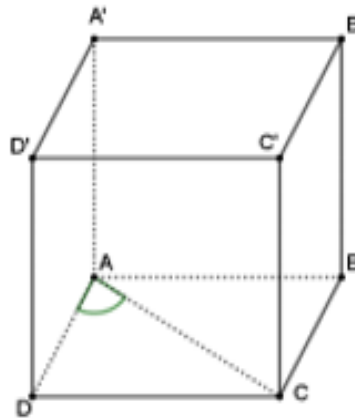


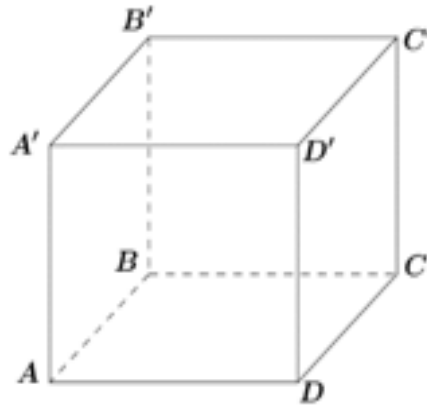
KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 13 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. *Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

- Câu 1.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[5]{a^3}$ bằng:
A. $a^{\frac{3}{5}}$. **B.** $a^{\frac{5}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{2}}$. **D.** a^2 .
- Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2(1-x)^3$ là
A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** \mathbb{R} . **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(-1; +\infty)$.
- Câu 3.** Tập nghiệm của phương trình $\log_2(3x-4) = 3$ là
A. $\{2\}$. **B.** $\{-1\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{-2\}$.
- Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là
A. $S = (-\infty; 0)$. **B.** $S = (0; +\infty)$. **C.** $S = [0; +\infty)$. **D.** $S = \mathbb{R}$.
- Câu 5.** Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** Vô số.
- Câu 6.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $(AA'D'D)$ bằng



- A.** 60° . **B.** 45° . **C.** 90° . **D.** 30° .
- Câu 7.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A.** $(AA'B'B) \perp (DD'C'C)$. **B.** $(AA'B'B) \perp (ABC'D')$.
C. $(AA'B'B) \perp (BBC'C)$. **D.** $(AA'B'B) \perp (A'B'CD)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a, AD = 2a$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa AD và SB ?

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 9. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

- A. 109.256.100. B. 108.374.700. C. 107.500.500. D. 108.311.100.

Câu 10. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 5%/kì hạn, theo hình thức lãi kép với kì hạn 6 tháng. Giả sử lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi, khi đó tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau một năm bằng

- A. 110250000 đồng. B. 105000000 đồng. C. 110000000 đồng. D. 110200000 đồng.

Câu 11. Hai mái nhà trong hình dưới đây là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8m$; $OA = 2,8m$; $OB = 4m$. Số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà xấp xỉ bằng



- A. 80° . B. 88° . C. 143° . D. 87° .

Câu 12. Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều như hình vẽ sau. Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh bằng 40 cm, 80 cm, cạnh bên của sọt dài 80 cm.

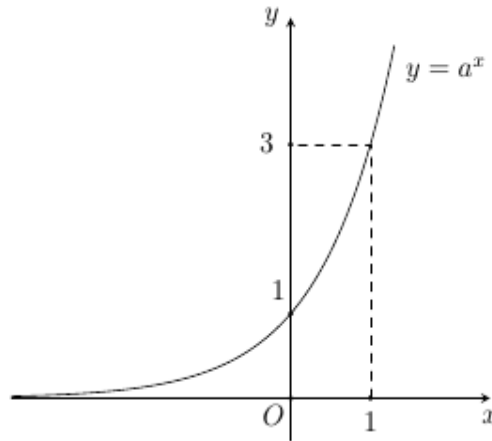


Thể tích của sọt đã cho bằng

- A. $279375(cm^3)$. B. $279370(cm^3)$. C. $279378(cm^3)$. D. $279377(cm^3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ dưới đây.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
- b) Hàm số cho bởi công thức $y = 3^x$.
- c) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ tại điểm có hoành độ không âm.
- d) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -x + 1$ tại điểm có hoành độ dương.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

- a) $SO \perp (ABCD)$
- c) $CD \perp (SBD)$
- c) $AB \perp (SAC)$
- d) $CD \perp AC$

Câu 15. Theo báo cáo chính phủ dân số của nước ta tính đến năm 2018 là 95,93 triệu người. Giả sử tỷ lệ tăng trưởng dân số trung bình hàng năm là 1,33% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Dân số kể từ năm 2018 được tính theo công thức: $N = 95,93 \cdot (1 + 1,33\%)^n$ (với n là số năm).
- b) Dân số nước ta vào năm 2025 gần bằng 105,23 triệu người (tính từ năm 2018).
- c) Từ năm 2018 đến năm 2027, dân số nước ta sẽ tăng khoảng 12,50 triệu người.
- d) Gọi m là số năm để dân số nước ta đạt gần 108,04 triệu người (tính từ năm 2018). Khi đó $P = 2 \log_3 m + 1 = 10$.

