

Người làm: Hoa Nguyễn

Zalo: Hoa Nguyễn - số đt zalo: 0977641868

Email: Nguyenhoapt2610@thpthongai.edu.vn

CĐ7: ĐA THỨC**Dạng 1. Xác định đa thức****Câu 1. (HSG 7 huyện Yên Phong tỉnh Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Biết $f(x)$ chia cho $x - 3$ thì dư 7, chia cho $x - 2$ thì dư 5, chia cho $(x - 3).(x - 2)$ được thương là $3x$ và còn dư. Tìm $f(x)$.

Lời giải

Theo bài ta có:

$$f(x) = (x - 3).A(x) + 7 \quad (1)$$

$$f(x) = (x - 2).B(x) + 5 \quad (2)$$

Vì $f(x)$ chia cho $(x - 3).(x - 2)$ được thương là $3x$ và còn dư, nên phần dư là đa thức có bậc nhỏ hơn

2. Đặt phần dư là: $ax + b$. Khi đó ta có:

$$f(x) = 3x(x - 3)(x - 2) + ax + b \quad (3)$$

Các đẳng thức trên đúng với mọi x nên:

$$+ \text{Thay } x = 3 \text{ vào (1) ta được: } f(3) = (3 - 3).A(3) + 7 \Rightarrow f(3) = 7 \quad (4)$$

$$+ \text{Thay } x = 2 \text{ vào (2) ta được: } f(2) = (2 - 2).B(2) + 5 \Rightarrow f(2) = 5 \quad (5)$$

+ Thay $x = 3$ vào (3) ta được:

$$f(3) = 3.3(3 - 3)(3 - 2) + a.3 + b \Rightarrow f(3) = 3a + b \quad (6)$$

+ Thay $x = 2$ vào (3) ta được:

$$f(2) = 3.2(2 - 3)(2 - 2) + a.2 + b \Rightarrow f(2) = 2a + b \quad (7)$$

$$\text{Từ (4) và (6) ta được: } 3a + b = 7 \quad (8)$$

$$\text{Từ (5) và (7) ta được: } 2a + b = 5 \quad (9)$$

Từ (8) và (9) suy ra $a = 2; b = 1$

Vậy $f(x) = 3x(x - 3)(x - 2) + 2x + 1$ hay $f(x) = 3x^3 - 15x^2 + 20x + 1$.

Câu 2. (HSG 7 TP Ninh Bình 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = 2016 \cdot x^4 - 32(25 \cdot k + 2) \cdot x^2 + k^2 - 100$ (với k là số thực dương cho trước). Biết đa thức $f(x)$ có đúng ba nghiệm phân biệt a, b, c (với $a < b < c$). Tính hiệu của $a - c$.

Lời giải

Ta thấy đa thức $f(x)$ nếu có nghiệm $x = a$ (a khác 0) thì $x = -a$ cũng là một nghiệm của $f(x)$, nên đa thức $f(x)$ có 2m nghiệm

Mà đa thức $f(x)$ có đúng ba nghiệm phân biệt nên một trong ba nghiệm sẽ bằng 0. Thay $x = 0$ vào đa thức đã cho ta được: $k^2 - 100 = 0$ nên $k = 10$ (vì k dương).

Với $k = 10$ ta có $f(x) = 2016 \cdot x^4 - 8064 \cdot x^2 = 2016x^2 \cdot (x^2 - 4)$

Từ đó $f(x)$ sẽ có 3 nghiệm phân biệt là $a = -2; b = 0$ và $c = 2$ nên $a - c = -4$.

Dạng 2. Tính giá trị của đa thức

Câu 1. (HSG 7 TP Thanh Hoá 2022 - 2023)

Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết rằng với mọi $x \neq 0$ ta đều có

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2. \text{ Tính } f(2).$$

Lời giải

Với $x = 2$ ta có: $f(2) + 2f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^2 = 4$ (*)

Với $x = \frac{1}{2}$ ta có: $f\left(\frac{1}{2}\right) + 2f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 2f(2)$ (**)

$$f(2) + 2\left[\frac{1}{4} - 2f(2)\right] = 4$$

Thay (**) vào (*) Ta được:

$$\Rightarrow f(2) + \frac{1}{2} - 4f(2) = 4$$

$$\Rightarrow 3f(2) = \frac{1}{2} - 4$$

$$\Rightarrow 3f(2) = -\frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow f(2) = -\frac{7}{6}$$

Câu 2. (HSG 7 Huyện Thọ Xuân 2022 - 2023)

Cho đa thức $R(x) = x^2 - 2x$. Tính giá trị biểu thức:

$$S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2022)} + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2.2023}$$

Lời giải

Ta có $R(x) = x^2 - 2x = x(x - 2)$

$$S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2022)} + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{3.(3-2)} + \frac{1}{4.(4-2)} + \frac{1}{5.(5-2)} + \dots + \frac{1}{2022.(2022-2)} + \frac{1}{2023.(2023-2)} + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{3.1} + \frac{1}{4.2} + \frac{1}{5.3} + \dots + \frac{1}{2022.2020} + \frac{1}{2023.2021} + \frac{1}{2.2023} + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{2021.2023} \right) + \left(\frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.2} + \dots + \frac{1}{2020.2022} \right) + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{2021.2023} \right) + \left(\frac{2}{2.4} + \frac{2}{4.2} + \dots + \frac{2}{2020.2022} \right) \right] + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022} \right) \right] + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2023} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3033}{2022} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3032}{2022} = \frac{758}{1011}$$

