|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1** | Cộng theo vế của các phương trình, ta có  Trường hợp 1. .  Khi đó  Trường hợp 2. ,  Thay vào hệ ta có  Nếu  Từ (II) suy ra , suy ra  Nếu  ta có  (Vô lí do ).  Vậy trong trường hợp 2 ta có .Suy ra  Chú ý: Có thể giải theo cách sau  , suy ra | |
| **Câu 2a** | Giải hệ  Từ phương trình (1) và (2), ta có    Với , thay vào phương trình (2), ta có , khi đó  hoặc ;  Với , thay vào phương trình (2), ta có Khi đó  không thỏa mãn;  Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm  và . | |
| **Câu 2b** | b) Điều kiện ; Ta có        Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt  và . | |
| **Câu 3a** | Đặt ;  Suy ra . ()  Từ phương trình trên suy ra là số lẻ đặt  ()  Ta có    Ta có , suy ra , đồng thời , suy ra  Mặt khác,là số chính phương nên  hoặc  Nên không tồn tại y để . Vậy không tồn tại n thỏa mãn điều kiện trên | |
| **Câu 3b** | Từ giả thiết suy ra là số nguyên.  Ta có  Suy ra tồn tại giá trị k nguyên dương sao cho  Nếu , ta có , suy ra  (1)  Do  nên bất phương trình (1) vô nghiệm.  Nếu , ta có  (2)  Giải ra ta được các cặp  thỏa mãn (2) là, , ,  .  Thử lại ta có là cặp số nguyên duy nhất thỏa mãn. | |
| **Câu 4a** | Kéo dài AO cắt (O) tại E, kéo dài AO’ cắt đường tròn (O’) tại F.  Suy ra E, B, F thẳng hàng.  Ta có  (cùng chắn cung  của (O)).  (cùng chắn cung  của (O’)).  Nên  và đồng dạng  Suy ra  do  (không đổi)  Vậy CD lớn nhất khi d đi qua B và vuông góc với AB. | |
| **Câu 4b** |  | Gọi I là trung điểm của EF.  Ta có O’I song song và bằng đoạn OA, suy ra là hình bình hành  Suy ra  Do  và M, N di chuyển ngược chiều. Xét hai trường hợp  Trường hợp 1. M trùng P hoặc P’.  - Nếu M trùng P khi đó N trùng Q  Suy ra  - Nếu M trùng  khi đó N trùng  Suy ra |
| TH2. Nếu M không trùng P và P’ khi đó N không trùng với Q và  Do  và  suy ra  Ta có ;  Suy ra  Trong mọi trường hợp ta luôn có ,suy ra trung trực của đoạn MN luôn đi qua điếm I cố định | |
| **Câu 5** | Chứng minh BĐT  với .  Ta có  mặt khác suy ra    Từ giả thiết suy ra z là số dương, ta có .  Đặt  suy ra .  Ta có .  Ta có , suy ra  Suy ra .  Suy ra , dấu = xảy ra khi . Vậy GTNN của P bằng 1. | |