# Chuyên đề 10. Phương trình và hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn

**TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

**I**

1. **Phương trình bậc nhất hai ẩn**

Dạng  ,  không đồng thời bằng không.

Nghiệm của phương trình là cặp số  sao cho 

Phương trình  có vô số nghiệm, tập nghiệm của nó biểu diễn bởi đường thẳng 

Nếu  và  thì công thức nghiệm là:  hoặc 

Khi đó đường thẳng (d) cắt cả hai trục tọa độ

Nếu  thì công thức nghiệm là:  và 

Nếu  thì công thức nghiệm là:  và 

1. **Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn**

**Dạng **

Nghiệm của hệ phương trình là cặp số  sao cho ****

1. **Quy tắc thế**

Qui tắc thế dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương.

Quy tắc thế gồm hai bước sau:

**Bước 1:** Từ một phương trình của hệ đã cho (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

**Bước 2:** Dùng phương trình mới để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ (và giữ nguyên phương trình thứ nhất) ta được hệ mới tương đương với hệ phương trình đã cho.

1. **Quy tắc cộng đại số**

Quy tắc cộng đại số dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương. Quy tắc cộng đại số gồm hai bước:

**Bước 1:** Cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ phương trình đã cho để được một phương trình mới.

**Bước 2:** Dùng phương trình mới ấy thay thế cho một trong hai phương trình của hệ (và giữ nguyên phương trình kia) ta được hệ phương trình mới tương đương với hệ đã cho.

**CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

**II**

**Phương pháp 1. Phương pháp thế**

Phương pháp

**1**

**Bước 1.** Rút x hoặc y từ một phương trình của hệ phương trình, thay vào phương trình còn lại, ta được phương trình mới chỉ còn một ẩn.

**Bước 2.** Giải phương trình một ẩn vừa có, rồi từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Ví dụ minh họa

**2**

1. Tìm các chữ số  sao cho 

**Lời giải**

Ta thấy 45 = 5.9 mà (5 ; 9) = 1.

Để thì  và 

**Phương pháp 2. Phương pháp cộng đại số**

Phương pháp

**1**

**Bước 1:** Nhân các vế của hai phương trình với số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.

**Bước 2:** Sử dụng quy tắc cộng đại số để được hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình mà hệ số của một trong hai ẩn bằng 0 (tức là phương trình một ẩn).

**Bước 3:** Giải phương trình một ẩn vừa thu được rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

Ví dụ minh họa

**2**

1. Chứng minh rằng
2. Tích của 2 số nguyên liên tiếp luôn chia hết cho 2
3. Tích của 3 số nguyên liên tiếp chia hết cho 6.

**Lời giải**

a) Trong 2 số nguyên liên tiếp bao giờ cũng có 1 số chẵn ⇒ Số chẵn đó chia hết cho 2.

Vậy tích của 2 số nguyên liên tiếp luôn chia hết cho 2.

Bài tập tương tự

**3**

1. Chứng minh rằng

a. n(n + 1) (2n + 1) 6

b. n5 - 5n3 + 4n 120 Với ∀ n ∈ N

**Lời giải**

a. n(n + 1)(2n + 1) = n(n + 1) [(n - 1) + (n + 2)]

**Phương pháp 3. Phướng pháp Cramer (định thức)**

Phương pháp

**1**

Để chứng minh , ta có thể phân tích  chứa thừa số  hoặc phân tích thành các thừa số mà các thừa số đó chia hết cho các thừa số của k.

**Ghi nhớ**

* + 
  + 
  + ***Hệ quả:***

 với 

 với  lẻ,

Ví dụ minh họa

**2**

1. Chứng minh rằng: Với ,  là số tự nhiên chẵn thì 

**Lời giải**

Ta có  

Bài tập tương tự

**3**

1. Chứng minh rằng: Với ,  là số tự nhiên chẵn thì 

**Lời giải**

Ta thấy 232 = 17.19 mà (17;19) = 1 ta chứng minh

A 17 và A 19 ta có A = (20n - 3n) + (16n - 1) có 20n - 3n = (20 - 3)M 17M

**CÁC DẠNG TOÁN**

**III**

**Dạng 1. Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn**

Phương pháp

**1**

Có thể sử dụng 1 trong bốn phương pháp đã nêu ở mục 2.

