

CHỦ ĐỀ 7. CỘNG, TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Để cộng hoặc trừ hai đa thức một biến, ta có thể thực hiện theo một trong hai cách sau:

Cách 1: Cộng, trừ đa thức theo "hàng ngang",

Cách 2: Sắp xếp các hạng tử của hai đa thức cùng theo lũy thừa giảm (hoặc tăng) của biến, rồi đặt phép tính theo cột dọc tương tự như cộng, trừ các số (chú ý đặt các đơn thức đồng dạng ở cùng một cột).

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính tổng hoặc hiệu của hai đa thức

Phương pháp giải: Để tính tổng hoặc hiệu của hai đa thức, ta thường làm như sau:

Cách 1. Cộng, trừ theo "hàng ngang".

Cách 2. Cộng, trừ theo "cột dọc".

1A. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 2x^4 + 3x^3 + 3x^2 - x^4 - 4x + 2 - 2x^2 + 6x$$

$$Q(x) = x^4 + 3x^2 + 5x - 1 - x^2 - 3x + 2 + x^3$$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính. $P(x) + Q(x)$, $P(x) - Q(x)$, $Q(x) - P(x)$.

1B. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 5x^3 + 3 - 3x^2 + x^4 - 2x - 2 + 2x^2 + x$$

$$Q(x) = 2x^4 + x^2 + 2x + 2 - 3x^2 - 5x + 2x^3 - x^4$$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $P(x) + Q(x)$, $P(x) - Q(x)$, $Q(x) - P(x)$

2A. Cho hai đa thức:

$$P(x) = x^5 + 5 - 8x^4 + 2x^3 + x + 5x^4 + x^2 - 4x^3$$

$$Q(x) = (3x^5 + x^4 - 4x) - (4x^3 - 7 + 2x^4 + 3x^5)$$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $P(x) + Q(x)$, $P(x) - Q(x)$.

2B. Cho hai đa thức:

$$P(x) = (4x + 1 - x^2 + 2x^3) - (x^4 + 3x - x^3 - 2x^2 - 5)$$

$$Q(x) = 3x^4 + 2x^5 - 3x - 5x^4 - x^5 + x + 2x^3 - 1$$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm, dần của biến.

b) Tính $P(x) + Q(x)$, $P(x) - Q(x)$

3A. Tính tổng và hiệu của các đa thức sau:

$$a) P(x) = 5x^4 + 3x^2 - 3x^5 + 2x - x^2 - 4 + 2x^5$$

$$\text{và } Q(x) = x^5 - 4x^4 + 7x - 2 + x^2 - x^3 + 3x^4 - 2x^2$$

$$b) H(x) = (3x^5 - 2x^3 + 8x + 9) - (3x^5 - x^4 + 1 - x^2 + 7x)$$

$$\text{và } R(x) = x^4 + 7x^3 - 4 - 4x(x^2 + 1) + 6x$$

3B. Tính tổng và hiệu của các đa thức sau:

$$a) P(x) = 5x^5 - 3x^2 - 3x^5 + 2x + 7x^2 + 2x^4 - x^3 + 1$$

$$\text{và } Q(x) = 2x^5 - 2x^4 + 7 - 2x^2 + 3x^3 - 5 + x - 2x^3$$

$$b) H(x) = (x^4 + 2x^3 - 3x + 2) - (x^4 - 5 - x^2 + 3x)$$

$$\text{và } R(x) = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 1$$

4A. Cho ba đa thức:

$$P(x) = 2x^3 - x + 2x^2 - 5$$

$$Q(x) = x^2 - x^3 + 1 - 2x$$

$$H(x) = x^4 - 2x^2 + 1$$

1.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

Tính $P(x) + Q(x) + H(x)$ và $P(x) - Q(x) - H(x)$

4B. Cho ba đa thức:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 5$$

$$Q(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x - 9$$

$$H(x) = 2x^3 + x^2 - 1$$

Tính $P(x) + Q(x) + H(x)$ và $P(x) + Q(x) - H(x)$

5A. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 2x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x + 6$$

$$Q(x) = x^4 - x^3 - x^2 + 2x + 1$$

a) Tính $P(x) + Q(x)$; $P(x) - Q(x)$

b) Tính và $P(x) - 2Q(x)$

5B. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x$$

$$Q(x) = x^3 - x^2 + 2x + 1$$

a) Tính $P(x) + Q(x)$; $P(x) - Q(x)$

b) Tính và $P(x) - 2Q(x)$; $P(x) + 3Q(x)$

Dạng 2. Tìm đa thức chưa biết trong một đẳng thức

Phương pháp giải: Để tìm đa thức chưa biết trong một đẳng thức, ta làm như sau:

- Xác định vai trò của đa thức chưa biết (chẳng hạn, đóng vai trò số hạng chưa biết, số bị trừ, số trừ,...)