Câu 16. Một khối gỗ có dạng hình lăng trụ tam giác có cạnh đáy lần lượt 3(cm), 4(cm), 5(cm) và chiều cao 7cm. Mỗi mét khối gỗ này có giá trị 5 triệu đồng.

- a) Diện tích xung quanh khối gỗ bằng $84cm^2$.
- b) Diện tích toàn phần khối gỗ bằng $90cm^2$.
- c) Thể tích khối gỗ bằng $22cm^3$
- d) Giá trị khối gỗ này là 208 triệu đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $4^{x^2+2} - 9 \cdot 2^{x^2+2} + 8 = 0$.
- Câu 18.** Thầy Linh dự định sửa nhà, do chưa đủ tiền, thầy Linh gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 quý với lãi suất 1,25% một quý. Hỏi sau bao lâu thầy Linh có ít nhất 125 triệu cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu. (kết quả tính theo năm).
- Câu 19.** Cho bất phương trình $2\log_3^2 x - (2a + \sqrt{2})\log_3 x + \sqrt{2}a < 0$. Gọi S là tập hợp các số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a bất phương trình trên có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 10. Tìm số phần tử của tập S ?
- Câu 20.** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Giả sử có một kho báu được đặt ở tâm của đáy kim tự tháp. Từ mặt bên của kim tự tháp người ta dự định khoan một đoạn đường thẳng đến kho báu, độ dài ngắn nhất của đoạn đường đó xấp xỉ bằng:....
- Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng:
- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2\sqrt{3}$, $\angle BAD = 60^\circ$, gọi I là giao điểm AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là H sao cho H là trung điểm của BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là \sqrt{a} . Tìm a ?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[5]{a^3}$ bằng:

- A.** $a^{\frac{3}{5}}$. **B.** $a^{\frac{5}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{2}}$. **D.** a^2 .

Lời giải

Chọn A

Với mọi số thực dương a ta có: $\sqrt[5]{a^3} = a^{\frac{3}{5}}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(1-x)^3$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** \mathbb{R} . **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$. Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2(1-x)^3$ là $(-\infty; 1)$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(3x-4) = 3$ là

- A.** $\{2\}$. **B.** $\{-1\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{-2\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $3x-4 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$.

$\Rightarrow 3x-4 = 2^3 \Rightarrow 3x-4 = 8 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{4\}$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là

- A.** $S = (-\infty; 0)$. **B.** $S = (0; +\infty)$. **C.** $S = [0; +\infty)$. **D.** $S = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình tương đương $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > \left(\frac{e}{\pi}\right)^0 \Leftrightarrow x < 0$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S = (-\infty; 0)$.

Câu 5. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

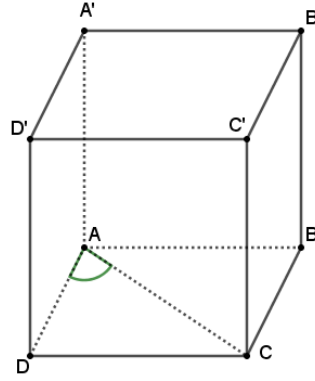
- A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất 1: Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $(AA'D'D)$ bằng



A. 60° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

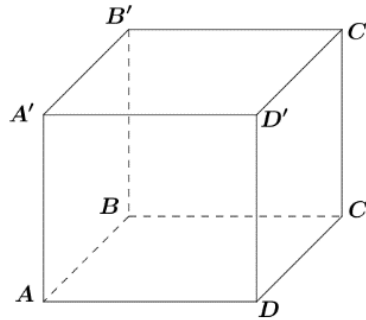
Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp DD' \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ADD'A').$$

$$\text{Do đó } (AC; (ADD'A')) = (AC; AD) = \angle CAD = 45^\circ.$$

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. $(AA'B'B) \perp (DD'C'C)$.