Ví dụ minh họa

**2**

1. Chứng minh rằng

a) 251 - 1 chia hết cho 7  b) 270 + 370 chia hết cho 13

c) 1719 + 1917 chi hết cho 18 d) 3663 - 1 chia hết cho 7 nhưng không chia hết cho 37

e) 24n -1 chia hết cho 15 với n∈ N

**Lời giải**

a) 251 - 1 = (23)17 - 1  23 - 1 = 7

Bài tập tự luyện

**3**

1. Chứng minh rằng:

a) a5 – a chia hết cho 5

b) n3 + 6n2 + 8n chia hết cho 48 với mọi n chẵn

c) Cho a l à số nguyên tố lớn hơn 3. Cmr a2 – 1 chia hết cho 24

d) Nếu a + b + c chia hết cho 6 thì a3 + b3 + c3 chia hết cho 6

e) 20092010 không chia hết cho 2010

f) n2 + 7n + 22 không chia hết cho 9

**Dạng 2. Giải toán bằng cách lập hệ phương trình**

Phương pháp

**1**

Để giải bài toán bằng cách lập hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ta làm theo ba bước sau:

**Bước 1:** Lập hệ phương trình

- Chọn hai ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho chúng

- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết

- Lập hai phương trình biểu thị mỗi quan hệ giữa các đại lượng.

**Bước 2:** Giải hệ phương trình nói trên.

**Bước 3:** Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thích hợp với bài toán và kết luận.

☺ Chú ý:

Quãng đường = vận tốc × thời gian

Khối lượng công việc = năng suất lao động × thời gian

Ví dụ minh họa

**2**

1. Tìm số dư khi chia 2100

a) cho 9, b) cho 25, c) cho 125

**Lời giải**

a) Luỹ thừa của 2 sát với bội của 9 là 23 = 8 = 9 - 1

Ta có : 2100 = 2. (23)33 = 2.(9 - 1)33 = 2.[B(9) - 1] = B(9) - 2 = B(9) + 7

Vậy: 2100 chia cho 9 thì dư 7

b) Tương tự ta có: 2100 = (210)10 = 102410 = [B(25) - 1]10 = B(25) + 1

Vậy: 2100 chia chop 25 thì dư 1

c)Sử dụng công thức Niutơn:

2100 = (5 - 1)50 = (550 - 5. 549 + … + . 52 - 50 . 5 ) + 1

Không kể phần hệ số của khai triển Niutơn thì 48 số hạng đầu đã chứa thừa số 5 với số mũ lớn hơn hoặc bằng 3 nên đều chia hết cho 53 = 125, hai số hạng tiếp theo: . 52 - 50.5 cũng chia hết cho 125 , số hạng cuối cùng là 1

Vậy: 2100 = B(125) + 1 nên chia cho 125 thì dư 1

Bài tập tự luyện

**3**

1. Viết số 19951995 thành tổng của các số tự nhiên . Tổng các lập phương đó chia cho 6 thì dư bao nhiêu?

**Lời giải**

Đặt 19951995 = a = a1 + a2 + …+ an.

Gọi  =  + a - a

= (a1 3 - a1) + (a2 3 - a2) + …+ (an 3 - an) + a

Mỗi dấu ngoặc đều chia hết cho 6 vì mỗi dấu ngoặc là tích của ba số tự nhiên liên tiếp. Chỉ cần tìm số dư khi chia a cho 6

1995 là số lẻ chia hết cho 3, nên a củng là số lẻ chia hết cho 3, do đó chia cho 6 dư 3

1. Tìm ba chữ số tận cùng của 2100 viết trong hệ thập phân

**Lời giải**

Tìm 3 chữ số tận cùng là tìm số dư của phép chia 2100 cho 1000

Trước hết ta tìm số dư của phép chia 2100 cho 125

Vận dụng bài 1 ta có 2100 = B(125) + 1 mà 2100 là số chẵn nên 3 chữ số tận cùng của nó chỉ có thể là 126, 376, 626 hoặc 876

Hiển nhiên 2100 chia hết cho 8 vì 2100 = 1625 chi hết cho 8 nên ba chữ số tận cùng của nó chia hết cho 8

trong các số 126, 376, 626 hoặc 876 chỉ có 376 chia hết cho 8

Vậy: 2100 viết trong hệ thập phân có ba chữ số tận cùng là 376

Tổng quát: Nếu n là số chẵn không chia hết cho 5 thì 3 chữ số tận cùng của nó là 376

