**CHỦ ĐỀ 3: SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN.**

 **ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN.**

**I/ SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN.**

**1. Định nghĩa đường tròn.**

\* Đường tròn tâm O bán kính R là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R.

 \* Kí hiệu: (O ; R) hoặc (O).

**2. Điểm thuộc và không thuộc đường tròn.**

 \* Điểm M ∈ (O ; R) hay M nằm trên đường tròn hay (O) đi qua M ⬄ OM = R.

 \* Điểm N nằm ngoài đường tròn ⬄ ON > R

 \* Điểm P nằm trong đường tròn ⬄ OP < R

**3. Đường kính của đường tròn.**

Đoạn thẳng nối hai điểm trên đường tròn và đi qua tâm O gọi là đường kính của đường tròn tâm O.

 Tâm O của đường tròn là trung điểm của đường kính.

**4. Cách xác định đường tròn.**

Một đường tròn xác định khi biết tâm và bán kính hoặc biết đường kính.

**5. Chú ý.**

\* Qua ba điểm không thẳng hàng A , B , C ta vẽ được một đường tròn duy nhất có tâm là giao điểm ba đường trung trực của ∆ABC.

 \* Qua hai điểm A , B cho trước ta vẽ được vô số đường tròn có tâm nằm trên đường trung trực của đoạn AB.

 \* Không vẽ được đường tròn nào đi qua ba điểm thẳng hàng.

**6. Tâm đối xứng và trục đối xứng của đường tròn.**

\* Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.

 \* Bất kì đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn đó

 => Một đường tròn chỉ có duy nhất một tâm đối xứng và có vô số trục đối xứng.

**II/ ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN.**

**1. Dây của đường tròn.**

Đoạn thẳng nối hai điểm bất kì trên đường tròn gọi là dây của đường tròn đó.

 Ví dụ: Dây MN của (O)

 Đường kính AB cũng được gọi là dây của (O).

**2. So sánh độ dài đường kính và dây.**

Định lý 1: Trong các dây của đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.

**3. Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây.**

Định lý 2: Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây đó.

 Định lý 3: Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây đó.

**BÀI TẬP CHUYÊN ĐỀ 3**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

\* Trong một đường tròn **đường kính** là dây lớn nhất.

 \* Trong một đường tròn:

 *+ Đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây đó.*

 *+ Đường kính đi qua trung điểm của dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây đó.*

 \* Để chứng minh các điểm thuộc một đường tròn: **cần nhớ:**

***+*** *Trong tam giác vuông trung điểm cạnh huyền là tâm vòng tròn ngoại tiếp*

*+ Trong tam giác đều , tâm vòng tròn ngoại tiếp là trọng tâm tam giác đó.*

*+ Trong tam giác thường:*

*- Tâm vòng tròn ngoại tiếp là giao điểm của 3 đường trung trực của 3 cạnh tam giác đó*

*- Tâm vòng tròn nội tiếp là giao điểm 3 đường phân giác trong của tam giác đó*

*- Các đỉnh của hình chữa nhật cùng thuộc đường tròn tâm là giao điểm hai đường chéo.*

*- Các đỉnh của hình vuông cùng thuộc đường tròn tâm là giao điểm hai đường chéo.*

**=> PHƯƠNG PHÁP:** *Để chứng minh các điểm  cùng thuộc một đường tròn ta chứng minh các điểm  cách đều điểm  cho trước.*

**II/ BÀI TẬP MẪU.**

**Ví dụ 1.** Cho tam giác đều có cạnh bằng .  là các đường trung tuyến. Chứng minh 4 điểm  cùng thuộc một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó

**Giải**

Vì tam giác  đều nên các trung tuyến đồng thời cũng là đường cao .

*  lần lượt vuông góc với .
* các tam giác  là tam giác vuông với  là cạnh huyền
* 
* Các điểm  cùng thuộc đường tròn Đường kính , tâm đường tròn là Trung điểm của 

**Ví dụ 2.** Cho tứ giác  có Gọi  lần lượt là trung điểm của . Chứng minh 4 điểm  cùng thuộc một đường tròn. Tìm tâm đường tròn đó

**Giải**

Kéo dài  cắt nhau tại điểm  thì tam giác  vuông tại .

+ Có  là đường trung bình của tam giác  => ****

**+ ** là đường trung bình của tam giác  => .

Mặt khác .

Chứng minh tương tự ta cũng có: .

Suy ra  là hình chữ nhật.

Hay các điểm  thuộc một đường tròn có tâm là giao điểm  của hai đường chéo 

**Ví dụ 3.** Cho tam giác  cân tại  nội tiếp đường tròn . Gọi  là trung điểm của ;  là trọng tâm của tam giác . Gọi  là giao điểm của  và . Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác 

**Giải**

Vì tam giác  cân tại  nên tâm  của vòng tròn ngoại tiếp tam giác nằm trên đường trung trực của .Gọi là giao điểm của  và 

Dựng các đường trung tuyến của tam giác  cắt nhau tại trọng tâm .Do . Gọi là giao điểm của  và  thì  là trọng tâm của tam giác  suy ra .

Mặt khác ta có  suy ra  hay  là trực tâm của tam giác .

Như vậy tam giác  vuông tại .

Do đó tâm vòng tròn ngoại tiếp tam giác  là trung điểm  của .