B. $(AA'B'B) \perp (ABC'D')$.

C. $(AA'B'B) \perp (BBC'C)$.

D. $(AA'B'B) \perp (A'B'CD)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa AD và SB ?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

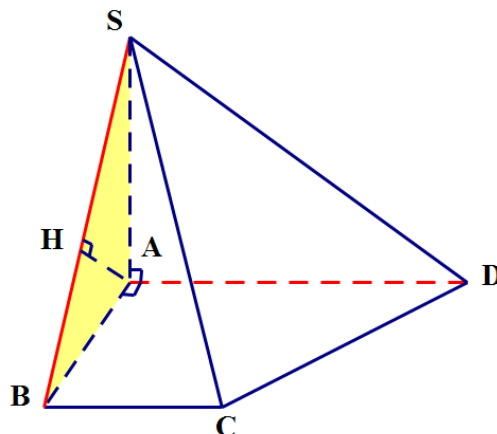
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Trong (SAB) , dựng $AH \perp SB$.

Ta có: $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp AH.$

Khi đó: $d(AD, SB) = AH.$

Xét tam giác SAB vuông tại A có $AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Câu 9. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

- A.** 109.256.100. **B.** 108.374.700. **C.** 107.500.500. **D.** 108.311.100.

Lời giải

Chọn B

Lấy năm 2017 làm mốc, ta có $A = 93.671.600; n = 2035 - 2017 = 18.$

\Rightarrow Dân số Việt Nam vào năm 2035 là $S = 93.671.600 \cdot e^{18 \cdot \frac{0,81}{100}} \approx 108.374.700.$

Câu 10. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 5%/kì hạn, theo hình thức lãi kép với kì hạn 6 tháng. Giả sử lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi, khi đó tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau một năm bằng

- A.** 110250000 đồng. **B.** 105000000 đồng. **C.** 110000000 đồng. **D.** 110200000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Một năm tương ứng với 2 kì hạn. Do đó:

Tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau một năm là:

$$S = 100 \cdot 10^6 (1 + 5\%)^2 = 110250000 (\text{đồng}).$$

Câu 11. Hai mái nhà trong hình dưới đây là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8m; OA = 2,8m; OB = 4m.$ Số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà xấp xỉ bằng



- A.** $80^\circ.$ **B.** $88^\circ.$ **C.** $143^\circ.$ **D.** $87^\circ.$

Lời giải

Chọn B

Vì hai mái nhà là hai hình chữ nhật nên góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà là góc $AOB.$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác AOB ta có: $\cos AOB = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB} = \frac{1}{28}.$

Vậy góc $AOB \approx 88^\circ.$

Câu 12. Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều như hình vẽ sau. Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh bằng 40 cm , 80 cm , cạnh bên của sọt dài 80 cm .

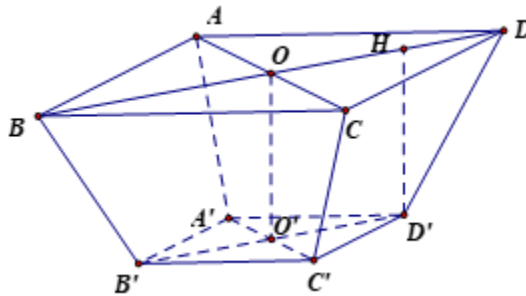


Thể tích của sọt đã cho bằng

- A. $279375(\text{cm}^3)$. B. $279370(\text{cm}^3)$. C. $279378(\text{cm}^3)$. D. $279377(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn D



Sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $S_1 = S_{ABCD} = 80^2 = 6400(\text{cm}^2)$, $S_2 = S_{A'B'C'D'} = 40^2 = 1600(\text{cm}^2)$.

Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Kẻ $D'H \perp BD$ tại H . Khi đó $OHDO'$ là hình chữ nhật.

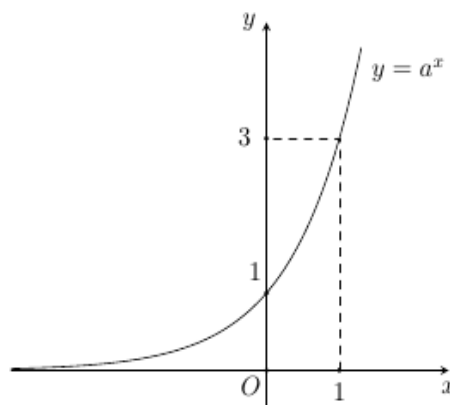
Ta có $OD = 40\sqrt{2}(\text{cm})$, $OH = O'D' = 20\sqrt{2}(\text{cm}) \Rightarrow DH = 20\sqrt{2}(\text{cm})$.

