thức:  |

**Chú ý.** Trong trường hợp mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số thì số trung bình được tính theo công thức:



Trong đó  là tần số của giá trị  và .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ví dụ 1.** Thống kê số cuốn sách mỗi bạn tronglớp đã đọc trong năm 2021, An thu được kết quả như bảng bên. Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách? |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Số cuốn sách | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Số bạn | 3 | 5 | 15 | 10 | 7 |

 |

**Lời giải:**

Số bạn trong lớp là (bạn).

Trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc số cuốn sách là:

 (cuốn).

**Ý nghĩa.** Số trung bình là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để dại diện cho mẫu số liệu.

**Luyện tập 1.** Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li  của các bạn trong lớp (đơn vị giây):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Thời gian** | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| **Số bạn** | 5 | 7 | 10 | 8 | 6 |

Hãy tính thời gian chạy trung bình cự li  của các bạn trong lớp.

**Lời giải:**

Thời gian chạy trung bình cự li  của các bạn trong lớp là

 .

**2.2. HTKT2: SỐ TRUNG VỊ**

**a. Mục tiêu:**

- Tìm được số trung vị cho mẫu số liệu không ghép nhóm.

- Giải thích được ý nghĩa và vai trò của số trung vị của mẫu số liệu trong thực tiễn.

- Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của số trung vị của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.

**b. Nội dung:**

**H3:** Một công ty nhỏ gồm 1 giám đốc và 5 nhân viên, thu nhập mỗi tháng của giám đốc là 20 triệu đồng, của nhân viên là 4 triệu đồng.

a) Tính thu nhập trung bình của các thành viên trong công ty.

b) Thu nhập trung bình có phản ánh đúng thu nhập của nhân viên công ty không?

**c. Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

a) Thu nhập trung bình của các thành viên trong công ty là:

 triệu.

b) Thu nhập trung bình không phản ánh đúng thu nhập của nhân viên công ty.

**d) Tổ chức thực hiện:** *(Kĩ thuật khăn trải bàn).*



***Bước 1: Giao nhiệm vụ:***

**-** GV chia lớp thành 4 nhóm.

**-** Giáo viên trình chiếu câu hỏi thảo luận.

Một công ty nhỏ gồm 1 giám đốc và 5 nhân viên, thu nhập mỗi tháng của giám đốc là 20 triệu đồng, của nhân viên là 4 triệu đồng.

a) Tính thu nhập trung bình của các thành viên trong công ty.

b) Thu nhập trung bình có phản ánh đúng thu nhập của nhân viên công ty không?

**-** HS thảo luận và phân công nhau cùng viết các kiến thức trên phiếu học tập theo hoạt động cá nhân, sau đó thống nhất trong nhóm để ghi ra kết quả của nhóm vào phiếu học tập.

***Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:***

**-** Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

***Bước 3: Báo cáo, thảo luận:*** HS treo phiếu học tập tại vị trí của nhóm và báo cáo.

***Bước 4: Kết luận, nhận định:***

**-** Gv nhận xét các nhóm.

**Đánh giá hoạt động này bằng BẢNG KIỂM** vào thời điểm hoàn thành nội dung, tại lớp học.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **NỘI DUNG** | **TIÊU CHÍ** | **XÁC NHẬN** |
| Có  | Không  |
| Tính số trung bình | Tính chính xác số trung bình |  |  |
| Nhận xét thu nhập trung bình | Nhận xét số trung bình không phù hợp để đo xu thế trung tâm trong mẫu này. |  |  |
| Phẩm chất | Các thành viên hỗ trợ lẫn nhau trong hoạt động nhóm |  |  |
| Phẩm chất | Nộp đúng thời hạn giáo viên yêu cầu |  |  |

**-** Giáo viên chốt:

|  |
| --- |
| Để tìm trung vị của một mẫu số liệu, ta thực hiện như sau: * Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
* Nếu số giá trị của mẫu số liệu là số lẻ thì giá trị chính giữa của mẫu là trung vị. Nếu là số chẵn thì trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa của mẫu.
 |

 Hãy tìm trung vị của mẫu số liệuvề lương của giám đốc và nhân viên công ty được cho trong HĐ3.

