

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(D): y = \frac{x}{2} + 1$.

- a) Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Câu 2. (1,0 điểm). Cho phương trình $3x^2 + 2x - 4 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3x_1^2 + 5x_1x_2 + 3x_2^2}{4x_1^3x_2 + 4x_1x_2^3}$

Câu 3. (1,0 điểm). Giá bán một cái bánh ở hai cửa hàng A và B đều là 15000 đồng, nhưng mỗi cửa hàng có hình thức khuyến mãi khác nhau.

- Cửa hàng A : nếu khách hàng mua bốn cái bánh trở lên thì ba cái bánh đầu tiên giá mỗi cái bánh vẫn là 15000 đồng nhưng từ cái bánh thứ tư trở đi khách hàng chỉ phải trả 80 % giá đang bán.

- Cửa hàng B : nếu khách hàng mua 3 cái bánh thì được tặng một cái bánh miễn phí.

Một nhóm bạn học sinh mua 15 cái bánh thì chọn cửa hàng nào có lợi hơn và lợi hơn bao nhiêu?

Câu 4. (0,75 điểm). Ba làng A, B, C nằm trên cùng một quốc lộ, làng B nằm giữa làng A và làng C , làng A cách làng B 5 km. Một người đi bộ theo hướng từ làng B đến làng C mỗi giờ cách làng A thêm 4 km. Biết rằng mối liên hệ giữa khoảng cách từ làng A đến người đi bộ y km và thời gian đi bộ của người đó là x (giờ) là một hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$.

- a) Xác định các hệ số a và b .
b) Nếu người đi bộ cách làng A 7 km thì người ấy phải đi bộ trong bao nhiêu phút?

Câu 5. (0,75 điểm). Một người mang cam đi đổi lấy táo và lê. Cứ 9 quả cam thì đổi được 2 quả táo và 1 quả lê, 5 quả táo thì đổi được 2 quả lê. Nếu người đó đổi hết số cam mang đi thì được 17 quả táo và 13 quả lê. Hỏi người đó mang đi bao nhiêu quả cam?

Câu 6. (1,0 điểm). Một xe chở xăng dầu, bên trên có một bồn chứa hình trụ dài 2,6 m và đường kính đáy là 1,4 m. Theo tiêu chuẩn an toàn thì bồn chỉ chứa được tối đa 80 % thể tích khi xe di chuyển trên đường.

- a) Mỗi chuyến xe có thể chở nhiều nhất bao nhiêu lít nhiên liệu? (cho $\pi = 3,14$).
- b) Trên đường vận chuyển, xe chở xăng dầu trên phải đi qua 1 cây cầu có tải trọng 5 tấn. Biết xe khi chưa chở hàng nặng 3 tấn. Hỏi nếu muốn đi qua cây cầu đó thì xe chở tối đa bao nhiêu lít xăng? Biết khối lượng riêng của xăng là 0,713 kg/lít (Các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 7. (1 điểm). Điểm trung bình của 100 học sinh trong hai lớp 9A và 9B là 7,608. Tính điểm trung bình của các học sinh mỗi lớp, biết rằng số học sinh của lớp 9A hơn lớp 9B 2 học sinh và điểm trung bình của học sinh lớp 9B bằng $\frac{9}{10}$ điểm trung bình của học sinh lớp 9A.

Câu 8. (3 điểm) Từ điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ kẻ hai tiếp tuyến AB và AC . Vẽ cát tuyến AMN với O (M nằm giữa A và N ; điểm O nằm ngoài BAN). Gọi H là giao điểm của OA và CB .

- a) Chứng minh tứ giác $OBAC$ nội tiếp.
- b) Chứng minh $AB^2 = AM \cdot AN = OA^2 - R^2$.
- c) Tiếp tuyến tại M và N của O cắt nhau tại S . Chứng minh tứ giác $OHMN$ nội tiếp và ba điểm S, B, C thẳng hàng.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(D): y = \frac{x}{2} + 1$.

- Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

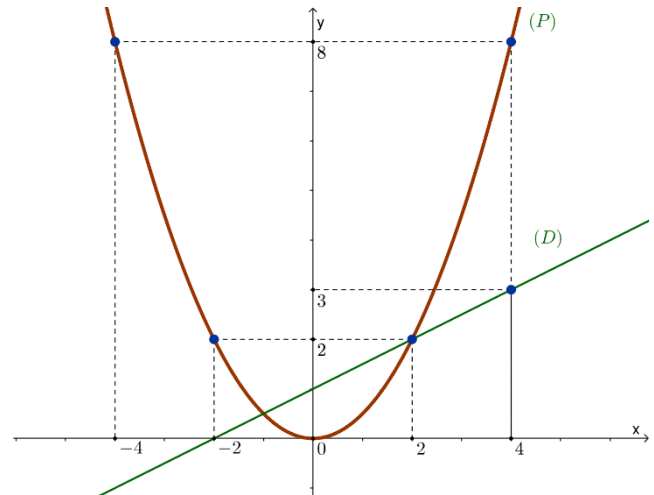
Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{2}$	8	2	0	2	8

x	2	4
$y = \frac{x}{2} + 1$	2	3



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) :

$$\frac{x^2}{2} = \frac{x}{2} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Thay $x = 2$ vào $y = \frac{x^2}{2}$, ta được: $y = \frac{2^2}{2} = 2$.

