**CHUYÊN ĐỀ : HẲNG ĐẲNG THỨC**

**A. CÁC HẰNG ĐẲNG THỨC CƠ BẢN**

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

6. 

7. 

**Bài 1:**

a) Tính 

b) Tính 

**Lời giải**

a) 

b) Ta xét hai trường hợp

- TH1: Nếu n chẵn thì 

- TH1: Nếu n lẻ thì



 Hai kết quả trên có thể dùng công thức:

**Bài 2:** So sánh  và 

**Lời giải**

Ta có: 

**Bài 3:** Rút gọn các biểu thức sau

a.  b. 

c. 

**Lời giải**

a. 

b. 

c. 

**Bài 4:** Chứng minh rằng

a. 

b. 

**Lời giải**

a. Ta có: VT = 



b. VT = 





**Nhận xét:** Đây là bất đẳng thức Bunhicopski.

**Bài 5:** Cho 

**Lời giải**

VT = 

Mà: 

**Bài 6:** CMR, nếu  thì ad = bc

**Lời giải**

VT = 

VP =

VT = VP 

**Bài 7:** CMR, nếu:

a. a + b + c = 0 thì 

b.  thì x = y = z

**Lời giải**

a. Ta có : 

b. Đặt :  và 

Từ giả thiết ta có : 

**Bài 8:** Chứng minh rằng không tồn tại các số thực x, y, z thỏa mãn:

a.  b. 

**Lời giải**

a. 

b. 

**Bài 9:** Tìm x, y thỏa mãn

a.  b. 

c. 

**Lời giải**

a. Ta có: 

b. 

c. 

**Bài 10:** Chứng minh rằng biểu thức sau viết được dứơi dạng tổng các bình phương của hai biểu thức: 

**Lời giải**

Ta có: 

**Bài 11:** Cho . Tính theo a giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Ta có: 



**Bài 12:** Chứng minh  là bình phương của một đa thức

**Lời giải**

Ta có: 

Đặt 

**Bài 13:**

a) Cho a, b, c thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức sau 

b) Cho  thỏa mãn  Chứng minh rằng  luôn là tổng của ba số chính phương

c) Chứng minh rằng: Nếu p và q là hai số nguyên tố thỏa mãn  thì 

cũng là số nguyên tố

**Lời giải**

a) .Vậy \

b) 

c) 

mà  ( p nguyên tố );  (q nguyên tố ). Do đó 

Ta có:  lẻ, do đó p chẵn  là số nguyên tố

**Bài 14:** [ HSG – năm 2015 ]

Cho a, b, c thỏa mãn:  viết được dưới dạng bình phương của một biểu thức

**Lời giải:**

**Cách 1:**



Có: 

Có: 

**Cách 2:** Ta có: 

**HẰNG ĐẲNG THỨC BẬC BA**

1. 

2. 

**Bài 1:** Cho . Tính 

**Lời giải**



**Bài 2:** Tính 

**Lời giải**

Ta có: 

Cho k chạy từ 2 đến 100, ta thu được: 

**Bài 3:** Cho . Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào x, y.



**Lời giải**

Ta có: 

**Bài 4:** Cho . Tính 

**Lời giải**

Ta có: 

**Bài 5:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử: 

**Lời giải**



**Bài 6:** Cho a + b + c = 0, CMR: 

Áp dụng tính 

**Lời giải**

Từ giả thiết 

+) 

**Bài 7:** Cho a, b, c thỏa mãn: 

**Lời giải**

Ta có: 

**Bài 8:** Cho a, b, c thỏa mãn:  . Tính 

**Lời giải**

Đặt 



**Bài 9:** Cho  Chứng minh rằng 

**Lời giải**

Ta có: 

Do 

Thay các kết quả vào ta được: 

**Bài 10:** Cho  Tính  theo m và n

**Lời giải**

**Cách 1:** Từ 



**Cách 2:** Ta có: 

Lại có: 

**Bài 11:** Cho  Tính giá trị biểu thức sau theo m 

**Lời giải**

Ta có: 

Đặt  

**HẰNG ĐẲNG THỨC: **

**Ta có: **

**Bài 1:** Cho a, b, c thỏa mãn: abc =1 . Tính: ****

**Lời giải**

Đặt ****

**Bài 2:** Phân tích thành nhân tử

a. ****

b. ****

**Lời giải**

a. Đặt ****

b. ****

**Bài 3:** Cho a, b, c thỏa mãn : a + b + c = a3 + b3 + c3 = 1

Tính **** ( n là số tự nhiên lẻ )

**Lời giải**

Ta có: ****

+) TH1: ****

+) Tương tự ta có: A = 1.