**Ví dụ 2.**

**Giải**

Để tìm trung vị của mẫu số liệu trên, ta làm như sau:

* Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm:



* Dãy trên có hai giá trị chính giữa cùng bằng 4. Vậy trung vị của mẫu số liệu cũng bằng 4.

Trong mẫu số liệu được sắp xếp trên, số phần tử ở bên trái trung vị và số phần tử ở bên phải trung vị bằng nhau và bằng 3. Lương của giám đốc cao hơn hẳn số trung bình, đây chính là *giá trị bất thường*. Nếu ta thay lương của giám đốc là 30; 40; 50; … (triệu đồng) thì trung vị vẫn không thay đổi trong khi số trung bình sẽ thay đổi.

**Ý nghĩa.** Trung vị là giá trị chia đôi mẫu số liệu, nghĩa là trong mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm thì giá trị trung vị ở vị trí chính giữa. Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường trong khi số trung bình bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường.

**Luyện tập 2.** Chiều dài (đơn vị feet) của 7 con cá voi trưởng thành được cho như sau:



Tìm số trung bình và trung vị của mẫu số liệu trên. Trong hai số đó, số nào phù hợp hơn để đại diện cho chiều dài của 7 con cá voi trưởng thành này?

**Lời giải:**

+ Chiều dài trung bình của 7 con cá voi trưởng thành là  (feet).

+ Sắp thứ tự dãy số liệu thành dãy không giảm: 

Trung vị của dãy số là số .

Trong hai số trên, số trung vị phù hợp hơn để đại diện cho chiều dài của 7 con cá voi trưởng thành này.

**2.3. HTKT3: TỨ PHÂN VỊ**

**a. Mục tiêu:**

- Tìm được tứ phân vị cho mẫu số liệu không ghép nhóm.

- Giải thích được ý nghĩa và vai trò của tứ phân vị của mẫu số liệu trong thực tiễn.

- Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của tứ phân vị của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.

**b. Nội dung:**

**H4:** Điểm (thang điểm 100) của 12 thí sinh cao điểm nhất trong cuộc thi như sau:



Ban tổ chức muốn trao các giải Nhất, Nhì, Ba, Tư cho các thí sinh này, mỗi giải trao cho  số thí sinh (3 thí sinh).

Em hãy giúp ban tổ chức xác định các ngưỡng điểm để phân loại thí sinh.

**c. Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

Sắp thứ tự các số liệu trên thành dãy không giảm



Giải nhất dành cho các thí sinh đạt trên  điểm.

Giải nhì dành cho các thí sinh đạt trên  và dưới  điểm.

Giải ba dành cho các thí sinh đạt trên  và dưới  điểm.

Giải tư dành cho các thí sinh đạt trên  và dưới  điểm.

**d) Tổ chức thực hiện:** *(Kĩ thuật khăn trải bàn).*



***Bước 1: Giao nhiệm vụ:***

**-** GV chia lớp thành 4 nhóm.

**-** Giáo viên trình chiếu câu hỏi thảo luận.

**-** HS thảo luận và phân công nhau cùng viết các kiến thức trên phiếu học tập theo hoạt động cá nhân, sau đó thống nhất trong nhóm để ghi ra kết quả của nhóm vào phiếu học tập.

***Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:***

**-** Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

***Bước 3: báo cáo, thảo luận:*** HS treo phiếu học tập tại vị trí của nhóm và báo cáo.

***Bước 4: kết luận, nhận định:***

**-** Gv nhận xét các nhóm.

**Đánh giá hoạt động này bằng RUBRIC** vào thời điểm hoàn thành nội dung, tại lớp học.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **NỘI DUNG** | **TIÊU CHÍ** | **XÁC NHẬN** |
| **Mức 1** | **Mức 2** | **Mức 3** | **Mức 4** |
| Kết quả tính | Kết quả tính tương đối chính xác | Xác định không đúng ngưỡng điểm nào. | Xác định đúng 1 ngưỡng điểm. | Xác định đúng 2 ngưỡng điểm. | Xác định đúng 3 ngưỡng điểm. |
| Phẩm chất | Các thành viên hỗ trợ lẫn nhau trong hoạt động nhóm | Không hỗ trợ lẫn nhau. | Có hỗ trợ. | Hỗ trợ tốt. | Hỗ trợ tích cực và sôi nổi. |
| Phẩm chất | Hoàn thành đúng thời gian yêu cầu | Không hoàn thành | hoàn thành trễ. | Hoàn thành đúng thời gian. | Hoàn thành sớm hơn thời gian dự định. |

**-** Giáo viên chốt:

|  |  |
| --- | --- |
| Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có  giá trị, ta làm như sau:* Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
* Tìm trung vị. Giá trị này là .
* Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái  (không bao gồm  nếu  lẻ). Giá trị này là .
* Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải  (không bao gồm  nếu  lẻ). Giá trị này là .

