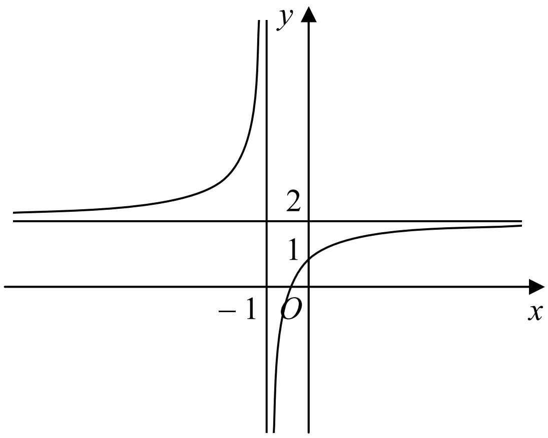
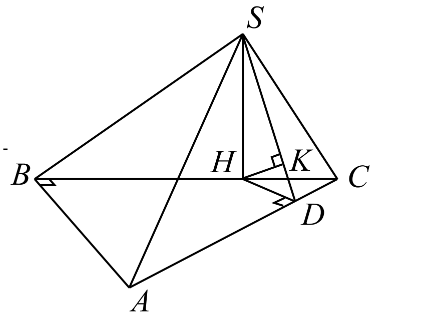
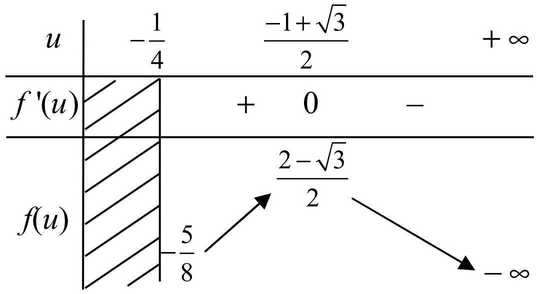
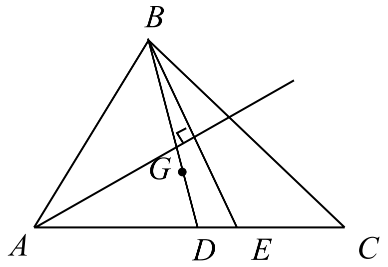
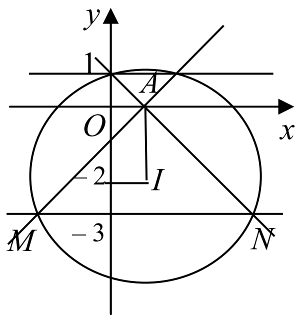
| **BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM** |
|---|---|
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2011**<br>**Môn: TOÁN; Khối D**<br>(Đáp án - thang điểm gồm 04 trang) |

## ĐÁP ÁN − THANG ĐIỂM

| *Câu* | *Đáp án* | *Điểm* |
|---|---|---|
| **I**<br>**(2,0 *điểm*)** | 1. **(1,0 *điểm*)** | |
| | • Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$.<br>• Sự biến thiên:<br>– Chiều biến thiên: $y' = \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0,\ \forall\, x \in D.$<br>Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. | ***0,25*** |
| | – Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = 2$; tiệm cận ngang: $y = 2$.<br>$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = +\infty,\ \lim\limits_{x\to(-1)^+} y = -\infty$; tiệm cận đứng: $x = -1$. | ***0,25*** |
| | – Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -1 & & +\infty \\ \hline y' & & + & \| & + & \\ \hline y & & \nearrow +\infty & \| & & 2 \\ & 2 & & \| -\infty & \nearrow & \end{array}$ | ***0,25*** |
| | • Đồ thị:<br><br> | ***0,25*** |
| | 2. **(1,0 *điểm*)** | |
| | Gọi $d$: $y = kx + 2k + 1$, suy ra hoành độ giao điểm của $d$ và $(C)$ là nghiệm phương trình:<br>$kx + 2k + 1 = \dfrac{2x+1}{x+1} \Leftrightarrow 2x + 1 = (x + 1)(kx + 2k + 1)$ (do $x = -1$ không là nghiệm)<br>$\Leftrightarrow kx^2 + (3k - 1)x + 2k = 0$ (1). | ***0,25*** |
| | $d$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$, khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k^2 - 6k + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k < 3 - 2\sqrt{2} \vee k > 3 + 2\sqrt{2}. \end{cases}$ (*). | ***0,25*** |
| | Khi đó: $A(x_1; kx_1 + 2k + 1)$ và $B(x_2; kx_2 + 2k + 1)$, $x_1$ và $x_2$ là nghiệm của (1).<br>$d(A, Ox) = d(B, Ox) \Leftrightarrow \left\| kx_1 + 2k + 1 \right\| = \left\| kx_2 + 2k + 1 \right\|$ | ***0,25*** |