**Ví dụ 4.** Cho hình thang vuông  có . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên ;  là trung điểm của . Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác 

**Giải**

Gọi  là trung điểm của  thì  là đường trung bình của tam giác  suy ra , mặt khác 

=>  là trực tâm của tam giác  => .

Do  nên  là hình bình hành

Suy ra .

Từ đó ta có:  hay tam giác  vuông tại  nên tâm vòng tròn ngoại tiếp tam giác  là trung điểm của .

Ta có .

**Ví dụ 5.** Cho lục giác đều  tâm . Gọi  là trung điểm của .  cắt  tại . Chứng minh rằng các điểm nằm trên một đường tròn

**Giải**



 là lục giác đều =>  nằm trên đường tròn đường kính .

Vì tam giác  nên điểm  cách đều =>  là phân giác trong của góc 

Kẻ (Do  là đường trung bình của tam giác 

Kẻ  (Do  với )

Do 

=>  cách đều  hay  là phân giác ngoài của .

Vậy 5 điểm  cùng nằm trên một đường tròn đường kính .

**Ví dụ 6.** Cho hình vuông . Gọi  là trung điểm  là điểm thuộc đường chéo  sao cho . Chứng minh 4 điểm  nằm trên cùng một đường tròn

**Giải**

Ta thấy tứ giác  có  nên để chứng minh 4 điểm  cùng nằm trên một đường tròn ta sẽ chứng minh 

**Cách 1:** Kẻ đường thẳng qua  song song với  cắt  tại .

Xét ∆vuông và ∆vuông có 

=>  =>  => ∆ vuông tại .

Suy ra 4 điểm  cùng nằm trên đường tròn đường kính 

**Cách 2:** Gọi  là trung điểm của  với  là giao điểm của hai đường chéo.

Dễ thấy  là hình bình hành nên suy ra .

Mặt khác do  là trực tâm của tam giác .

**Ví dụ 7.** Cho tam giác  có trực tâm . Lấy điểm  thuộc tia  sao cho  và nằm giữa . Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên . Chứng minh cácđiểm  cùng thuộc một đường tròn

**Giải**

Giả sử  cắt  tại . Ta có  do cùng vuông góc với  suy ra  ( góc đồng vị) .

Tương tự ta cũng có  kết hợp với giả thiết  .

Mặt khác ta có  nên  hay  thuộc đường tròn đường tròn đường kính .

Dễ thấy  nên cácđiểm  cùng thuộc một đường tròn.

**II/ BÀI TẬP TỰ LUYỆN.**

**Bài 1:** Cho tam giác ABC có các đường cao BH và CK.

 a) Chứng minh: B, K, H và C cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm đường tròn đó.

 b) So sánh KH và BC.

**Bài 2:** Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Vẽ (O) đ­ường kính BC, nó cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự ở D và E.

 a) Chứng minh: CD AB; BE AC.

 b) Gọi K là giao điểm của BE và CD. Chứng minh: AK  BC.

**Bài 3:** Cho hình thoi ABCD. Gọi O là giao điểm hai đường chéo. M, N, R và S lần lượt là hình chiếu của O trên AB, BC, CD và DA. Chứng minh 4 điểm M, N, R và S cùng thuộc một đường tròn.

**Bài 4:** Cho tam giác ABC vuông tại A điểm D thuộc cạnh AB, điểm E thuộc cạnh AC. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của DE, DC, BC, BE. Chứng minh 4 điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

**Bài 5:** Hình thoi ABCD có . Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh 6 điểm E, B, F, G, D, H thuộc cùng một đường tròn.

**Bài 6:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Điểm C thuộc đường (O). Đường tròn (I) đường kính OA cắt OC tại D. Vẽ CH AB.

 a) Chứng minh A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn.

 b) Chứng minh OD = OH. Từ đó chỉ ra HD // AC.

**Bài 7:** Cho hình thang ABCD (AB // CD, AB < CD) có , CD = 2AD. Chứng minh các điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.

**Bài 8:** Cho (O) đường kính MN, I thuôc OM, K thuộc ON. Qua I, K vẽ các dây AB và CD vuông góc với MN

a) C/m MN là đường trung trực của AB và CD

b) C/m ABCD là hình thang cân

**Bài 9:** Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Gọi M là một điểm nằm trên AB (điểm M khác O). Qua M vẽ dây CD vuông góc với AB. Lấy điểm E đối xứng với A qua M.

 a) Tứ giác ACED là hình gì? Vì sao?

 b) Giả sử R = 6cm ; MA = 4cm. Tính CD.

c)\* Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M trên CA và CB. Chứng minh: .

**Bài 10:** Cho đường tròn (O; R). Vẽ hai bán kính OA, OB. Trên các bán kính OA, OB lần lượt lấy các điểm M, N sao cho OM = ON. Vẽ dây CD đi qua M, N (M ở giữa C và N).

 a) Chứng minh CM = DN.

 b) Giả sử . Tính OM theo R sao cho .

**Bài 11:** Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA, OB. Qua M, N lần lượt vẽ các dây CD và EF song song với nhau (C và E cùng nằm trên một nửa đường tròn đường kính AB).

 a) Chứng minh tứ giác CDEF là hình chữ nhật.

b) Giả sử CD và EF cùng tạo với AB một góc nhọn . Tính diện tích hình chữ nhật CDFE.

**Bài 12:** Cho hình chữ nhật , kẻ  vuông góc với . Trên  ta lấy các điểm  sao cho . Chứng minh  điểm  nằm trên một đường tròn.

**Gợi ý:** , hãy chứng minh 