**Bài 4:** Giải các phương trình sau

a. **** b. ****

c. **** d. ****

**Lời giải**

a. ****

b. ****

Đặt ****

****

c. ****

**Bài 5:** Cho ****. Tính ****

**Lời giải**

****

Cách 1: Nếu ****

Cách 2: ****

**Bài 6:** Giải các phương trình sau: ****

**Lời giải**

****

**Bài 7:** Rút gọn ****

**Lời giải**

Đặt ****

**HẰNG ĐẲNG THỨC: **

**Nhận xét**

- Nếu ****

- Nếu ****

Áp dụng:

**Bài 1:** Cho các số thực a, b, c khác 0 thỏa mãn: ****. Tính giá trị của biểu thức

****

**Lời giải**

Vì: ****

+) Nếu ****

+) Nếu ****

**Bài 2:** Giải hệ phương trình sau: ****

**Lời giải**

Ta có: ****

+) Nếu ****

+) Nếu **** ( khôn thỏa mãn )

Vậy hệ phương trình có nghiệm (x; y) = (3; -5)

**Bài 3:** Giải phương trình sau: ****

**Lời giải**

****

Ta có: ****

Từ (1)(2) ****

**Bài 4:** Cho các số thực phân biệt a, b, c khác 0 và thỏa mãn: ****. Tính giá trị của biểu thức: ****

**Lời giải**

Ta đặt ****

Tương tự ta có: ****

****

**Bài 5\*:** Giả sử bộ ba số **** là nghiệm của phương trình **** . Chứng minh rằng bộ ba số **** cũng là nghiệm của phương trình đó

**Lời giải**

Ta có: ****

Vì nghiệm của phương trình là bộ ba số khác 0 nên các số a, b, c là ba số khác nhau và khác 0

+) Nếu: ****

Từ: ****

+) Nếu: ****

Tương tự ta có: ****

Từ (1)(2)(3) ****

Đặt ****

Vậy bộ ba số **** cũng là nghiệm của phương trình đã cho.

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN:**

**Bài 1:** Tính giá trị của biểu thức

a) **** với a, b, c là các số thực thỏa mãn: ****

b) **** với a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn: ****

**Bài 2:** Cho **** Tính giá trị của biểu thức ****

**Bài 3:** Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn **** Chứng minh rằng

**** chia hết cho 81

**Bài 4:** Giải các hệ phương trình sau

a) ****

b) ****

**CÁC HẰNG ĐẲNG THỨC MỞ RỘNG HAY SỬ DỤNG**

1. ****

2. ****

3. ****

**Áp dụng:**

**Bài 1:** Chứng minh rằng: ****

**Lời giải**

Biến đổi vế trái bằng vế phải rồi kết luận

**Bài 2**: Cho a, b, c, d thỏa mãn: a2 + b2 + c2 + d2 = 1. Tính giá trị của biểu thức

****

**Lời giải**

Cách 1: Áp dụng hằng đẳng thức

Cách 2: Ta có ****

Áp dụng ta được: ****

**Bài 3:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a. **** b. ****

c. ****

**Lời giải**

a. ****

b. ****

c. ****

**Bài 4:** Tìm x, y, z thỏa mãn

a. **** b. ****

c.**** d. ****

e. ****

**Lời giải**

a. ****

b. ****

c. ****

d. ****

e. ****

**Bài 5:** Chứng minh rằng không tồn tại số thực x, y, z thỏa mãn:

a. **** b. ****

**Lời giải**

a. ****

****

b. ****

**Bài 6:** Cho a + b + c = 0 và a2 + b2 + c2 = 2. Tính a4 + b4 + c4

**Lời giải**

Ta có: ****

Có: ****

Từ (1) ****

Thay vào (2) ****

**Bài 7:** Chứng minh rằng, nếu: **** thì ****

**Lời giải**

Từ (1) ****

****

**HẰNG ĐẲNG THỨC MỞ RỘNG ( tiếp )**

1. ****

2. ****

3. ****

4. ****

5. **** ( với n lẻ )

**Áp dụng:**

**Bài 1:** Giải hệ phương trình sau

a. **** b. ****

c. ****

**Lời giải**

a. Ta có: ****

b. Ta có: ****

c. Ta có: ****

**Bài 2:** Chứng minh rằng : ****

**Lời giải**

Ta có: ****

**Bài 3:** Chứng minh rằng: Ta có: **** , n chẵn

**Lời giải:**

Vì n chẵn, đặt n = 2k ( k thuộc N\* ), ta có: 323 = 17.19

****

****

Từ (1) và (2) ****

**Bài 4:** Tìm n thuộc N\* để ****là số nguyên tố

**Lời giải**

Ta có ****

****

+) Nếu n > 1 thì A > n2 + n + 1 suy ra A là hợp số

+) Nếu n = 1 thì A = 3 ( thỏa mãn ). Vậy n = 1

**Bài 5:** Chứng minh rằng số

a. **** là hợp số b. ****là hợp số

**Lời giải**

a. Ta có: ****

****

**** Là hợp sô

b. ****

**** và B > **** nên B là hợp số.

**Bài 6:** Chứng minh rằng ****

**Lời giải:**

Ta có 111 = 37 . 3 = 102 + 10 + 1****

**Bài 7:** Chứng minh rằng ****

**Lời giải**

Ta có:

****

Vậy A chia hết cho 7. 271 = 1897.

**Bài 8:** Chứng minh rằng ****

**Lời giải**

Ta có 133 = 112 + 11 +1

****Vậy ****

**Bài 9:** Cho a, b, c thỏa mãn a2 + b2 + c2 = 1. Tính giá trị của biểu thức****

**Lới giải**

Khai triển và rút gọn ta được: ****

**Bài 10:** Phân tích đa thức sau thành tích của 2 đa thức ****

**Lời giải**

Ta có: ****

**Bài 11:** Tìm x, y, z thỏa mãn

a. ****

b. ****

**Lời giải**

a. ****

b. ****