

CHỦ ĐỀ 8. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Ngoài các trường hợp bằng nhau đã biết của hai tam giác vuông, còn có trường hợp bằng nhau theo cạnh huyền - cạnh góc vuông.
- Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

Phương pháp giải:

- Xét hai tam giác vuông.
- Kiểm tra các điều kiện bằng nhau của hai tam giác vuông (ưu tiên nhìn cạnh trước).
- Kết luận hai tam giác bằng nhau.

1A. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa A lần lượt vẽ các tia Bx, Cy sao cho $Bx \perp BA$ và $Cy \perp CA$. Gọi D là giao điểm của các tia Bx và Cy. Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$.

1B. Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Chứng minh $\triangle AHB = \triangle AHC$.

2A. Cho góc xOy. Tia Oz là tia phân giác góc xOy. Lấy điểm A thuộc tia Oz ($A \neq O$). Kẻ AB vuông góc với Ox, AC vuông góc với Oy ($B \in Ox, C \in Oy$). Chứng minh $\triangle OAB = \triangle OAC$.

2B. Cho tam giác ABC. Tia phân giác góc BAC cắt cạnh BC tại điểm D. Kẻ DM vuông góc với AB, DN vuông góc với AC ($M \in AB, N \in AC$). Chứng minh $\triangle ADM = \triangle ADN$.

Dạng 2. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau

Phương pháp giải:

- Chọn hai tam giác vuông có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) cần chứng minh bằng nhau.
- Tìm thêm hai điều kiện bằng nhau, trong đó có một điều kiện về cạnh, để kết luận hai tam giác bằng nhau.
- Suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.

3A. Cho góc xOy, Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OA = OB$. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với Ox, qua B kẻ đường thẳng vuông góc với Oy, chúng cắt nhau ở M Chứng minh:

a) $MA = MB$

b) OM là tia phân giác góc xOy.

1.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

3B. Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Chứng minh:

a) $HB = HC$;

b) $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$.

4A. Cho tam giác ABC. Các tia phân giác của góc B và C cắt nhau ở I. Kẻ $ID \perp AB$ ($D \in AB$) kẻ $IE \perp AC$ ($E \in AC$) và kẻ $IF \perp BC$ ($F \in BC$). Chứng minh:

a) $ID = IF$ và $IE = IF$;

b) AI là tia phân giác của góc A.

4B. Cho tam giác ABC cân tại A ($\angle A < 90^\circ$). Kẻ BH vuông góc với AC, CK vuông góc với AB ($H \in AC, K \in AB$).

a) Chứng minh $AH = AK$

b) Gọi I là giao điểm của BH và CK. Chứng minh AI là tia phân giác của góc A.

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

5. Cho tam giác DEF cân tại D. Kẻ $DH \perp EF$ ($H \in EF$).

a) Chứng minh $\widehat{HDE} = \widehat{HDF}$

b) Kẻ $HM \perp DE$ ($M \in DE$) và $HN \perp DF$ ($N \in DF$). Chứng minh $HM = HN$.

c) Chứng minh $\triangle HME = \triangle HNF$.

6. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lần lượt lấy các điểm M, N (M nằm giữa B và N) sao cho $BM = CN$. Kẻ $MH \perp AB$ ($H \in AB$) và $NK \perp AC$ ($K \in AC$). Chứng minh:

a) $\triangle MHB = \triangle NKC$; b) $AH = AK$; c) $\triangle AMN$ cân ở A

7. Cho tam. giác ABC vuông tại A. Tia phân giác góc B cắt cạnh AC tại điểm M. Kẻ $MD \perp BC$ ($D \in BC$).

a) Chứng minh $BA = BD$.

b) Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng DM và BA. Chứng minh $\triangle ABC = \triangle DBE$.

c) Kẻ $DH \perp MC$ ($H \in MC$) và $AK \perp ME$ ($K \in ME$). Gọi N là giao điểm của hai tia DH và AK. Chứng minh MN là tia phân giác góc HMK.

d) Chứng minh ba điểm B, M, N thẳng hàng.

8. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm M, trên tia đối tia của tia CB lấy điểm N sao cho $BM = CN$.

a) Chứng minh tam giác AMN cân.

b) Kẻ $BE \perp AM$ ($E \in AM$), $CF \perp AN$ ($F \in AN$). Chứng minh $\triangle BME = \triangle CNF$.

c) EB và FC kéo dài cắt nhau tại O. Chứng minh AO là tia phân giác của góc MAN.

d) Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với AM, qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AN, chúng cắt nhau ở H. Chứng minh ba điểm A, O, H thẳng hàng.

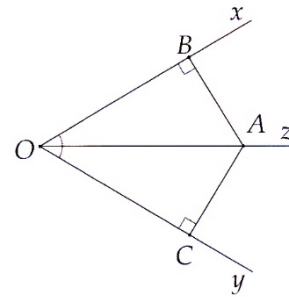
HƯỚNG DẪN

2. Đường tuy gần không đi sẽ không đến - Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên



1A. Do tam giác ABC cân tại A nên $AB = AC$,
từ đó $\triangle ABD = \triangle ACD$ (cạnh huyền - cạnh góc
vuông).

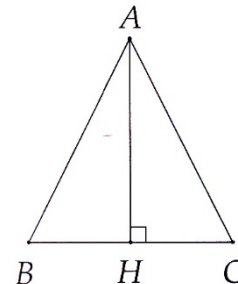
1B. Làm tương tự **1A**, chứng minh được
 $\triangle AHB = \triangle AHC$ (cạnh huyền - cạnh góc
vuông)



2A. Do Oz là tia phân giác $\angle xOy$ nên

$\angle BOZ = \angle COZ$, từ đó $\triangle OAB = \triangle OAC$ (cạnh
huyền - góc nhọn).

2B. Làm tương tự **2A**, chứng minh được
 $\triangle ADM = \triangle ADN$ (cạnh huyền - góc nhọn).

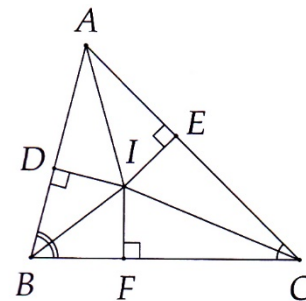


3A. Chứng minh được $\triangle OAM = \triangle OMB$
(cạnh huyền - cạnh góc vuông)
từ đó $\Rightarrow$ ĐPCM.

3B. Chứng minh được $\triangle AHB = \triangle AHC$
(cạnh huyền - cạnh góc vuông)
từ đó $\Rightarrow$ ĐPCM.

4A. a) Chứng minh được $\triangle BID = \triangle BIF$ và
 $\triangle CIE = \triangle CIF$ (cạnh huyền - cạnh góc nhọn),
từ đó $ID = IF = IE$.

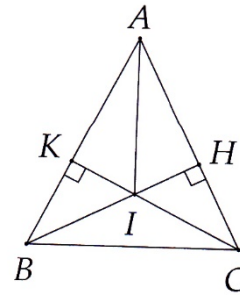
b) Từ kết quả câu a) chứng minh được
 $\triangle AID = \triangle AIE$ (cạnh huyền - cạnh góc
vuông) $\Rightarrow$ ĐPCM.



3.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

4B. a) Chú ý $AB = AC$, từ đó chứng minh được $\triangle AHB = \triangle AKC$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow AH = AK$

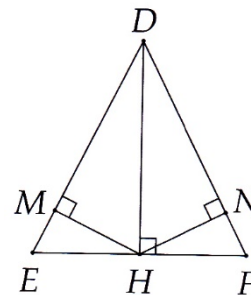
b) Từ kết quả câu a) chứng minh được $\triangle AIK = \triangle AIH$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông) $\Rightarrow \triangle PCM$.