- Áp dụng quy tắc dấu ngoặc, quy tắc chuyển vế và quy tắc cộng, trừ đa thức một biến để biến đổi.

6A. Cho đa thức $P(x) = 2x^4 - x^2 + x - 2$.

Tìm các đa thức $Q(x), H(x), R(x)$ sao cho:

a) $Q(x) + P(x) = 3x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$;

b) $P(x) - H(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 2$;

c) $R(x) - P(x) = 2x^3 + x^2 + 1$

6B. Cho đa thức $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - \frac{1}{2}$

Tìm các đa thức $Q(x), H(x), R(x)$ sao cho:

a) $P(x) + Q(x) = x^4 - 2x^2 + 1$;

b) $P(x) - H(x) = x^3 + x^2 + 2$;

c) $R(x) - P(x) = 2x^3 - x$.

7A. Tìm đa thức $P(x)$, biết rằng:

a) $P(x) + \left(x^3 + 2x^2 + 5x + \frac{1}{2} \right) = 3x^3 + 3x^2 + x + 1$

b) $P(x) - (x^3 + 2x^2 - x + 4) = x^3 + x^2 + 2$

c) $\left(2x^5 - 3x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + \frac{3}{2} \right) - P(x) = x^4 + x^2 + 1$

7B. Tìm đa thức $Q(x)$, biết rằng:

a) $Q(x) + (x^3 - x^2 + 2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 - 3x$;

b) $Q(x) - (2x^3 - x^2 + 3x + 1) = x^3 - x + 2$;

c) $\left(3x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 7x + \frac{1}{2} \right) - Q(x) = x^3 + 2x^2 - 1$

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

8. Cho hai đa thức:

2.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

$$P(x) = 4x^5 - 3x^2 + 3x - 2x^3 - 4x^5 + x^4 - 5x + 1 + 4x^2$$

$$Q(x) = x^7 - 2x^6 + 2x^3 - 2x^4 - x^7 + x^5 + 2x^6 - x + 5 + 2x^4 - x^5$$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính tổng và hiệu của hai đa thức trên.

9. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 9 - x^5 + 4x - 2x^3 + x^2 - 7x^4;$$

$$Q(x) = x^5 - 9 + 2x^2 + 7x^4 + 2x^3 - 3x$$

a) Sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm, dần của biến.

b) Tính $P(x) + Q(x)$, $P(x) - Q(x)$, $Q(x) - P(x)$.

10. Tính tổng và hiệu của các đa thức sau:

$$a) P(x) = 8 - 2x^4 + x^5 - 3x^6 + x^3 - x + 3x^6 + 2x - 2$$

$$\text{và } Q(x) = \underset{5}{3x^5} - 4x^3 + 2x^2 - 3 + 2x - \underset{1}{x^5};$$

$$b) H(x) = \frac{5}{2} - 2x^4 + 5x^3 - 9x - \frac{1}{2} + 3x^4 - x^3$$

$$\text{và } R(x) = (x^5 + 7x^4 - 2x^2 - 7) - (x^5 - 5x^2 + 5x^4 - x^3) + x.$$

11. Cho đa thức $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 1$.

Tìm các đa thức $Q(x)$, $H(x)$, $R(x)$ sao cho:

$$a) P(x) + Q(x) = 3x^3 + 2x^2 + 2;$$

$$b) P(x) - H(x) = x^2 - 1;$$

$$c) R(x) - P(x) = x^2 + x.$$

12. Tìm đa thức $P(x)$, biết rằng:

$$a) P(x) + (4x^3 - 2x^2 + 3x - 1) = 2x^3 - x^2 + x + 1;$$

$$b) P(x) - (x^5 + 4x^3 - 1 + 2x) = x^3 - 2;$$

$$c) \left(3x^5 + x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 6x - \frac{5}{2} \right) - P(x) = 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x + 1.$$

13. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 5x^3 + x^2 - x + 3;$$

$$Q(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 2.$$

a) Tính $P(x) + Q(x)$; $P(x) - Q(x)$.

b) Tính $P(x) + 2Q(x)$; $P(x) - 4Q(x)$.

