

Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm).

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1: Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $xy - y = 2$. B. $3x - \sqrt{y} = -4$. C. $\frac{2}{x} - y = 3$. D. $3x - \frac{4}{5}y = 0$.

Câu 2: Nghiệm tổng quát của phương trình $2x - y = 3$ là

- A. $(x; 2x - 3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. B. $(x; 2x + 3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $(x; 2y - 3)$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$. D. $(x; y)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Cặp số $(2; -1)$ là nghiệm của hệ phương trình

- A. $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$.

Câu 4: Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x-2}{x} = \frac{2}{x^2+1}$ là

- A. $x \neq 0; x \neq \pm 1$ B. $x = 0; x = \pm 1$ C. $x \neq 0; x \neq 1$ D. $x \neq 0; x \neq -1$

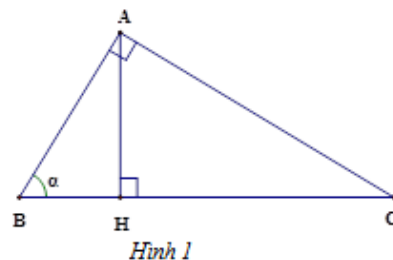
Câu 5: Nghiệm của bất phương trình $-2x > -3x - 3$ là

- A. $x \geq 3$. B. $x > -3$. C. $x \leq -3$. D. $x < 3$.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH và $\angle B = \alpha$ (Hình 1).

Tỉ số $\frac{HA}{HB}$ bằng

- A. $\sin \alpha$. B. $\cos \alpha$. C. $\tan \alpha$. D. $\cot \alpha$.



Câu 7: Tam giác MNP vuông tại M thì

- A. $MP = MN \cdot \cot P$. B. $MP = NP \cdot \sin P$
C. $NP = MN \cdot \tan P$ D. $NP = MP \cdot \cos P$.

Câu 8: Giá trị của biểu thức $A = \sin 12^\circ + \sin 13^\circ + \sin 14^\circ - \cos 78^\circ - \cos 77^\circ - \cos 76^\circ$ là

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

II. Phần tự luận (8,0 điểm).

Bài 1 (2,0 điểm).

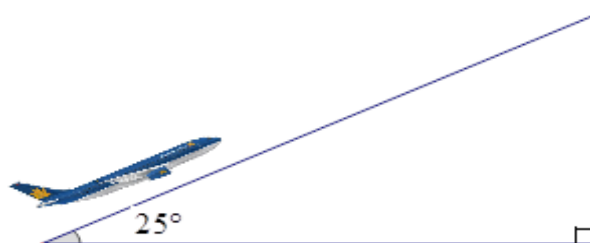
- 1) Giải phương trình $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{x^2-4}$.
- 2) Giải bất phương trình $(x+1)^2 - (x+1)(x+2) \geq -2$.

Bài 2 (2,0 điểm). Giải các hệ phương trình (Không sử dụng phương pháp dùng máy tính cầm tay).

- a)
$$\begin{cases} 2(x-y) - 3(x+y) = -7 \\ 5(x-y) - 2(x+y) = -1 \end{cases}$$
- b)
$$\begin{cases} \frac{x^2}{3x+y-1} - \frac{4}{x-2} = 5 \\ 2x+y = -1 \end{cases}$$

Bài 3 (3,0 điểm).

1) Một chiếc máy bay cất cánh với vận tốc 350km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 25° (Hình 2). Hỏi sau 3 phút máy bay bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng?



Hình 2

(làm tròn kết quả với độ chính xác 0,05).

2) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Từ H kẻ $HE \perp AB, HF \perp AC$ ($E \in AB, F \in AC$).

- a) Biết $AB = 3\text{cm}, AC = 4\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AH, HB .
- b) Chứng minh $EA \cdot EB + AF \cdot FC = CA \cdot CF \cdot \tan^2 C$.

Bài 4 (1,0 điểm).

Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý. Chứng minh rằng $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c$.