5. Ta có $\triangle DHE = \triangle DHF$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

b) Từ kết quả câu a) $\angle HDE = \angle HDF$ (góc tương ứng).

c) Từ kết quả câu b) chứng minh được $\triangle DHM = \triangle DHN$ (cạnh huyền - góc nhọn), từ đó $HM = HN$.

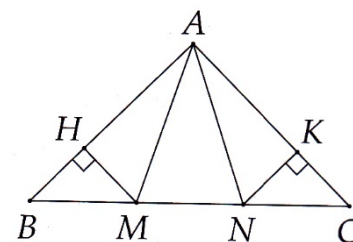


6. a) Chú ý $\angle HBM = \angle KCN$, ta có

$\triangle MHB = \triangle NKC$ (cạnh huyền - góc nhọn)

b) Từ kết quả câu a) ta có $BH = CK$,
mà $AB = AC$ suy ra $AH = AK$.

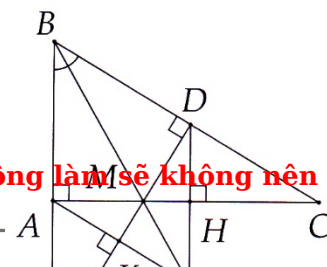
c) Chú ý $MH = NK \Rightarrow \triangle AHM = \triangle AKN$ (c-g-c)
suy ra $AM = AN$ (ĐPCM).



7. Ta có $\triangle BMA = \triangle BMD$ (cạnh huyền - góc nhọn), từ đó $BA = BD$.

b) Từ kết quả câu a) chứng minh được

4. Đường tụy gần không đi sẽ không đến-Việc tụy nhỏ không làm sẽ không nên



$$\triangle ABC = \triangle DBE \text{ (g-c-g).}$$

c) Chú ý $MA = MD$, từ đó $\triangle MAK = \triangle MDH$

(cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow MK = MH$

Do đó $\triangle MKN = \triangle MHN$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$$\angle KMN = \angle HMN \Rightarrow \text{ĐPCM.}$$

d) Chứng minh được
$$\angle AMB = \frac{\angle AMD}{2} = \frac{\angle KMH}{2} = \angle HMN$$

Do đó $\angle AMB + \angle AMN = \angle HMN + \angle AMN = 180^\circ \Rightarrow \text{ĐPCM.}$

8. Chứng minh được

$$\triangle ABM = \triangle ACN \text{ (c-g-c)} \Rightarrow \text{ĐPCM.}$$

b) Từ kết quả câu a) chứng minh được

$$\triangle BME = \triangle CNF \text{ (cạnh huyền - góc nhọn).}$$

c) Từ kết quả câu b) ta có

$$ME = NF, \text{ mà } AM = AN \text{ (do } \triangle AMN)$$

$$\Rightarrow AE = AF.$$

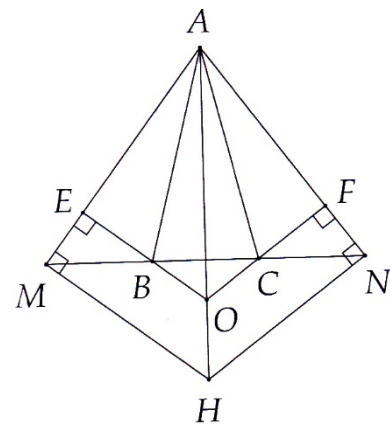
Bởi vậy $\triangle AEO = \triangle AFO \text{ (c.h-c.g.v)} \Rightarrow \text{ĐPCM.}$

a) Chứng minh được $\triangle AMH = \triangle ANH$

b) (cạnh huyền - cạnh góc vuông), từ đó suy ra

c) AH là phân giác góc MAN.

Mặt khác AO là phân giác góc MAN nên AH và AO trùng nhau hay A, O, H thẳng hàng.



.....

.....