 được gọi là các tứ phân vị của mẫu số liệu. | A picture containing diagram  Description automatically generated*Hình 5.3b* |

Chú ý.  được gọi là tứ phân vị thứ nhất hay tứ phân vị dưới,  được gọi là tứ phân vị thứ ba hay tứ phân vị trên.

|  |  |
| --- | --- |
| **Ý nghĩa.** Các điểm  chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thành bốn phần, mỗi phần đều chứa  giá trị (hình 5.3a). | Diagram  Description automatically generated*Hình 5.3a. Các tứ phân vị* |

**Ví dụ 3.** Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, ) trong 100 g một số loại ngũ cốc được

cho như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 340 | 70 | 140 | 200 | 180 | 210 | 150 | 100 | 130 |
| 140 | 180 | 190 | 160 | 290 | 50 | 220 | 180 | 200 | 210. |

Hãy tìm các tứ phân vị. Các phân vị này cho ta thông tin gì?

**Lời giải:**

* Sắp xếp các giá trị này theo thứ tự tăng dần:



* Vì  là số chẵn nên  là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa:

.

* Ta tìm  là trung vị của nửa số liệu bên trái :

.

và ta tìm được .

* Ta tìm  là trung vị của nửa số liệu bên phải :

.

và tìm được .



*Hình 5.4. Hình ảnh về sự phân bố của mẫu số liệu*

Các tứ phân vị cho ta hình ảnh phân bố của mẫu số liệu. Khoảng cách từ  đến  là 45 trong khi khoảng cách từ  đến  là 25. Điều này cho thấy mẫu số liệu tập trung mật độ cao ở bên phải  và mật độ thấp ở bên trái  (H.5.4).

**Luyện tập 3.** Bảng sau đây cho biết số lần học tiếng Anh trên Internet trong một tuần của một số

học sinh lớp 10:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Số lần** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Số học sinh** | 2 | 4 | 6 | 12 | 8 | 3 |

Hãy tìm các tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

**Lời giải:**

* Vì  là số lẻ nên trung vị là số thứ 18: .
* Bên trái  có 17 số liệu nên trung vị của nửa này là số thứ 9: .
* Bên phải  có 17 số liệu nên trung vị của nửa này là số thứ 27: .

**2.4. HTKT4: MỐT**

**a. Mục tiêu:**

- Tìm được mốt của mẫu số liệu không ghép nhóm.

- Giải thích được ý nghĩa và vai trò của mốt của mẫu số liệu trong thực tiễn.

- Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của mốt của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.

**b. Nội dung:**

Một của hàng giày thể thao đã thống kê cỡ giày của một số khách hàng nam được chọn ngẫu

nhiên cho kết quả như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 38 | 39 | 39 | 38 | 40 | 41 | 39 | 39 | 38 | 39 | 39 | 39 | 40 | 39 | 39 |

1. Tính cỡ giày trung bình. Số trung bình này có ý nghĩa gì với cửa hàng không?
2. Cửa hàng nên nhập cỡ giày nào với số lượng nhiều nhất?

**c. Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

Bảng thống kê cỡ giày của một số khách hàng nam

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Cỡ giày** | 38 | 39 | 40 | 41 |
| **Số lượng** | 3 | 9 | 2 | 1 |

a) Cỡ giày trung bình là

.

 Số trung bình này không có ý nghĩa với cửa hàng.

 b) Cửa hàng nên nhập cỡ giày số 39 với số lượng nhiều nhất.

**d) Tổ chức thực hiện:** *(kĩ thuật phòng tranh).*

***Bước 1: Giao nhiệm vụ:***

● Giáo viên chia lớp làm 4 nhóm.