| Câu | Đáp án | Điểm |
|---|---|---|
| | $\Leftrightarrow k(x_1+x_2)+4k+2=0$ (do $x_1 \neq x_2$).<br>Áp dụng định lý Viét đối với (1), suy ra: $(1-3k)+4k+2=0 \Leftrightarrow k=-3$, thỏa mãn (*).<br>Vậy, giá trị cần tìm là: $k=-3$. | *0,25* |
| **II**<br>**(2,0 *điểm*)** | 1. **(1,0 *điểm*)** | |
| | Điều kiện: $\cos x \neq 0$, $\tan x \neq -\sqrt{3}$ (*).<br>Phương trình đã cho tương đương với: $\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1 = 0$ | *0,25* |
| | $\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x+1)-(\sin x+1)=0 \Leftrightarrow (\sin x+1)(2\cos x-1)=0.$ | *0,25* |
| | $\Leftrightarrow \sin x=-1 \Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$ hoặc $\cos x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi.$ | *0,25* |
| | Đối chiếu điều kiện (*), suy ra nghiệm: $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. | *0,25* |
| | 2. **(1,0 điểm)** | |
| | Điều kiện: $-1 \le x \le 1$ (*).<br>Khi đó, phương trình đã cho tương đương với: $\log_2\left(8-x^2\right)=\log_2\left[4\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)\right]$ | *0,25* |
| | $\Leftrightarrow\ 8-x^2=4\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right) \Leftrightarrow (8-x^2)^2=16\left(2+2\sqrt{1-x^2}\right)$ (1). | *0,25* |
| | Đặt $t=\sqrt{1-x^2}$, (1) trở thành: $(7+t^2)^2=32(1+t) \Leftrightarrow t^4+14t^2-32t+17=0$<br>$\Leftrightarrow (t-1)^2(t^2+2t+17)=0 \Leftrightarrow t=1.$ | *0,25* |
| | Do đó, (1) $\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2}=1 \Leftrightarrow x=0$, thỏa mãn (*).<br>Vậy, phương trình có nghiệm: $x=0$. | *0,25* |
| **III**<br>**(1,0 *điểm*)** | Đặt $t=\sqrt{2x+1} \Rightarrow 4x=2(t^2-1)$, $\mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$.<br>Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=4\Rightarrow t=3$. | *0,25* |
| | $I=\displaystyle\int_1^3\frac{2t^3-3t}{t+2}\mathrm{d}t=\int_1^3\left(2t^2-4t+5-\frac{10}{t+2}\right)\mathrm{d}t$ | *0,25* |
| | $=\left.\left(\dfrac{2t^3}{3}-2t^2+5t-10\ln\lvert t+2\rvert\right)\right\|_1^3$ | *0,25* |
| | $=\dfrac{34}{3}+10\ln\dfrac{3}{5}.$ | *0,25* |
| **IV**<br>**(1,0 *điểm*)** | Hạ $SH\perp BC\ (H\in BC)$; $(SBC)\perp(ABC)\Rightarrow SH\perp(ABC)$; $SH=SB.\sin\widehat{SBC}=a\sqrt{3}$. | *0,25* |
| | <br>Diện tích: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}BA.BC=6a^2$.<br>Thể tích: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SH=2a^3\sqrt{3}$. | *0,25* |
| | Hạ $HD\perp AC\ (D\in AC)$, $HK\perp SD\ (K\in SD)$<br>$\Rightarrow HK\perp(SAC) \Rightarrow HK=\mathrm{d}(H,(SAC))$.<br>$BH=SB.\cos\widehat{SBC}=3a\Rightarrow BC=4HC$<br>$\Rightarrow \mathrm{d}(B,(SAC))=4.\mathrm{d}(H,(SAC))$. | *0,25* |
| | Ta có $AC=\sqrt{BA^2+BC^2}=5a$; $HC=BC-BH=a\Rightarrow HD=BA.\dfrac{HC}{AC}=\dfrac{3a}{5}$.<br>$HK=\dfrac{SH.HD}{\sqrt{SH^2+HD^2}}=\dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$. Vậy, $\mathrm{d}(B,(SAC))=4.HK=\dfrac{6a\sqrt{7}}{7}$. | *0,25* |
| **V**<br>**(1,0 *điểm*)** | Hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases}(x^2-x)(2x-y)=m\\(x^2-x)+(2x-y)=1-2m.\end{cases}$ | *0,25* |