$OO' = D'H = \sqrt{DD'^2 - DH^2} = 20\sqrt{14}(\text{cm})$.

Thể tích của sọt: $V = \frac{1}{3}h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}) \approx 279377(\text{cm}^3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ dưới đây.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

b) Hàm số cho bởi công thức $y = 3^x$.

c) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ tại điểm có hoành độ không âm.

d) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -x + 1$ tại điểm có hoành độ dương.

Lời giải

a) **SAI**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} .

b) **ĐÚNG**

Đồ thị hàm số $y = a^x$ đi qua điểm $(1; 3)$ suy ra $a = 3$.

c) **SAI**

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = 3^x$ và đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ là:

$$3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1.$$

d) **SAI**

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = 3^x$ và đường thẳng $y = -x + 1$ là:

$$3^x = -x + 1 \quad (1)$$

Ta có hàm số $y = 3^x$ đồng biến trên \mathbb{R} và $3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đường thẳng $y = -x + 1$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên nghịch biến trên \mathbb{R} .

Ta lại có $3^0 = -0 + 1$ nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

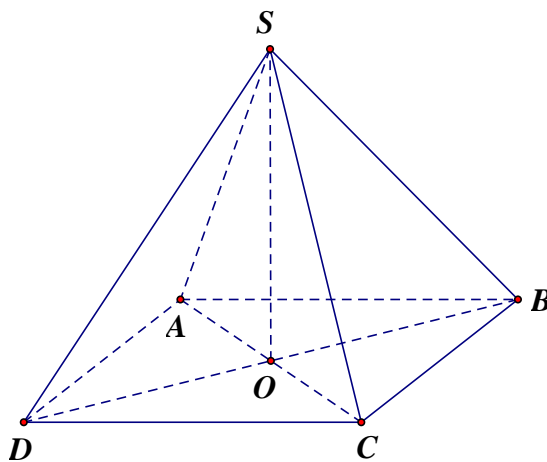
a) $SO \perp (ABCD)$

c) $CD \perp (SBD)$

c) $AB \perp (SAC)$

d) $CD \perp AC$

Lời giải



Tam giác SAC cân tại S và SO là trung tuyến $\Rightarrow SO \perp AC$

Tam giác SBD cân tại S và SO là trung tuyến $\Rightarrow SO \perp BD$

Từ đó suy ra $SO \perp (ABCD)$

Do $ABCD$ là hình thoi nên CD không vuông góc với BD . Do đó CD không vuông góc với (SBD) .

Tương tự AB không vuông góc với (SAC) .

Vậy mệnh đề a: đúng

mệnh đề b: sai

mệnh đề c: sai

mệnh đề d: sai

Câu 15. Theo báo cáo chính phủ dân số của nước ta tính đến năm 2018 là 95,93 triệu người. Giả sử tỷ lệ tăng trưởng dân số trung bình hàng năm là 1,33% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Dân số kể từ năm 2018 được tính theo công thức: $N = 95,93.(1+1,33\%)^n$ (với n là số năm).
- b) Dân số nước ta vào năm 2025 gần bằng 105,23 triệu người (tính từ năm 2018).
- c) Từ năm 2018 đến năm 2027, dân số nước ta sẽ tăng khoảng 12,50 triệu người.
- d) Gọi m là số năm để dân số nước ta đạt gần 108,04 triệu người (tính từ năm 2018). Khi đó $P = 2\log_3 m + 1 = 10$.

Đáp án:

- a) Đúng
- b) Đúng

$$N = 95,93.(1+1,33\%)^7 \approx 105,23 \text{ triệu người}$$

- c) Sai

Số dân tăng từ năm 2018 đến năm 2027: $N = 95,93. 1 + 1,33^9 - 95,93 \approx 12,11$ triệu người.

- d) Sai

$$108,04 = 95,93. 1 + 1,33^n \Rightarrow n = 9 = m$$

$$P = 2\log_3 9 + 1 = 5$$

Câu 16. Một khối gỗ có dạng hình lăng trụ tam giác có cạnh đáy lần lượt 3(cm), 4(cm), 5(cm) và chiều cao 7cm. Mỗi mét khối gỗ này có giá trị 5 triệu đồng.

- a) Diện tích xung quanh khối gỗ bằng 84cm^2 .
- b) Diện tích toàn phần khối gỗ bằng 90cm^2 .
- c) Thể tích khối gỗ bằng 22cm^3
- d) Giá trị khối gỗ này là 208 triệu đồng.