● Giáo viên yêu cầu học sinh thảo luận theo nhóm câu hỏi?

***Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:***

● Học sinh thảo luận và phân công nhau cùng viết các kiến thức trên phiếu học tập theo hoạt động cá nhân, sau đó thống nhất trong tổ để ghi ra kết quả của nhóm vào tờ A0.

● Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

***Bước 3: Báo cáo, thảo luận:***

● Giáo viên cho đại diện một nhóm đứng lên trình bày các nhóm còn lại nhận xét góp ý.

● Học sinhCác nhóm thống nhất nội dung

***Bước 4: Kết luận, nhận định:***

● Giáo viên nhận xét các nhóm: Quan sát hoạt động của các nhóm và đánh giá thông qua bảng kiểm.

Đánh giá hoạt động này bằng **BẢNG KIỂM** vào thời điểm hoàn thành nội dung, tại lớp học.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **NỘI DUNG** | **TIÊU CHÍ** | **XÁC NHẬN** |
| Có  | Không  |
| Áp dụng công thức | Áp dụng công thức tính đúng được kết quả |  |  |
| Kết quả tính | Kết quả tính tương đối chính xác |  |  |
| Nêu ý nghĩa | Nêu ý nghĩa một cách tương đối. |  |  |
| Lựa chọn cỡ giày cần nhập | Lựa chọn tương đối chính xác. |  |  |
| Phẩm chất | Các thành viên hỗ trợ lẫn nhau trong hoạt động nhóm |  |  |
| Phẩm chất | Hoàn thành đúng thời gian yêu cầu |  |  |

Giáo viên chốt:

Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất.

Ý nghĩa. Có thể dùng mốt để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu khi mẫu số liệu có nhiều giá trị trùng nhau.

**Ví dụ 4.** Thời gian truy cập Internet (đơn vị giờ) trong một ngày của một học sinh lớp 10 được cho

ư sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  0  | 0 | 1 | 1 | 1 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |

Tìm mốt cho số liệu này.

**Lời giải:**

 Vì số học sinh truy cập Internet 1 giờ mỗi ngày là lớn nhất (có 3 học sinh) nên mốt là 1.

**Nhận xét.**

* Mốt có thể không là duy nhất. Chẳng hạn, với mẫu số liệu

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 | 7 | 10 | 9 | 7 | 5 | 7 | 8 | 8 |

các số ; đều xuất hiện với số lần lớn nhất (3 lần) nên mẫu số liệu này có hai mốt là 7 và 8.

* Khi các giá trị trong mẫu số liệu xuất hiện với tần số như nhau thì mẫu số liệu không có mốt.
* Mốt còn được định nghĩa cho mẫu dữ liệu định tính (dữ liệu không phải là số). Ví dụ báo Tuổi trẻ đã thực hiện thăm dò ý kiến của bạn đọc với câu hỏi ‘ Theo bạn, VFF nên chọn huấn luyện viên ngoại hay nội dẫn dắt đội tuyển bóng đá nam Việt Nam?”.

Tại thời điểm 21 giờ ngày 27-4-2021 kết quả bình chọn như sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Lựa chọn** | Huấn luyện viên nội | Huấn luyện viên ngoại | Ý kiến khác |
| **Số lượt bình chọn** | 1 897 | 3 781 | 747 |

Trong mẫu dữ liệu này, lựa chọn “huấn luyện viên ngoại” có nhiều người bình chọn nhất, được gọi là *mốt*.

**Vận dụng** Hãy tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho các mẫu số liệu về điểm khảo

sát của lớp A và lớp B ở đầu bài học để phân tích và so sánh hiệu quả học tập ở hai phương pháp này.

**Lời giải:**

Lớp A:

Số trung bình là .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Trung vị là 6.

Mốt là 7.

Tứ phân vị .

Lớp B:

Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Trung vị là  .

Mốt là 7

Tứ phân vị .

Phương pháp lớp B hiệu quả hơn, chất lượng học tập đồng đều hơn.

**3. Hoạt động 3: Luyện tập**

**a) Mục tiêu:**

**-** Góp phần hình thành và phát triển năng lực giao tiếp thông qua việc học sinh trao đổi, nhận xét, khả năng hợp tác và làm việc nhóm.