14. Cho ba đa thức:

$$P(x) = 5x^3 - 7x^2 + x + 7;$$

$$Q(x) = 7x^3 - 7x^2 + 2x + 5;$$

$$H(x) = 2x^3 + 4x + 1.$$

a) Tính $P(x) + Q(x) + H(x)$, $P(x) - Q(x) - H(x)$.

b) Tính $2P(x) - Q(x) + H(x)$

15. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 3x^2 + 7 + 2x^4 - 3x^2 - 4 - 5x + 2x^3;$$

$$Q(x) = -3x^3 + 2x^2 - x^4 + x + x^3 + 4x - 2 + 5x^4.$$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm của biến.

b) Tính $P(-1)$ và $Q(0)$.

c) Tính $G(x) = P(x) + Q(x)$.

d) Chứng tỏ rằng $G(x)$ luôn dương với mọi giá trị của x .

16. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 2x^2(x - 1) - 5(x + 2) - 2x(x - 2);$$

$$Q(x) = x^2(2x - 3) - x(x + 1) - (3x - 2).$$

a) Thu gọn và sắp xếp $P(x)$, $Q(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Cho biết hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức.

3.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

- c) Tính $K(x) = P(x) + Q(x)$.
d) Tính $H(x) = P(x) - Q(x)$.
e) Tìm x để $H(x) = 0$

HƯỚNG DẪN

1A. a) $P(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 2$; $Q(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x - 1$.

b) $P(x) + Q(x) = 2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 4x + 1$;

$P(x) - Q(x) = 2x^3 - x^2 + 3$; $Q(x) - P(x) = -2x^3 + x^2 - 3$.

1B. a) $P(x) = x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 1$; $Q(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2$.

b) $P(x) + Q(x) = 2x^4 + 7x^3 - 3x^2 - 4x + 3$;

$P(x) - Q(x) = 3x^3 + x^2 + 2x - 1$; $Q(x) - P(x) = -3x^3 - x^2 - 2x + 1$.

2A. a) $P(x) = x^5 - 3x^4 - 2x^3 + x^2 + x + 5$; $Q(x) = -x^4 - 4x^3 - 4x + 7$.

b) $P(x) + Q(x) = x^5 + x^4 - 6x^3 + x^2 - 3x + 12$;

$P(x) - Q(x) = x^5 - 2x^4 + 2x^3 + x^2 + 5x - 2$.

2B. a) $P(x) = -x^4 + 3x^3 + x^2 + x + 6$; $Q(x) = x^5 - x^4 + 2x^2 - 2x - 1$.

b) $P(x) + Q(x) = x^5 - 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 - x + 5$;

$P(x) - Q(x) = -x^5 + x^4 + 3x^3 - x^2 + 3x + 7$.

3A. a) $P(x) + Q(x) = 4x^4 - x^3 + x + 2 + 9x - 6$;

$P(x) - Q(x) = -2x^5 + 6x^4 + x^3 + 3x^2 - 5x - 2$.

b) $H(x) + R(x) = 2x^4 + x^3 + x^2 + 3x + 4$;

$H(x) - R(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$.

3B. a) $P(x) + Q(x) = 4x^5 + 4x^4 + 2x^2 + 3x + 3$;

$P(x) - Q(x) = -2x^3 + 6x^2 + x - 1$.

b) $H(x) + R(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 6x + 6$;

$H(x) - R(x) = -2x^4 + 5x^3 - 6x + 8$.

4A. $P(x) + Q(x) + H(x) = x^4 + x^3 + x^2 - 3x - 3$;

$P(x) - Q(x) - H(x) = -x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x - 7$.

4B. $P(x) + Q(x) + H(x) = 2x^3 + x^2 + 4x - 15$;

$P(x) - Q(x) - H(x) = -2x^3 - x^2 + 4x - 13$

5A. a) $P(x) + Q(x) = 3x^4 + x^3 - 4x^2 + 3x + 7$;

$P(x) - Q(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 - x + 5$.

b) $P(x) - 2Q(x) = 4x^3 - x^2 - 3x + 4$.

