|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH BÌNH ĐỊNH**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH**  **LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2018-2019**  **MÔN THI: TOÁN** |

**Câu 1.**

1. Tính giá trị biểu thức , biết rằng



1. Cho hai số thực khác 0 thỏa mãn 

Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm

**Câu 2.**

1. Giải hệ phương trình 
2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

**Câu 3.**

1. Trong mặt phẳng cho 8073 điểm mà diện tích của mọi tam giác với các đỉnh là các điểm đã cho không lớn hơn 1. Chứng minh rằng trong số các điểm đã cho có thể tìm được 2019 điểm nằm trong hoặc nằm trên cạnh của một tam giác có diện tích không lớn hơn 1
2. Cho là các số thực không âm thỏa mãn Chứng minh rằng:



**Câu 4.**

1. Cho tam giác vuông cân tại A. Gọi D là trung điểm của cạnh BC. Lấy điểm M bất kỳ trên đoạn (M không trùng với Gọi theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của M trên các cạnh và H là hình chiếu vuông góc của lên đường thẳng 
2. Chứng minh rằng vuông góc với 
3. Đường thẳng qua song song với AD cắt đường trung trực của tại I. Chứng minh ba điểm thẳng hàng.
4. Cho tam giác nội tiếp đường tròn đường cao Gọi M là giao điểm của và BC. Chứng minh rằng Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Đặt khi đó:





Đặt khi đó:

Từ (1) và (2) suy ra : 

1. Ta có: 

Ta có: 

Phương trình (1) là phương trình bậc hai có 

Phương trình (2) là phương trình bậc hai có 

Do đó 

Suy ra trong và có ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng 0

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm.

**Câu 2.**

1. . Điều kiện 



PT (3) là phương trình bậc hai ẩn có 

Do đó PT(3) có hai nghiệm 

thay vào phương trình (2) ta có:





Vậy hệ phương trình có nghiệm 

1. 

Đặt khi đó pt (1)trở thành: 

Phương trình có 

Phương trình (1) có nghiệm nguyên phương trình (2) có nghiệm nguyên

là số chính phương

Đặt 

Vì là số chẵn và có tích cũng là số chẵn nên và là số chẵn. Do đó



Vậy phương trình (2) có hai nghiệm 

Ta có 

Vậy nghiệm nguyên của phương trình là 

**Câu 3.**

1. Gọi là hai điểm xa nhau nhất trong các điểm thuộc tập hợp 8073 điểm đã cho. Giả sử là điểm cách xa đoạn thẳng nhất. Khi đó

Tam giác là tam giác lớn nhất và có diện tích không lớn hơn 1

Vẽ các đường thẳng đi qua các điểm lần lượt song song với các cạnh của 

Ta được 4 tam giác nhỏ bằng nhau và một tam giác lớn chứa cả 4 tam giác nhỏ.

Tam giác lớn có diện tích không quá 4 đơn vị. Do đó, tam giác lớn chứa tất cả 8073 điểm đã cho.

Ta có 8073 chia cho 4 được 2018 và dư là 1 nên theo nguyên lý Dirichlet suy ra có ít nhất 1 trong 4 tam giác có 1 tam giác chứa 2019 trong 8073 điểm đa cho.

1. Đặt suy ra



Không mất tính tổng quát, ta giả sử , ta có:



Do đó Dấu xảy ra



**Câu 4.**



****

1. Ta có tại D (vì vuông cân tại A)

nên là tứ giác nội tiếp (1)

nên là tứ giác nội tiếp(2)

Từ (1) và (2) suy ra cùng thuộc một đường tròn

và là tứ giác nội tiếp

Ta có:nên là tứ giác nội tiếp

mà (vì AD là trung trực của BC)

Ta có: mà 

Suy ra 

Do đó thẳng hàng 

1. Ta có 

vuông tại D có DI là trung trực nên DI là phân giác 

Do đó cùng thuộc một đường tròn (3)

Ta có: nên cùng thuộc một đường tròn (4)

Từ (3) và (4) suy ra cùng thuộc một đường tròn

, lại có 

Do đó thẳng hàng.





Kẻ AD là đường kính của đường tròn (O)

Xét 2 tam giác vuông và  có (góc nội tiếp cùng chắn 

Nên 

Tương tự 

Do đó 

Ta có 

Tương tự , Do đó 

Ta có:

Dấu xảy ra cân tại A.