**-** Củng cố kiến thức đã học trong bài, luyện tập các dạng toán cơ bản.

**b) Nội dung:**

**-** Giáo viên chuẩn bị sẵn phiếu học tập để giao nhiệm vụ cho các nhóm.

**Bài toán 1:** Điểm điều tra về chất lượng sản phẩm mới (thang điểm 100) như sau

80 65 51 48 45 61 30 35 84 83 60 58 75

72 68 39 41 54 61 72 75 72 61 50 65

a) Tính số điểm trung bình cộng của của chất lượng sản phẩm mới.

b) Tìm các tứ phân vị

**Bài toán 2:**

a) Điều tra tiền lương hàng tháng của 30 công nhân của một xưởng may, ta có bảng phân bố tần số sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tiền lương (nghìn đồng) | 300 | 500 | 700 | 800 | 900 | 1000 | Cộng |
| Tần số | 3 | 5 | 6 | 5 | 6 | 5 | 30 |

Tìm mốt của bảng phân bố trên. Nêu ý nghĩa của kết quả đã tìm được.

b) Tiền lương hàng tháng của 7 nhân viên trong một công ti du lịch là: 650, 840, 690, 720, 2500, 670, 3000 (đơn vị: nghìn đồng).

Tìm số trung vị của các số liệu thống kê trên. Nêu ý nghĩa của kết quả tìm được.

**-** Học sinh hoạt động theo nhóm hoàn thành nhiệm vụ.

**c) Sản phẩm:**

**Bài toán 1:**

Sắp xếp lại số liệu trên theo thứ tự tăng dần của điểm số

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm | 30 | 35 | 39 | 41 | 45 | 48 | 50 | 51 | 54 | 58 | 60 | 61 | 65 | 68 | 72 | 75 | 80 | 83 | 87 |
| Tần số | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |

a) Ta có:



b) Ta có:  là số lẻ nên số trung vị đứng ở vị trí thứ .

Do đó số trung vị là: .

Tứ phân vị dưới .

**Bài toán 2:**

a) Có hai mốt là: nghìn đồng; nghìn đồng.

Kết quả vừa thu được cho thấy rằng số công nhân nhận tiền lương 700 nghìn đồng và 900 nghìn đồng là nhiều nhất.

b) Tiền lương hàng tháng của 7 nhân viên xếp theo thứ tự tăng dần là: 650, 670, 690, 720, 840, 2500, 3000.

Số trung vị là: nghìn đồng.

Tiền lương 720 nghìn đồng là số tiền lương đại diện cho 7 nhân viên.

**d) Tổ chức thực hiện: (***học sinh hoạt động nhóm).*

***Bước 1: Giao nhiệm vụ:***

Giáo viên chia lớp thành 4 nhóm, mỗi nhóm 10 đến 12 học sinh, phát phiếu học tập cho các nhóm. Thời gian cho các nhóm thảo luận là 4 phút.

Nhóm 1,3: Làm bài tập 1

Nhóm 2,4: Làm bài tập 2

***Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:***

- Học sinh thảo luận theo nhóm, nhóm trưởng chỉ đạo thư ký tổng hợp nội dung thảo luận lên phiếu học tập của nhóm.

- Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

***Bước 3: báo cáo, thảo luận:***

**-** Các nhóm khác nhận xét, phản biện và chấm điểm lời giải.

***Bước 4: kết luận, nhận định:***

**-** Giáo viên chốt và nhận xét hoạt động của học sinh: trình bày có khoa học không? Học sinh thuyết trình có tốt không? Học sinh giải đáp thắc mắc câu hỏi của các bạn khác có hợp lí không? Có lỗi sai về kiến thức không?

**BÀI TẬP**

**5.7.** Tìm số trung bình, trung vị, mốt và tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu sau đây:

a) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

1. Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng):

.

1. Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp:

.

**Lời giải:**

a) Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Trung vị là  .

Số 8 xuất hiện nhiều nhất nên mốt là .

Tứ phân vị .

b) Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: .

Trung vị là  .

Mốt là  .

Tứ phân vị .

c) Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: .

Trung vị là  .

Mốt là  .

Tứ phân vị .