Lời giải

Có chu vi đáy $C = 3 + 4 + 5 = 12$.

a) **Đúng.** $S_{xq} = C.h = 12.7 = 84(\text{cm}^2)$

b) **Sai.** $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 84 + 2.6 = 96(\text{cm}^2)$

c) **Sai.** $V_{lt} = S_{đáy}.h = 6.7 = 42(\text{cm}^3)$

d) **Sai.** Tiền khối gỗ $T = 42.5 = 210$ (triệu đồng).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $4^{x^2+2} - 9.2^{x^2+2} + 8 = 0$.

Lời giải

Ta có:

$$4^{x^2+2} - 9.2^{x^2+2} + 8 = 0 \Leftrightarrow 2^{2(x^2+2)} - 9.2^{x^2+2} + 8 = 0$$

Đặt $t = 2^{x^2+2} \geq 2^2$; ($t \geq 4$) nhận được $t^2 - 9t + 8 = 0$

$$\Leftrightarrow t = 1 < 4(l) \text{ hoặc } t = 8$$

Với $t = 8$, nhận được:

$$2^{x^2+2} = 8 = 2^3 \Leftrightarrow x^2 + 2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Vậy tổng bình phương các nghiệm $1^2 + (-1)^2 = 2$.

Câu 18. Thầy Linh dự định sửa nhà, do chưa đủ tiền, thầy Linh gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 quý với lãi suất 1,25% một quý. Hỏi sau bao lâu thầy Linh có ít nhất 125 triệu cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu. (kết quả tính theo năm).

Lời giải

Ta có số tiền thu được sau t quý là:

$$T = 100(1+1,25\%)^t$$

Theo đề, ta có:

$$\begin{aligned}
T \geq 125 &\Leftrightarrow 100(1+1,25\%)^t \geq 125 \\
&\Leftrightarrow (1+1,25\%)^t \geq \frac{5}{4} \\
&\Leftrightarrow \log_{\frac{5}{4}}(1+1,25\%)^t \geq \log_{\frac{5}{4}} \frac{5}{4} \\
&\Leftrightarrow t \cdot \log_{\frac{5}{4}}(1+1,25\%) \geq 1 \\
&\Leftrightarrow t \geq \frac{1}{\log_{\frac{5}{4}}(1+1,25\%)} = 17,96
\end{aligned}$$

Suy ra số quý tối thiểu: $t = 18$ quý = 4 năm 6 tháng = 4,5 năm.

Câu 19. Cho bất phương trình $2\log_3^2 x - (2a + \sqrt{2})\log_3 x + \sqrt{2}a < 0$. Gọi S là tập hợp các số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a bất phương trình trên có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 10. Tìm số phần tử của tập S ?

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_3 x$, bất phương trình trở thành $2t^2 - (2a + \sqrt{2})t + \sqrt{2}a < 0$ (1).

$$\text{Ta có } 2t^2 - (2a + \sqrt{2})t + \sqrt{2}a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a \\ t = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Do $a \in \mathbb{N}^*$ nên (1) có nghiệm là $\frac{\sqrt{2}}{2} < t < a$.

$$\text{Suy ra } \frac{\sqrt{2}}{2} < \log_3 x < a \Leftrightarrow 3^{\frac{\sqrt{2}}{2}} < x < 3^a.$$

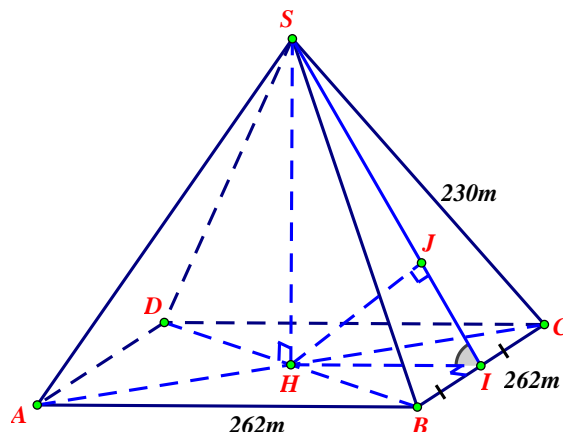
Ứng với mỗi a bất phương trình đã cho có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 10 $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ 3^a \leq 13 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < a \leq \log_3 13$.

Mà $a \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a = 2 \Rightarrow S = \{2\}$.

Vậy tập S có 1 số phần tử.