Câu 3. (HSG 7 Huyện Hưng Hà 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức $C = x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots - 101x + 101$ với $x = 100$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } C &= x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots - 101x + 101 \\ &= x^{10} - 100x^9 - x^9 + 100x^8 + x^8 - 100x^7 - x^7 + \dots - 100x - x + 100 + 1 \\ &= x^9(x - 100) - x^8(x - 100) + x^7(x - 100) - \dots + x(x - 100) - (x - 100) + 1 \\ &= (x - 100)(x^9 - x^8 + x^7 - \dots + x - 1) + 1 \end{aligned}$$

$$\text{Với } x = 100 \text{ ta có: } C = (100 - 100)(100^9 - 100^8 + \dots + 100 - 1) + 1 = 1$$

Vậy $C = 1$ với $x = 100$.

Dạng 3. Dấu của đa thức

Câu 1. (HSG 7 Thị xã Nghi Sơn Tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ biết $21a - 3b + 5c = 0$. Chứng minh $f(1) \cdot f(-3) \leq 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 3 \cdot f(1) + 2 \cdot f(-3) = 3 \cdot (a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c) + 2 \cdot [a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c]$$

$$3 \cdot (a + b + c) + 2 \cdot (9a - 3b + c) = 21a - 3b + 5c = 0$$

$$\Rightarrow 3 \cdot f(1) = -2f(-3) \Rightarrow f(1) \cdot f(-3) = \frac{-2}{3} [f(-3)]^2 \leq 0 \Rightarrow f(1) \cdot f(-3) \leq 0 \quad (\text{đpcm}).$$

Dạng 4. Tìm giá trị của biến (tham số) để phép chia là phép chia hết

Câu 1. (HSG 7 huyện Lục Ngạn Tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)

Tìm số dư trong phép chia đa thức $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ cho đa thức $g(x) = x - 2$.

Lời giải

Theo định lí Bôzơ, số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho đa thức bậc nhất $g(x) = x - 2$ sẽ bằng $f(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 1 = 21$

Vậy số dư phép chia đa thức $f(x)$ cho đa thức bậc nhất $g(x)$ là 21.

Dạng 5. Nghiệm của đa thức

Câu 1. (HSG 7 huyện Lập Thạch tỉnh Vĩnh Phúc 2022 - 2023)

Cho các đa thức: $A(x) = 3x - 9x^2 + 4x + 5x^3 + 7x^2 + 1$ và $B(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x + 10$. Hãy tìm nghiệm của đa thức $C(x) = A(x) - B(x)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } A(x) = 3x - 9x^2 + 4x + 5x^3 + 7x^2 + 1 = 5x^3 - 2x^2 + 7x + 1$$

$$C(x) = A(x) - B(x) = (5x^3 - 2x^2 + 7x + 1) - (5x^3 - 3x^2 + 7x + 10)$$

$$C(x) = (5x^3 - 5x^3) + (-2x^2 + 3x^2) + (7x - 7x) + (1 - 10)$$

Ta có $C(x) = x^2 - 9 = 0$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Vậy $x = \pm 3$ là nghiệm của đa thức $C(x) = A(x) - B(x)$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Yên Định 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn điều kiện: $x \cdot f(x - 2) = (x - 1) \cdot f(x)$. Chứng minh rằng đa thức $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm.

Lời giải

+ Khi $x = 0$ thì ta có:

$$0 \cdot f(0 - 2) = (0 - 1)f(0) \Rightarrow f(0) = 0$$

Vậy $x = 0$ là 1 nghiệm của đa thức $f(x)$

+ Khi $x = 1$ thì ta có:

$$1 \cdot f(1 - 2) = (1 - 1)f(1) \Rightarrow f(-1) = 0$$

Vậy $x = -1$ là một nghiệm của đa thức $f(x)$

Vậy $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm là $0; -1$.

Câu 3. (HSG 7 Quảng Ninh 2022 - 2023)

Cho hai đa thức: $M(x) = 2x^3 - x^2 - 3x + 1$ và $N(x) = -x^3 + x^2 - x + 2$. Tìm một nghiệm của đa thức: $P(x) = M(x) + N(x)$.

Lời giải

Ta có: $P(x) = M(x) + N(x)$

$$\Rightarrow P(x) = (2x^3 - x^2 - 3x + 1) + (-x^3 + x^2 - x + 2)$$

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 3x + 1 - x^3 + x^2 - x + 2$$

$$P(x) = x^3 - 4x + 3$$

Với $x = 1$ ta có: $P(1) = 1^3 - 4 \cdot 1 + 3 = 0$

Suy ra: $x = 1$ là một nghiệm của đa thức $P(x)$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>