 **5.8.** Hãy chọn số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mỗi mẫu số liệu sau. Giải thích và tính giá trị của số đặc trưng đó.

a) Số mặt trăng đã biết của các hành tinh:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Hành tinh** | Thuỷ tinh | Kim tinh | Trái Đất | Hoả tinh | Mộc tinh | Thổ tinh | Thiên Vương tinh | Hải Vương tinh |
| **Số mặt trăng** | 0 | 0 | 1 | 2 | 63 | 34 | 27 | 13 |

*(*Theo *NASA)*

b) Số đường chuyền thành công trong một trận đấu của một số cầu thủ bóng đá:

.

c) Chỉ số IQ của một nhóm học sinh: .

d) Các sai số trong phép đo: .

**Lời giải:**

1. Chọn số đặc trưng là tứ phân vị, vì các số liệu không đồng đều nhau, nhiều số liệu trong mẫu chênh lệch lớn so với trung vị.

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Tứ phân vị .

1. Chọn số đặc trưng là số trung bình, các giá trị không lặp lại.

Số trung bình là  .

1. Chọn số đặc trưng là trung bình, vì các số liệu gần nhau.Số trung bình là:.
2. Chọn số đặc trưng là trung vị, vì có số 42 lớn bất thường. Trung vị là 15.

**5.9.** Số lượng học sinh giỏi Quốc gia năm học 2018 - 2019 của 10 trường Trung học phổ thông được cho như sau: .

a) Tìm số trung bình, mốt, các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Giải thích tạo sao tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau.

**Lời giải:**

1. Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Số 0 xuất hiện nhiều nhất nên mốt là .

Tứ phân vị .

1. Tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau do mẫu có 10 số liệu mà số 0 đã xuất hiện 7 lần.

**4. Hoạt động 4: Vận dụng.**

**a) Mục tiêu:** Góp phần hình thành và phát triển năng lực mô hình hóa toán học thông qua việc tìm vị trí điểm đặt trụ đỡ để thanh đòn ở trạng thái cân bằng.

**b) Nội dung:**

**5.10.** Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sân vận động** | Cẩm phả | Thiên Trường | Hàng Đẫy | Thanh Hoá | Mỹ Đình |
| **Chỗ ngồi** | 20 120 | 21 315 | 23 405 | 20 120 | 37 546 |

(Theo *vov.vn*)

Các giá trị số trung bình, trung vị, mốt bị ảnh hưởng như thế nào nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vân động Quốc gia Mỹ Đình?

**c) Sản phẩm:**

Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

 mốt là  .

Trung vị .

Nếu bỏ số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình

Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

 mốt là  .

Trung vị .

Vậy nếu bỏ số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình thì mốt giữ nguyên, số trung bình và trung vị sẽ thay đổi.

**d) Tổ chức thực hiện:**

***Bước 1: Giao nhiệm vụ:*** GV giao nhiệm vụ cho HS như mục Nội dung và yêu cầu nghiêm túc thực hiện.

***Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:*** HS thực hiện nhiệm vụ tại lớp sau khi đã nắm được khái niệm số trung bình, trung vị, tứ phần vị, mốt.

***Bước 3: báo cáo, thảo luận:*** Học sinh nộp vở bài làm của mình cho giáo viên.

***Bước 4: kết luận, nhận định:***

**-** GV chọn một số HS nộp bài; nhận xét (và có thể cho điểm cộng – đánh giá quá trình)

**-** GV tổng hợp từ một số bài nộp của HS và nhận xét, đánh giá chung để các HS khác tự xem lại bài của mình.

**-** Thông qua bảng kiểm: Đánh giá kết quả học tập thông qua bảng kiểm

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Yêu cầu** | **Có** | **Không** | **Đánh giá năng lực**  |
| Học sinh có tự giác làm bài tập |  |  | Tự học, tự chủ |
| Có giải quyết được vấn đề  |  |  | Giải quyết vấn đề |
| Xác định điểm  đặt ở đâu |  |  |

**PHỤ LỤC**

**I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

**1.** Số trung bình (số trung bình cộng) của mẫu số liệu , kí hiệu là , được tính bằng công thức: .

2. Để tìm trung vị của một mẫu số liệu, ta thực hiện như sau:

● Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.

● Nếu số giá trị của mẫu số liệu là số lẻ thì giá trị chính giữa của mẫu là trung vị. Nếu là số chẵn thì trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa của mẫu.

3. Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có  giá trị, ta làm như sau:

* Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
* Tìm trung vị. Giá trị này là .
* Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái  (không bao gồm  nếu  lẻ). Giá trị này là .
* Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải  (không bao gồm  nếu  lẻ). Giá trị này là .

 được gọi là các tứ phân vị của mẫu số liệu.

4. Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất.

**II. PHIẾU BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (10 BÀI TẬP BỔ SUNG)**

\* Nhận biết

**Câu 1.** Cho dãy số liệu thống kê . Số trung bình cộng của dãy số liệu trên là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

Trung bình cộng của dãy số liệu đã cho là:

.

**Câu 2.** Cho mẫu số liệu thống kê . Số trung bình của mẫu số liệu trên là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A.**

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

.

**Câu 3.** Thời gian chạy  của  học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (giây) |  |  |  |  |  |
| Tần số |  |  |  |  |  |

Số trung bình cộng thời gian chạy của học sinh là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Số trung bình cộng thời gian chạy của học sinh là

.

**Câu 4.** Cho mẫu số liệu thống kê . Số trung bình của mẫu số liệu trên là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Số trung bình của mẫu số liệu trên là: .

**Câu 5.** Điểm thi toán cuối năm của một nhóm gồm 7 học sinh lớp 11 là

1; 3; 4; 5; 7; 8; 9. Số trung vị của dãy số liệu đã cho là

**A.** 6. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

**Lời giải**

Mẫu số liệu đã cho có 7 phần tử, đã sắp theo thứ tự không giảm. Nên số trung vị là số đứng giữa dãy. Vậy số trung vị là 5.

**Câu 6.** Cho bảng thống số liệu thông kê điểm kiểm tra  tiết môn Toán của  học sinh như sau :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Cộng |
| Số học sinh | 2 | 3 | 7 | 18 | 3 | 2 | 4 | 1 | 40 |

Số trung vị  và mốt  của bảng số liệu thống kê trên là

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo công thức trung vị đối với  chẵn thì ta có:

Số đứng vị trí  là 6 và số đứng vị trí  là  .

Vậy số trung vị .

 do số điểm  có tần suất suất hiện nhiều nhất là  lần .

**Câu 7.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng số liệu sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Sản lượng | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |  |
| Tần số | 5 | 8 | 11 | 10 | 6 |  |

Sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là

**A. **tạ. **B. **tạ. **C. **tạ. **D. **tạ.

**Lời giải**

**Chọn A.**

**Câu 8.** Các giá trị xuất hiện nhiều nhất trong mẫu số liệu được gọi là

**A.** mốt. **B.** số trung bình. **C.** số trung vị. **D.** độ lệch chuẩn.

**Lời giải**

**Chọn A.**

**Câu 9.** Bảng phân phối thực nghiệm đo chiều cao của 50 cây lim.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |  |
|  | 6 | 7 | 10 | 10 | 9 | 8 | 50 |

a) Tính chiều cao trung bình của 50 cây lim.

**A.** 11,16. **B.** 11,26. **C.** 11,23. **D.** 11,6.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Chiều cao trung bình của 50 cây lim là: .

b) Tính trung vị và mốt của mẫu số liệu trên.

**A.** 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 14.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Kích thước mẫu là 50 là chẵn nên trung vị là trung bình cộng ở hai vị trí 25 và 26. Ta có

. Giá trị có tần số lớn nhất là 11 và 12 . Mẫu số liệu có hai mốt là .

**ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Mức độ** | ***Nhận biết*** | ***Thông hiểu*** |
| **Câu** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9a** | **9b** |
| **Đáp án** | **D** | **A** | **D** | **D** | **D** | **C** | **A** | **A** | **D** | **B** |

**III. PHIẾU BÀI TẬP TỰ LUẬN (06 BÀI TẬP BỔ SUNG- mức vận dụng):**

**Bài 1.** Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 111 | 112 | 112 | 113 | 114 | 114 | 115 | 114 | 115 | 116 |
| 112 | 113 | 113 | 114 | 115 | 114 | 116 | 117 | 113 | 115 |

a) Lập bảng phân bố tần số - tần suất.

b) Tìm số trung bình, trung vị, mốt.

