SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

 THỪA THIÊN HUẾ CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ

 NĂM HỌC 2022-2023

 ĐỀ THI CHÍNH THỨC Môn thi: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)

 Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1:** **(1,5 điểm)** Cho biểu thức  

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm tất cả số nguyên  sao cho biểu thức nhận giá trị là số nguyên.

**Câu 2:** **(1,5 điểm)**

1. Trên mặt phẳng tọa độ  cho parabol  và đường thẳng  Gọi I là giao điểm của  và trục tung. Tìm tất cả các giá trị của để đường thẳng  cắt tại hai điểm phân biệt  thỏa mãn  và 
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 3:** **(2,0 điểm)**

1. Tìm m để phương trình:  (là ẩn số) có hai nghiệm  sao cho biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.
2. Giải phương trình 

**Câu 4:** **(3.0 điểm )** Cho đường tròn  và dây  cố định không đi qua  Điểm  thay đổi trên cung lớn  sao cho tam giác là tam giác nhọn  Gọi  là các đường cao và  là trực tâm của tam giác  Gọi là giao điểm của hai đường thẳng  và   là giao điểm thứ hai của  với  là trung điểm   là giao điểm thứ hai của  và  Chứng minh:

1. Tứ giác  là tứ giác nội tiếp.
2. Ba điểm  thẳng hàng.
3. Tứ giác  là tứ giác nội tiếp.
4. Đường thẳng  luôn đi qua một điểm cố định khi  thay đổi.

**Câu 5:** **(2,0 điểm)**

1. Tìm tất cả số nguyên  thỏa mãn 
2. Cho là các số thực dương thỏa mãn  Chứng minh rằng

..

------------------HẾT----------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

 THỪA THIÊN HUẾ CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ

 NĂM HỌC 2022-2023

 ĐỀ THI CHÍNH THỨC Môn thi: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)

 Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

**Câu 1:** **(1,5 điểm)** Cho biểu thức  

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm tất cả số nguyên  sao cho biểu thức nhận giá trị là số nguyên.

Lời giải:

1. 



1. Ta có



Để  là số nguyên thì và  phải là số nguyên

Ta có là số nguyên khi 

Thử lại

Với (TM)

Vậy  thì là số nguyên.

**Câu 2:** **(1,5 điểm)**

1. Trên mặt phẳng tọa độ  cho parabol  và đường thẳng  Gọi I là giao điểm của  và trục tung. Tìm tất cả các giá trị của để đường thẳng  cắt tại hai điểm phân biệt  thỏa mãn  và 
2. Giải hệ phương trình: 

Lời giải

1. Vì  là giao điểm của  và trục tung nên 

Phương trình hoành độ giao điểm của  và  là 

Ta có với mọi k

Và 

Nên phương trình  luôn có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn với mọi k

Theo hệ thức vi-ét, ta có:

Vì nên ta có 

Mà nên 

Ta có 

Vậy thõa mãn yêu cầu bài toán.

1. Ta có: 



Giải hệ phương trình 

Giải hệ phương trình 



Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm: 

**Câu 3:** **(2,0 điểm)**

1. Tìm m để phương trình:  (là ẩn số) có hai nghiệm  sao cho biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.
2. Giải phương trình 

Lời giải

1. Ta có: nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt trái dấu

Theo hệ thức vi-ét, ta có: 

 Đặt 

 Lúc đó: 

  đạt giá trị lớn nhất là  khi 

1. 

Điều kiện : 

 Ta có:

 

Đặt 

Phương trình  trở thành:





Giải phương trình ta được 

Suy ra 

Vậy 

**Câu 4:** **(3.0 điểm )** Cho đường tròn  và dây  cố định không đi qua  Điểm  thay đổi trên cung lớn  sao cho tam giác là tam giác nhọn  Gọi  là các đường cao và  là trực tâm của tam giác  Gọi là giao điểm của hai đường thẳng  và   là giao điểm thứ hai của  với  là trung điểm   là giao điểm thứ hai của  và  Chứng minh:

1. Tứ giác  là tứ giác nội tiếp.
2. Ba điểm  thẳng hàng.
3. Tứ giác  là tứ giác nội tiếp.
4. Đường thẳng  luôn đi qua một điểm cố định khi  thay đổi.

Lời giải



1. Vì tứ giác  nội tiếp đường tròn nên 

Dễ thấy tứ giác  nội tiếp nên 

Suy ra 

Vậy tứ giác  nội tiếp.

1. Kẻ đường kính  của đường tròn  Khi đó,  (1)

Xét tứ giác  ta có: (cùng ); (cùng )

Nên tứ giác  là hình bình hành

Suy ra  là trung điểm của hay thẳng hàng.

Tứ giác  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 

Ta có tứ giác  nội tiếp nên  thuộc đường tròn đường kính AH

hay (2)

Từ (1) và (2) suy ra thẳng hàng

Vậy thẳng hàng.

1. Ta có 

Ta có  nên 

Mà  nên 

 Xét có  và  nên  là tia phân giác góc 

 Suy ra 

 Từ  và  suy ra 

1. Gọi  là giao điểm của tiếp tuyến đường tròn  tại  và  Suy ra  cố định.

Ta cần chứng minh  thẳng hàng

Gọi  là giao điểm của  và đường tròn 

Vì  vuông nên 

Suy ra tứ giác  nội tiếp

Ta có tứ giác  và  cùng nội tiếp đường tròn ngoại tiếp  và cắt  tại giao điểm thứ hai là  và  nên  và  trùng nhau.

Vậy thẳng hàng hay  đi qua  cố định.

**Câu 5:** **(2,0 điểm)**

1. Tìm tất cả số nguyên  thỏa mãn 
2. Cho là các số thực dương thỏa mãn  Chứng minh rằng

.

Lời giải

1. Ta có: 



Biện luận theo  ta có các bộ số thỏa mãn 

1. Ta có:



 (Theo bất đẳng thức )

 (Theo bất đẳng thức )



Tương tự 

 

Suy ra 



 Vậy: 

Dấu xảy ra khi 