Câu 20. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Giả sử có một kho báu được đặt ở tâm của đáy kim tự tháp. Từ mặt bên của kim tự tháp người ta dự định khoan một đoạn đường thẳng đến kho báu, độ dài ngắn nhất của đoạn đường đó xấp xỉ bằng:....

Lời giải



Giả sử các cạnh và đỉnh của kim tự tháp như hình vẽ. Vì $S.ABCD$ hình chóp tứ giác đều nên $SH \perp (ABCD)$ ($H = AC \cap BD$)

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{262^2 + 262^2} = 262\sqrt{2}$ (m).

$\Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 131\sqrt{2}$ (m).

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H , ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{230^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578}$ (m).

Kẻ HJ vuông góc với SI , vì $BC \perp HI, BC \perp SH \Rightarrow BC \perp HJ$.

$HJ \perp SI, HJ \perp BC \Rightarrow HJ \perp (SBC) \Rightarrow HJ = d(H, (SBC))$.

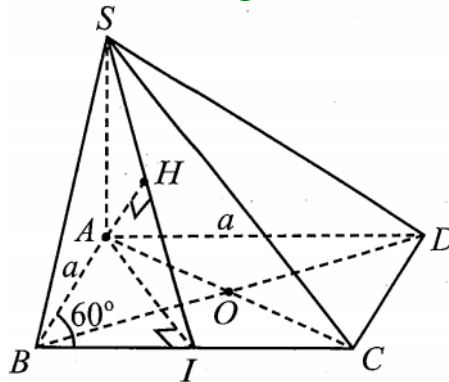
Do đó HJ là đoạn đường ngắn nhất từ mặt bên đến kho báu.

Trong tam giác SHI vuông tại H , ta có: $HJ = \frac{SH \cdot SI}{\sqrt{SH^2 + SI^2}} \approx 94$ (m).

Vậy độ dài ngắn nhất cần tìm xấp xỉ 94 (m).

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $ABC = 60^\circ, SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng:

Lời giải



Ta có $\begin{cases} AD \not\subset (SBC) \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow AD // (SBC) \Rightarrow d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

$\triangle ABC$ đều do $ABC = 60^\circ$ và $AB = BC$.

Gọi I là trung điểm BC , khi đó: $AI \perp BC$ (do $\triangle ABC$ đều), mà

$BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow (SBC) \perp (SAI)$ theo giao tuyến SI .

Kẻ $AH \perp SI$ tại $H \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

$\triangle ABC$ đều cạnh $a \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

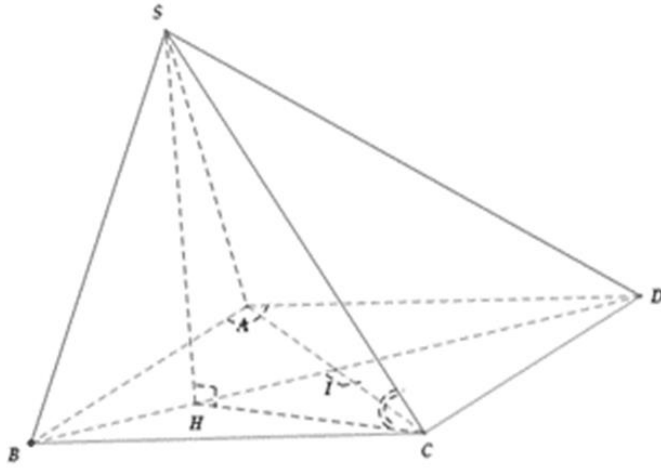
Xét $\triangle SAI$ vuông tại A có đường cao AH :

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{4}{9a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{4} = d(A, (SBC))$.

Vậy $d(AD, SC) = \frac{3a}{4}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2\sqrt{3}$, $BAD = 60^\circ$, gọi I là giao điểm AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là H sao cho H là trung điểm của BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là \sqrt{a} . Tìm a ?

Lời giải



Tam giác ABD đều cạnh $2\sqrt{3} \Rightarrow BD = 2\sqrt{3} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác

$$ABC: AC = \sqrt{2\sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3}^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \cos 120^\circ} = 6 \Rightarrow IC = 3$$

Xét tam giác IHC vuông tại I : $HC = \sqrt{IH^2 + IC^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{39}}{2}$

Do tam giác SHC vuông tại H , có $SCH = SC$, $ABCD = 45^\circ$ nên tam giác SHC vuông cân

tại H . Suy ra: $HC = SH = \frac{\sqrt{39}}{2}$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot SH = \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{39}}{2} = \sqrt{117}$

Vậy $a = 117$