1. Tìm số dư trong phép chia các số sau cho 7

a) 2222 + 5555 b)31993

c) 19921993 + 19941995 d)

**Lời giải**

a) ta có: 2222 + 5555 = (21 + 1)22 + (56 – 1)55 = (BS 7 +1)22 + (BS 7 – 1)55

= BS 7 + 1 + BS 7 - 1 = BS 7 nên 2222 + 5555 chia 7 dư 0

b) Luỹ thừa của 3 sát với bội của 7 là 33 = BS 7 – 1

Ta thấy 1993 = BS 6 + 1 = 6k + 1, do đó:

31993= 3 6k + 1 = 3.(33)2k = 3(BS 7 – 1)2k = 3(BS 7 + 1) = BS 7 + 3

c) Ta thấy 1995 chia hết cho 7, do đó:

19921993 + 19941995 = (BS 7 – 3)1993 + (BS 7 – 1)1995 = BS 7 – 31993 + BS 7 – 1

Theo câu b ta có 31993 = BS 7 + 3 nên

19921993 + 19941995 = BS 7 – (BS 7 + 3) – 1 = BS 7 – 4 nên chia cho 7 thì dư 3

d)  = 32860 = 33k + 1 = 3.33k = 3(BS 7 – 1) = BS 7 – 3 nên chia cho 7 thì dư 4

1. Tìm số d ư khi:

a) 21994 cho 7

b) 31998 + 51998 cho 13

c) A = 13 + 23 + 33 + ...+ 993 chia cho B = 1 + 2 + 3 + ... + 99

**Dạng 3. Tìm điều kiện để xảy ra quan hệ chia hết**

Phương pháp

**1**

Giả sử tìm  sao cho .

Biến đổi điều kiện  (với  là số tự nhiên không phụ thuộc ), từ đó tìm . Thử lại các giá trị tìm được của  để có .

☺ Chú ý:

Ví dụ minh họa

**2**

a) Tìm số nguyên dương  sao cho  chia hết cho .

b) Tìm số nguyên  để  chia hết cho 

**Lời giải**

a) Giả sử  khi đó 

Vì  nên  suy ra .

Với  thì  Vậy .

b) Giả sử  khi đó 

Bài 98.

1. Tìm số nguyên dương  thỏa điều kiện 

**Lời giải**

Ta có : 

Ta có 

Vì  nên  và  nên .

Vậy  là ước dương của 30 và  chia cho 3 dư 0 hoặc 1.

Suy ra 

Trong các giá trị trên chỉ có  thỏa điều kiện bài toán.

Bài tập tự luyện

**3**

a) Tìm n  N để n5 + 1 chia hết cho n3 + 1

b) Giải bài toán trên nếu n  Z

**Lời giải**

Ta có: n5 + 1  n3 + 1  n2(n3 + 1) - (n2 - 1)  n3 + 1  (n + 1)(n - 1)  n3 + 1

 (n + 1)(n - 1)  (n + 1)(n2 - n + 1)  n - 1  n2 - n + 1 (Vì n + 1  0)

a) Nếu n = 1 thì 0 1

Nếu n > 1 thì n - 1 < n(n - 1) + 1 < n2 - n + 1 nên không thể xẩy ra n - 1  n2 - n + 1

Vậy giá trụ của n tìm được là n = 1

b) n - 1  n2 - n + 1  n(n - 1)  n2 - n + 1  (n2 - n + 1 ) - 1  n2 - n + 1

 1  n2 - n + 1. Có hai trường hợp xẩy ra:

+ n2 - n + 1 = 1  n(n - 1) = 0  (Tm đề bài)

+ n2 - n + 1 = -1  n2 - n + 2 = 0 (Vô nghiệm)

**Bài 3:** Tìm số nguyên n sao cho:

a) n2 + 2n - 4  11 b) 2n3 + n2 + 7n + 1  2n - 1

c) n4 - 2n3 + 2n2 - 2n + 1  n4 - 1 d) n3 - n2 + 2n + 7  n2 + 1

Giải

a) Tách n2 + 2n - 4 thành tổng hai hạng tử trong đó có một hạng tử là B(11)

n2 + 2n - 4  11  (n2 - 2n - 15) + 11  11 (n - 3)(n + 5) + 11  11

 (n - 3)(n + 5)  11

b) 2n3 + n2 + 7n + 1 = (n2 + n + 4) (2n - 1) + 5

Để 2n3 + n2 + 7n + 1  2n - 1 thì 5  2n - 1 hay 2n - 1 là Ư(5) 