---- Hết ----

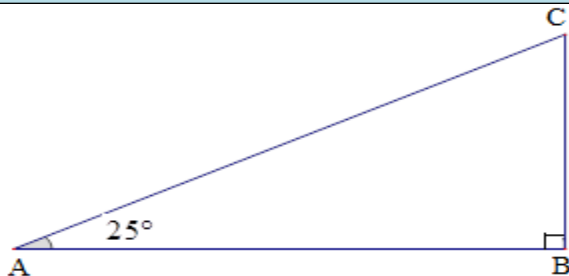
ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

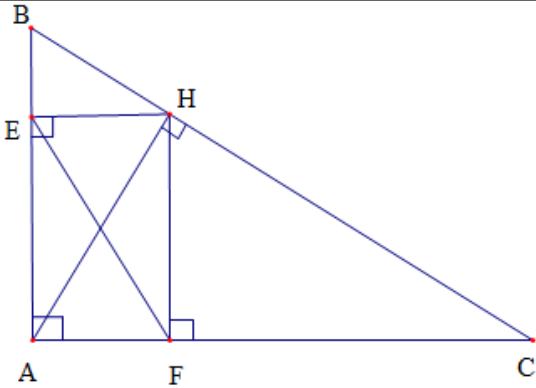
Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm). *Mỗi đáp án đúng được 0,25 điểm.*

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	A	C	C	B	C	A	B

II. Phần tự luận (8,0 điểm).

Bài	Đáp án	Điểm
1 (2,0 điểm)	1) Giải phương trình $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{x^2-4}$.	1,0
	Điều kiện xác định của phương trình là: $x \neq 2$ và $x \neq -2$.	0,25
	$\frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{x^2-4}$ $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{(x-2)(x+2)}$	0,25
	$\frac{(x-2)^2}{x+2} - \frac{x \cdot (x+2)}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{(x-2)(x+2)}$	
	$(x-2)^2 - x \cdot (x+2) = 2(1-2x).$ $x^2 - 4x + 4 - x^2 - 2x = 2 - 4x.$ $-2x = -2.$	0,25
	$x = 1$ (Thỏa mãn điều kiện xác định). Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất $x = 1$.	0,25
	2) Giải bất phương trình $(x+1)^2 - (x+1)(x+2) \geq -2$	1,0
	$x^2 + 2x + 1 - (x^2 + 2x + x + 2) \geq -2$	0,25
	$x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x - x - 2 \geq -2$ $-x \geq -1$	0,25
	$x \leq 1$	0,25
	Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq 1$	0,25
	Giải các hệ phương trình sau: a) $\begin{cases} 2(x-y) - 3(x+y) = -7 \\ 5(x-y) - 2(x+y) = -1 \end{cases}$	1,0
	$\begin{cases} 2x - 2y - 3x - 3y = -7 \\ 5x - 5y - 2x - 2y = -1 \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} -x - 5y = -7 \\ 3x - 7y = -1 \end{cases}$	0,25

	$\begin{cases} x = 7 - 5y & (1) \\ 3x - 7y = -1 & (2) \end{cases}$ Thay $x = 7 - 5y$ vào (2) ta được $3(7 - 5y) - 7y = -1$ Suy ra $y = 1$	0,25
	Thay $y = 1$ vào (1) ta được $x = 2$ Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$	0,25
	b) $\begin{cases} \frac{x^2}{3x + y - 1} - \frac{4}{x - 2} = 5 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$	1,0
	Điều kiện: $3x + y - 1 \neq 0; x \neq 2$	0,25
	$\begin{cases} \frac{x^2}{x + 2x + y - 1} - \frac{4}{x - 2} = 5 & (3) \\ 2x + y = -1 & (4) \end{cases}$ Thay $2x + y = -1$ vào (3) ta được $\frac{x^2}{x - 1 - 1} - \frac{4}{x - 2} = 5$	0,25
	$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 5$ $x + 2 = 5$ $x = 3$	0,25
	Thay $x = 3$ vào (4) ta được $y = -7$ Ta có $x = 3$ và $y = -7$ thỏa mãn điều kiện Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; -7)$	0,25
	1) Một chiếc máy bay cất cánh với vận tốc 350 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 25° (Hình 2). Hỏi sau 3 phút máy bay bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng? (làm tròn kết quả với độ chính xác 0,05).	1,0
		