5B. a) $P(x) + Q(x) = 3x^3 - 2x^2 + 3x + 1$;

$P(x) - Q(x) = x^3 - 2x^2 - x - 1$.

b) $P(x) - 2Q(x) = -x^2 - 3x - 2$; $P(x) + 3Q(x) = 5x^3 - 6x^2 + 7x + 3$.

6A. a) $Q(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 3$.

b) $H(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 - 3$.

c) $R(x) = 2x^4 + 2x + 3 + x - 1$.

6B. a) $Q(x) = x^4 - x^3 - x + \frac{3}{2}$

b) $H(x) = -3x^2 + x - \frac{5}{2}$

c) $R(x) = 3x^3 - 2x^2 - \frac{1}{2}$

7A. $P(x) = (3x^3 + 3x^2 + x + 1) - \left(x^3 + 2x^2 - 5x + \frac{1}{2} \right)$

$$= 2x^3 + x^2 + 6x + \frac{1}{2}$$

b) $P(x) = x^3 + x^2 + 2 - (x^3 + 2x^2 - x + 4) = 2x^3 + x^2 - x + 6.$

c) $P(x) = \left(2x^5 - 3x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + \frac{3}{2} \right) - (x^4 + x^2 + 1)$

$$= 2x^5 - 4x^4 + x^3 + 2x^2 - 2x + \frac{1}{2}$$

7B. a) $Q(x) = x^3 + 6x^2 - 5x - 1.$

b) $Q(x) = 3x^3 - x^2 + 2x + 3.$

c) $Q(x) = 3x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 7x + \frac{3}{2}$

8. a) $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x + 1; Q(x) = 2x^3 - x + 5.$

b) $P(x) + Q(x) = x^4 + x^2 - 3x + 6;$

$P(x) - Q(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 - x - 4.$

9. a) $P(x) = -x^5 - 7x^4 - 2x^3 + x^2 + 4x + 9;$

$Q(x) = x^5 + 7x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 3x - 9.$

b) $P(x) + Q(x) = 3x^2 + x;$

$P(x) - Q(x) = -2x^5 - 14x^4 - 4x^3 - x^2 + 7x + 18;$

$Q(x) - P(x) = 2x^5 + 14x^4 + 4x^3 + x^2 - 7x - 18.$

10. a) $P(x) + Q(x) = 3x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 3x + 3;$

$P(x) - Q(x) = -x^5 - 2x^4 + 5x^3 - 2x^2 - x + 9.$

b) $H(x) + R(x) = 3x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 8x - 6;$

$H(x) - R(x) = -x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 10x + 8.$

11. a) $Q(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1.$

b) $H(x) = 2x^3 - 3x + 2.$

c) $R(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1.$

12. a) $P(x) = -2x^3 + x^2 - 2x + 2.$

b) $P(x) = x^5 + 5x^3 + 2x - 3.$

c) $P(x) = 3x^5 - x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 4x - \frac{5}{2}$

13. a) $P(x) + Q(x) = 6x^3 - x^2 + 2x + 5;$

$P(x) - Q(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x + 1.$

b) $P(x) + 2Q(x) = 7x^3 - 3x^2 + 5x + 7;$

$P(x) - 4Q(x) = x^3 + 9x^2 - 13x - 5.$

14. a) $P(x) + Q(x) + H(x) = 14x^3 - 14x^2 + 7x + 13;$

$P(x) - Q(x) - H(x) = -4x^3 - 5x + 1.$

b) $2P(x) - Q(x) + H(x) = 5x^3 - 7x^2 + 4x + 10$

15. a) $P(x) = 2x^4 + 2x^3 - 5x + 3; Q(x) = 4x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 5x - 2.$

b) $P(-1) = 8; Q(0) = -2.$

c) $G(x) = 6x^4 + 2x^2 + 1.$

d) Do $6x^4 \geq 0; 2x^2 \geq 0; 1 > 0$ nên $G(x) > 0$ với mọi $x.$

16. a) $P(x) = 2x^3 - 4x^2 - x - 10; Q(x) = 2x^3 - 4x^2 - 4x + 2.$

b) HS tự làm.

c) $K(x) = 4x^3 - 8x^2 - 5x - 8.$

d) $H(x) = 3x - 12.$

e) $x = 4$

.....
.....