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td></td><td>Đặt $u = x^2 - x,\ u \geq -\dfrac{1}{4};\ v = 2x - y.$<br>Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases} uv = m \\ u + v = 1 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + (2m-1)u + m = 0\ (1) \\ v = 1 - 2m - u. \end{cases}$<br>Hệ đã cho có nghiệm, khi và chỉ khi (1) có nghiệm thỏa mãn $u \geq -\dfrac{1}{4}.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Với $u \geq -\dfrac{1}{4}$, ta có: (1) $\Leftrightarrow m(2u + 1) = -u^2 + u \Leftrightarrow m = \dfrac{-u^2+u}{2u+1}.$<br>Xét hàm $f(u) = \dfrac{-u^2+u}{2u+1}$, với $u \geq -\dfrac{1}{4}$; ta có:<br>$f'(u) = -\dfrac{2u^2+2u-1}{(2u+1)^2};\ f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Bảng biến thiên:<br><br>Suy ra giá trị cần tìm là: $m \leq \dfrac{2-\sqrt{3}}{2}.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>VI.a<br>(2,0 điểm)</td><td>1. (1,0 điểm)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td><br>Gọi $D(x; y)$ là trung điểm $AC$, ta có: $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{GD}$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = 3(x-1) \\ y - 1 = 3(y-1) \end{cases} \Rightarrow D\left(\dfrac{7}{2}; 1\right).$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Gọi $E(x; y)$ là điểm đối xứng của $B$ qua phân giác trong $d$: $x - y - 1 = 0$ của góc $A$.<br>Ta có $EB$ vuông góc với $d$ và trung điểm $I$ của $EB$ thuộc $d$ nên tọa độ $E$ là nghiệm của hệ:<br>$\begin{cases} 1(x+4) + 1(y-1) = 0 \\ \dfrac{x-4}{2} - \dfrac{y+1}{2} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 3 = 0 \\ x - y - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow E(2; -5).$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Đường thẳng $AC$ đi qua $D$ và $E$, có phương trình: $4x - y - 13 = 0.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Tọa độ $A(x; y)$ thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 4x - y - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(4; 3).$ Suy ra: $C(3; -1).$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>2. (1,0 điểm)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$, vuông góc với $d$, có phương trình: $2x + y - 2z + 2 = 0.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Gọi $B$ là giao điểm của trục $Ox$ với $(P)$, suy ra $\Delta$ là đường thẳng đi qua các điểm $A$, $B$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>$B \in Ox$, có tọa độ $B(b; 0; 0)$ thỏa mãn phương trình $2b + 2 = 0 \Rightarrow B(-1; 0; 0).$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Phương trình $\Delta$: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t. \end{cases}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>VII.a</td><td>Gọi $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$, ta có: $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i \Leftrightarrow a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

| Câu | Đáp án | Điểm |
|---|---|---|
| **(1,0 *điểm*)** | $\Leftrightarrow -a-3b-(3a-3b)i = 1-9i$ | ***0,25*** |
| | $\Leftrightarrow \begin{cases} -a-3b=1 \\ 3a-3b=9 \end{cases}$ | ***0,25*** |
| | $\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1. \end{cases}$ Vậy $z=2-i$. | ***0,25*** |
| **VI.b** **(2,0 *điểm*)** | 1. **(1,0 điểm)** | |
| |  Đường tròn ($C$) có tâm $I(1; -2)$, bán kính bằng $\sqrt{10}$.<br>Ta có: $IM = IN$ và $AM = AN \Rightarrow AI \perp MN$; suy ra phương trình $\Delta$ có dạng: $y = m$. | ***0,25*** |
| | Hoành độ $M$, $N$ là nghiệm phương trình:<br>$x^2 - 2x + m^2 + 4m - 5 = 0$ (1).<br>(1) có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$, khi và chỉ khi:<br>$m^2 + 4m - 6 < 0$ (*); khi đó ta có: $M(x_1; m)$ và $N(x_2; m)$. | ***0,25*** |
| | $AM \perp AN \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN} = 0 \Leftrightarrow (x_1-1)(x_2-1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 - (x_1+x_2) + m^2 + 1 = 0$. | ***0,25*** |
| | Áp dụng định lý Viét đối với (1), suy ra: $2m^2 + 4m - 6 = 0$<br>$\Leftrightarrow m = 1$ hoặc $m = -3$, thỏa mãn (*). Vậy, phương trình $\Delta$: $y = 1$ hoặc $y = -3$. | ***0,25*** |
| | 2. **(1,0 điểm)** | |
| | Gọi $I$ là tâm của mặt cầu. $I \in \Delta$, suy ra tọa độ $I$ có dạng: $I(1+2t; 3+4t; t)$. | ***0,25*** |
| | Mặt cầu tiếp xúc với ($P$), khi và chỉ khi: $d(I, (P)) = 1$<br>$\Leftrightarrow \dfrac{\lvert 2(1+2t)-(3+4t)+2t \rvert}{3} = 1$ | ***0,25*** |
| | $\Leftrightarrow t = 2$ hoặc $t = -1$. Suy ra: $I(5; 11; 2)$ hoặc $I(-1; -1; -1)$. | ***0,25*** |
| | Phương trình mặt cầu:<br>$(x-5)^2 + (y-11)^2 + (z-2)^2 = 1$ hoặc $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$. | ***0,25*** |
| **VII.b** **(1,0 *điểm*)** | $y' = \dfrac{2x^2+4x}{(x+1)^2}$; | ***0,25*** |
| | $y' = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = 0$. | ***0,25*** |
| | $y(0) = 3$, $y(2) = \dfrac{17}{3}$. | ***0,25*** |
| | Vậy: $\min\limits_{[0;\,2]} y = 3$, tại $x = 0$; $\max\limits_{[0;\,2]} y = \dfrac{17}{3}$, tại $x = 2$. | ***0,25*** |

**------------- Hết -------------**