3 (3,0 điểm)	Quãng đường máy bay bay trong 3 phút là $AC = 350 \cdot \frac{3}{60} = 17,5 (km)$	0,25
	Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $BC = AC \cdot \sin A$	0,25
	$= 17,5 \cdot \sin 25^\circ$ $\approx 7,4 (km)$ Vậy sau 3 phút máy bay bay lên cao được 7,4 km.	0,5
	2) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Từ H kẻ $HE \perp AB, HF \perp AC (E \in AB, F \in AC)$. a) Biết $AB = 3cm, AC = 4cm$. Tính độ dài các đoạn thẳng AH, HB. b) Chứng minh $EA \cdot EB + AF \cdot FC = CA \cdot CF \cdot \tan^2 C$.	
		
	a) Biết $AB = 3cm, AC = 4cm$. Tính độ dài các đoạn thẳng AH, HB.	1,0
	$\triangle ABC$ vuông tại A có $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$ $BC = 5cm$.	0,25
	$\triangle HBA$ và $\triangle ABC$ có $\widehat{BHA} = \widehat{BAC} = 90^\circ$; $\widehat{B}$ chung $\triangle HBA \sim \triangle ABC (g.g)$	0,25
	$\frac{HB}{AB} = \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC}$ $\frac{HB}{3} = \frac{AH}{4} = \frac{3}{5}$ $HB = \frac{9}{5} cm$	0,25
	$AH = \frac{12}{5} cm$	0,25
	b) Chứng minh $EA \cdot EB + AF \cdot FC = CA \cdot CF \cdot \tan^2 C$. Chứng minh $\triangle HEB \sim \triangle AEH (g.g)$ $\frac{EH}{AE} = \frac{BE}{EH}$	1,0

	$AE \cdot BE = EH^2$	0,25
	Chứng minh $\Delta HFA \sim \Delta CFH$ (g.g) $\frac{HF}{AF} = \frac{CF}{HF}$ $AF \cdot CF = HF^2$	0,25
	chứng minh tứ giác AEHF là hình chữ nhật từ đó suy ra $EF = AH$. ΔEHF vuông tại H suy ra $EF^2 = HE^2 + HF^2$ ΔAHC vuông tại H có đường cao HF nên $\cos C = \frac{FC}{CH} = \frac{CH}{AC}$ Suy ra $CH^2 = CA \cdot CF$	0,25
	Ta có $AE \cdot BE + AF \cdot CF = EH^2 + HF^2 = EF^2 = AH^2$ $= \frac{HC^2}{AC^2} \cdot AH^2 = CA \cdot CF \cdot \tan^2 C.$	0,25
4 (1,0 điểm)	Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý. Chứng minh rằng $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c$.	1,0
	Ta chứng minh $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} - a - b - c \geq 0$ $VT = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} - a - b - c$ $= \left(\frac{a^2}{b} - 2a + b \right) + \left(\frac{b^2}{c} - 2b + c \right) + \left(\frac{c^2}{a} - 2c + a \right)$	0,5
	$= \left(\frac{a^2 - 2ab + b^2}{b} \right) + \left(\frac{b^2 - 2bc + c^2}{c} \right) + \left(\frac{c^2 - 2ca + a^2}{a} \right)$	0,25
	$= \frac{(a-b)^2}{b} + \frac{(b-c)^2}{c} + \frac{(c-a)^2}{a} \geq 0 \text{ với mọi số thực dương } a, b, c.$ Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$. Vậy với mọi a, b, c là các số thực dương tùy ý thì $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c.$	0,25

Lưu ý:

- Trên đây là sơ lược các bước giải, yêu cầu HS lập luận chặt chẽ khi trình bày bài.
- Các cách giải khác đúng và logic vẫn cho điểm tối đa.