Vậy: n  thì 2n3 + n2 + 7n + 1  2n - 1

c) n4 - 2n3 + 2n2 - 2n + 1  n4 - 1

Đặt A = n4 - 2n3 + 2n2 - 2n + 1 = (n4 - n3) - (n3 - n2) + (n2 - n) - (n - 1)

= n3(n - 1) - n2(n - 1) + n(n - 1) - (n - 1) = (n - 1) (n3 - n2 + n - 1) = (n - 1)2(n2 + 1)

B = n4 - 1 = (n - 1)(n + 1)(n2 + 1)

A chia hết cho b nên n   1  A chia hết cho B  n - 1  n + 1  (n + 1) - 2  n + 1

 2  n + 1  

Vậy: n   thì n4 - 2n3 + 2n2 - 2n + 1  n4 - 1

d) Chia n3 - n2 + 2n + 7 cho n2 + 1 được thương là n - 1, dư n + 8

Để n3 - n2 + 2n + 7  n2 + 1 thì n + 8  n2 + 1  (n + 8)(n - 8)  n2 + 1 65  n2 + 1

Lần lượt cho n2 + 1 bằng 1; 5; 13; 65 ta được n bằng 0; 2; 8

Thử lại ta có n = 0; n = 2; n = 8 (T/m)

Vậy: n3 - n2 + 2n + 7  n2 + 1 khi n = 0, n = 8

**Bài tập về nhà:**

Tìm số nguyên n để:

a) n3 – 2 chia hết cho n – 2

b) n3 – 3n2 – 3n – 1 chia hết cho n2 + n + 1

c)5n – 2n chia hết cho 63

**Dạng 4: Tồn tại hay không tồn tại sự chia hết**

**Bài 1:** Tìm n  N sao cho 2n – 1 chia hết cho 7

Giải

Nếu n = 3k ( k  N) thì 2n – 1 = 23k – 1 = 8k - 1 chia hết cho 7

Nếu n = 3k + 1 ( k  N) thì 2n – 1 = 23k + 1  – 1 = 2(23k – 1) + 1 = BS 7 + 1

Nếu n = 3k + 2 ( k  N) thì 2n – 1 = 23k + 2  – 1 = 4(23k – 1) + 3 = BS 7 + 3

V ậy: 2n – 1 chia hết cho 7 khi n = BS 3

**Bài 2:** Tìm n  N để:

a) 3n – 1 chia hết cho 8

b) A = 32n + 3 + 24n + 1 chia hết cho 25

c) 5n – 2n chia hết cho 9

Giải

a) Khi n = 2k (k N) thì 3n – 1 = 32k – 1 = 9k – 1 chia hết cho 9 – 1 = 8

Khi n = 2k + 1 (k N) thì 3n – 1 = 32k + 1  – 1 = 3. (9k – 1 ) + 2 = BS 8 + 2

Vậy : 3n – 1 chia hết cho 8 khi n = 2k (k N)

b) A = 32n + 3 + 24n + 1 = 27 . 32n + 2.24n = (25 + 2) 32n + 2.24n = 25. 32n + 2.32n  + 2.24n

= BS 25 + 2(9n + 16n)

Nếu n = 2k +1(k N) thì 9n + 16n = 92k + 1 + 162k + 1 chia hết cho 9 + 16 = 25

Nếu n = 2k (k N) thì 9n có chữ số tận cùng bằng 1 , còn 16n có chữ số tận cùng bằng 6

suy ra 2((9n + 16n) có chữ số tận cùng bằng 4 nên A không chia hết cho 5 nên không chia hết cho 25

c) Nếu n = 3k (k N) thì 5n – 2n = 53k – 23k chia hết cho 53 – 23 = 117 nên chia hết cho 9

Nếu n = 3k + 1 thì 5n – 2n = 5.53k – 2.23k = 5(53k – 23k) + 3. 23k = BS 9 + 3. 8k

= BS 9 + 3(BS 9 – 1)k = BS 9 + BS 9 + 3

Tương tự: nếu n = 3k + 2 thì 5n – 2n không chia hết cho 9

Các bài toán thi

**4**

*(ít nhất 5 bài, nhiều nhất 10 bài có giải chi tiết)*