Thay $x = -1$ vào $y = \frac{x^2}{2}$, ta được: $y = \frac{(-1)^2}{2} = \frac{1}{2}$.

Vậy $(2; 2), \left(-1; \frac{1}{2}\right)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $3x^2 + 2x - 4 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3x_1^2 + 5x_1x_2 + 3x_2^2}{4x_1^3x_2 + 4x_1x_2^3}$.

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = 3.(-4) = -12 < 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lý Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{2}{3} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A = \frac{3x_1^2 + 5x_1x_2 + 3x_2^2}{4x_1^3x_2 + 4x_1x_2^3}$$

$$A = \frac{3(x_1^2 + x_2^2) + 5x_1x_2}{4x_1x_2(x_1^2 + x_2^2)}$$

$$A = \frac{3(S^2 - 2P) + 5P}{4P(S^2 - 2P)}$$

$$A = \frac{3S^2 - P}{4S^2P - 8P^2}$$

$$A = \frac{3\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{4}{3}\right)\right)}{4\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right)\left(-\frac{4}{3}\right) - 8\left(-\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{-9}{56}.$$

Câu 3. (1,0 điểm). Giá bán một cái bánh ở hai cửa hàng A và B đều là 15000 đồng, nhưng mỗi cửa hàng có hình thức khuyến mãi khác nhau.

- Cửa hàng A : nếu khách hàng mua bốn cái bánh trở lên thì ba cái bánh đầu tiên giá mỗi cái bánh vẫn là 15000 đồng nhưng từ cái bánh thứ tư trở đi khách hàng chỉ phải trả 80 % giá đang bán.

- Cửa hàng B : nếu khách hàng mua 3 cái bánh thì được tặng một cái bánh miễn phí.

Một nhóm bạn học sinh mua 15 cái bánh thì chọn cửa hàng nào có lợi hơn và lợi hơn bao nhiêu?

Lời giải

Số tiền phải trả khi mua ở cửa hàng A

$$15000.3 + 15000.80\%.12 = 189000 \text{ (đồng)}$$

Ta có $15 : 4 = 3$ dư 3 $\Rightarrow$ được tặng 3 cái bánh

Số tiền phải trả khi mua ở cửa hàng B

$$15000.12 = 180000 \text{ (đồng)}$$

Vậy mua ở cửa hàng B lợi hơn và lợi hơn 9000 đồng.

Câu 4. (0,75 điểm). Ba làng A, B, C nằm trên cùng một quốc lộ, làng B nằm giữa làng A và làng C , làng A cách làng B 5 km. Một người đi bộ theo hướng từ làng B đến làng C mỗi giờ cách làng A thêm 4 km. Biết rằng mối liên hệ giữa khoảng cách từ làng A đến người đi bộ y km và thời gian đi bộ của người đó là x (giờ) là một hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$.

- Xác định các hệ số a và b .
- Nếu người đi bộ cách làng A 7 km thì người ấy phải đi bộ trong bao nhiêu phút?

Lời giải

- Xác định các hệ số a và b .

Khoảng cách từ làng A đến người đi bộ = Vận tốc x thời gian + khoảng cách từ làng A cách làng B

$$y = 4x + 5$$

Vậy $a = 4, b = 5$.

- Nếu người đi bộ cách làng A 7 km thì người ấy phải đi bộ trong bao nhiêu phút?

Thế $y = 7$ vào $y = 4x + 5$

$$\Leftrightarrow 7 = 4x + 5$$

$$\Leftrightarrow x = 0,5$$

Vậy người đó phải đi bộ trong 30 phút.

Câu 5. (0,75 điểm). Một người mang cam đi đổi lấy táo và lê. Cứ 9 quả cam thì đổi được 2 quả táo và 1 quả lê, 5 quả táo thì đổi được 2 quả lê. Nếu người đó đổi hết số cam mang đi thì được 17 quả táo và 13 quả lê. Hỏi người đó mang đi bao nhiêu quả cam?

Lời giải

Cách 1: Cứ 9 quả cam thì đổi được 2 quả táo và 1 quả lê

$\Rightarrow$ 18 quả cam thì đổi được 4 quả táo và 2 quả lê

Mà 2 quả lê thì đổi được 5 quả táo

Nên 18 quả cam thì đổi được 9 quả táo

$\Rightarrow$ 2 quả cam thì đổi được 1 quả táo

Mà 5 quả táo thì đổi được 2 quả lê

$\Rightarrow$ 10 quả cam thì đổi được 2 quả lê $\Rightarrow$ 5 quả cam thì đổi được 1 quả lê

Vậy số quả cam người đó mang đi $17.2 + 13.5 = 99$ (quả)

Cách 2: Gọi số quả cam đổi được 1 quả táo là x (quả)

Gọi số quả cam đổi được 1 quả lê là y (quả) (ĐK: $x, y \in \mathbb{N}^*$)

Cứ 9 quả cam thì đổi được 2 quả táo và 1 quả lê, nên ta có phương trình:

$$2x + 1y = 9 \quad (1)$$

5 quả táo thì đổi được 2 quả lê, nên ta có phương trình:

$$5x = 2y \Leftrightarrow 5x - 2y = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 5x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy số quả cam người đó mang đi $17.2 + 13.5 = 99$ (quả).