**Lời giải**

a) Bảng phân bố tần số - tần suất:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Giá trị *x* | Tần số  | Tần suất (%) |
| 111 | 1 | 5 |
| 112 | 3 | 15 |
| 113 | 4 | 20 |
| 114 | 5 | 25 |
| 115 | 4 | 20 |
| 116 | 2 | 10 |
| 117 | 1 | 5 |
|  |   | 100 |

b) Số trung bình là

 .

Sắp xếp bảng theo thứ tự không giảm.

Do kích thước mẫu  là một số chẵn nên số trung vị là trung bình cộng của hai giá trị đứng thứ  và . Đó là giá trị 114 và 114.

Vậy  .

Do vậy giá trị 114 có tần số lớn nhất là 5 nên ta có  .

**Bài 2.** Có tài liệu về tuổi nghề của công nhân hai tổ trong một xí nghiệp cơ khí như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tổ I | 2 | 2 | 5 | 7 | 9 | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 | 12 |
| Tổ II | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 7 | 7 | 8 |  |

Trong mỗi tổ, tính tuổi nghề bình quân, số mốt và số trung vị?

**Lời giải**

+) Tổ I

Tuổi nghề bình quân của các công nhân .

Mẫu số liệu có 11 phần tử nên số trung vị là .

Giá trị có tần số lớn nhất là 9. Vậy mốt .

+) Tổ II

Tuổi nghề bình quân là .

Mẫu số liệu có 10 phần tử nên số trung vị là  .

Giá trị có tần số lớn nhất là 4. Vậy mốt .

**Bài 3.**  Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |  |
| Tần số | 1 | 1 | 3 | 5 | 8 | 13 | 19 | 24 | 14 | 10 | 2 |   |

a) Tìm mốt, số trung vị.

b) Tìm số trung bình.

**Lời giải**

a) Ta có giá trị có tần số lớn nhất: 

Kích thước mẫu là số chẵn nên số trung vị là trung bình cộng hai số đứng giữa.

Vậy .

b) Ta có số trung bình cộng là 

**Bài 4.** Một nhà nghiên cứu ghi lại tuổi của 30 bệnh nhân. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 21 | 17 | 20 | 18 | 20 | 17 | 15 | 13 | 15 | 20 |
| 15 | 12 | 18 | 17 | 15 | 16 | 21 | 15 | 12 | 18 |
| 16 | 20 | 14 | 18 | 19 | 13 | 16 | 19 | 18 | 17 |

a) Lập bảng phân bố tần số - tần suất.

b) Tính số trung bình.

c) Tìm mốt.

**Lời giải**

a) Bảng phân bố tần số - tần suất

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tuổi của bệnh nhân | Tần số (*n*) | Tần suất (%) |
| 12 | 2 | 6,67 |
| 13 | 2 | 6,67 |
| 14 | 1 | 3,33 |
| 15 | 5 | 16,67 |
| 16 | 3 | 10 |
| 17 | 4 | 13,33 |
| 18 | 5 | 16,67 |
| 19 | 2 | 6,67 |
| 20 | 4 | 13,33 |
| 21 | 2 | 6,67 |
|  |   | 100% |

b) Ta có số trung bình  .

c) Trong bảng trên ta thấy giá trị có tần số lớn nhất là 15 và 18.

Vậy mẫu số liệu có hai mốt 

**Bài 5.** Cho mẫu số liệu gồm bốn số tự nhiên khác nhau và khác 0, biết số trung bình là 6 và số trung vị là 5. Tìm các giá trị của mẫu số liệu đó sao cho hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

Giả sử các giá trị của mẫu số liệu là *a, b, c, d* với .

Ta có .

Mà  nên  .

Ta có 

+) Nếu  thì , mà .

Khi đó các giá trị của mẫu số liệu là  .

+) Nếu  thì , mà  thì 

Khi đó có hai mẫu số liệu thỏa đề bài có giá trị là 1; 3; 7; 13 và 2; 3; 7; 12.

+) Nếu  thì  , mà  thì 

Khi đó có ba mẫu số liệu thỏa đề bài có giá trị là (1;4;6;13),  và .

Suy ra với mẫu số liệu có các giá trị là 3; 4; 6; 11 thì hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu đạt giá trị nhỏ nhất.