Câu 6. (1 điểm) Một xe chở xăng dầu, bên trên có một bồn chứa hình trụ dài 2,6 m và đường kính đáy là 1,4 m. Theo tiêu chuẩn an toàn thì bồn chỉ chứa được tối đa 80 % thể tích khi xe di chuyển trên đường.

- Mỗi chuyến xe có thể chở nhiều nhất bao nhiêu lít nhiên liệu? (cho $\pi = 3,14$).
- Trên đường vận chuyển, xe chở xăng dầu trên phải đi qua 1 cây cầu có tải trọng 5 tấn. Biết xe khi chưa chở hàng nặng 3 tấn. Hỏi nếu muốn đi qua cây cầu đó thì xe chở tối đa bao nhiêu lít xăng? Biết khối lượng riêng của xăng là 0,713 kg/lít (Các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

- a) Mỗi chuyến xe có thể chở nhiều nhất bao nhiêu lít nhiên liệu? (cho $\pi = 3,14$).

$$\text{Bán kính đáy: } 1,4 : 2 = 0,7 \text{ m}$$

$$\text{Số lít nhiên liệu xe có thể chở nhiều nhất: } 3,14.2,6.0,7^2.80\% \approx 3,2 \text{ m}^3 = 3200 \text{ (lít)}$$

- b) Trên đường vận chuyển, xe chở xăng dầu trên phải đi qua 1 cây cầu có tải trọng 5 tấn. Biết xe khi chưa chở hàng nặng 3 tấn. Hỏi nếu muốn đi qua cây cầu đó thì xe chở tối đa bao nhiêu lít xăng? Biết khối lượng riêng của xăng là 0,713 kg/lít (Các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Khối lượng xăng xe có thể chở tối đa để qua cầu

$$5 - 3 = 2 \text{ (tấn)} = 2000 \text{ kg}$$

Số lít xăng xe chở tối đa để qua cầu

$$2000 : 0,713 \approx 2805 \text{ (lít).}$$

Câu 7. (1 điểm). Điểm trung bình của 100 học sinh trong hai lớp 9A và 9B là 7,608. Tính điểm trung bình của các học sinh mỗi lớp, biết rằng số học sinh của lớp 9A hơn lớp 9B 2 học sinh và điểm trung bình của học sinh lớp 9B bằng $\frac{9}{10}$ điểm trung bình của học sinh lớp 9A.

Lời giải

Số học sinh lớp 9A: $100 + 2 : 2 = 51$ (học sinh)

Số học sinh lớp 9B: $100 - 2 : 2 = 49$ (học sinh)

Gọi điểm trung bình của lớp 9A và 9B lần lượt là x, y ($\forall x, y > 0$)

Điểm trung bình của học sinh lớp 9B bằng $\frac{9}{10}$ điểm trung bình của học sinh lớp 9A, nên ta

có phương trình: $y = \frac{9}{10}x \Leftrightarrow \frac{9}{10}x - y = 0 \quad (1)$

Điểm trung bình của 100 học sinh trong hai lớp 9A và 9B là 7,608, nên ta có phương trình:

$$51x + 49y = 100.7,608 = 760,8 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{9}{10}x - y = 0 \\ 51x + 49y = 760,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 7,2 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy điểm trung bình của lớp 9A và 9B lần lượt là 8 và 7,2.

Câu 8. (3 điểm) Từ điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ kẻ hai tiếp tuyến AB và AC. Vẽ cát tuyến AMN với O (M nằm giữa A và N; điểm O nằm ngoài BAN). Gọi H là giao điểm của OA và CB.

a) Chứng minh tứ giác OBAC nội tiếp.

b) Chứng minh $AB^2 = AM \cdot AN = OA^2 - R^2$.

c) Tiếp tuyến tại M và N của O cắt nhau tại S. Chứng minh tứ giác OHMN nội tiếp và ba điểm S, B, C thẳng hàng.

Lời giải

$$\Rightarrow \Delta_{AHM} \simeq \Delta_{ANO} \quad \text{c.g.c} \Rightarrow AHM = ANO.$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $OHMN$ nội tiếp (góc ngoài bằng góc đối trong) 1

Chúng minh tương tự câu a

$\Rightarrow$ Tứ giác $OMSN$ nội tiếp đường tròn đường kính OS 2

Từ 1 và 2 $\Rightarrow$ 5 điểm O, H, M, S, N cùng thuộc đường tròn đường kính OS

$\Rightarrow \angle SHO = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow SH \perp OA$ tại H

Mà $BC \perp OA$ tại H (c.m.t)

$\Rightarrow$ ba điểm S, B, C thẳng hàng.

----HẾT---