

DẠNG 4**Phép chia số phức****1. PHẦN ĐỀ BÀI**

- Câu 1:** Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z - (2-i)\bar{z} = 3$. Môđun của số phức $w = \frac{i-2z}{1-i}$ là?
- A. $\frac{\sqrt{122}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{45}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{122}}{2}$.
- Câu 2:** Cho số phức $z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \dots + 2018i^{2017}$ có phần thực là a và phần ảo là b . Tính $b - a$.
- A. 1. B. -1. C. 1010. D. -2017.
- Câu 3:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z$?
- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 4:** Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ là:
- A. $Q(1; 2)$. B. $N(2; 1)$. C. $M(1; -2)$. D. $P(-2; 1)$.
- Câu 5:** Cho số phức z thỏa mãn $2|z| = |z^2 + 4|$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.
- A. $1 + \sqrt{5}$. B. $1 + 3\sqrt{5}$. C. $3 + \sqrt{5}$. D. $\sqrt{6 + \sqrt{13}}$.
- Câu 6:** Cho số phức z thỏa mãn $|(2+i)z + 8 - i| = 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức là một đường tròn tâm I có tọa độ là:
- A. $I(3; -2)$. B. $I(-3; 2)$. C. $I(-8; 1)$. D. $I(8; -1)$.
- Câu 7:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - i| = 10$.
- A. 15π . B. 12π . C. 20π . D. Đáp án khác.
- Câu 8:** Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = |\bar{z} - 2 + i|$ là một đường thẳng có phương trình
- A. $x + 3y = 0$. B. $3x - y = 0$. C. $x - y = 0$. D. $x + y = 0$.
- Câu 9:** Cho số phức z thỏa mãn: $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.
- Câu 10:** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$; $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là một đường tròn, bán kính của đường tròn đó bằng
- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 11:** Xét các số phức z thỏa mãn $(z - 4i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.
- A. $(-1; -2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; -2)$.

Số phức

Câu 12: Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1;-1)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-1;-1)$.

Câu 13: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z+|z|^2 i - 1 - \frac{3}{4}i = 0$?

A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 14: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=\sqrt{10}$ và $\frac{z-2}{z-4}$ là số thuần ảo.

A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

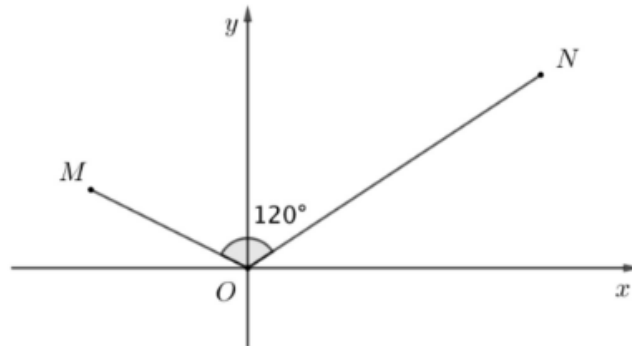
Câu 15: Tính tổng của tất cả các giá trị của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn đồng thời $|z|=m$ và $|z-4m+3mi|=m^2$.

A. 4. B. 6. C. 9. D. 10.

Câu 16: Cho số phức $z = \frac{m+1}{1+m(2i-1)}$, ($m \in \mathbb{Z}$). Tìm các giá trị của m để $|z-i|<1$.

A. 0. B. 1. C. 4. D. vô số.

Câu 17: Hai điểm N, M trong hình vẽ bên dưới lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .



Biết $ON = 2OM = 2\sqrt{5}$. Giá trị của $|z_1^2 + z_2^2|$ bằng

A. $5\sqrt{13}$. B. $5\sqrt{37}$. C. $5\sqrt{21}$. D. $5\sqrt{11}$.

Câu 18: Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-1|=2$. Biết rằng tập hợp các số phức $w=(1+\sqrt{3}i)z+2$ là đường tròn có bán kính bằng R . Tính R .

A. $R=8$. B. $R=2$. C. $R=16$. D. $R=4$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , gọi là hình biểu diễn tập hợp các số phức z thỏa mãn $|7z-\bar{z}|\leq 10$. Diện tích của hình bằng

A. $\frac{5\pi}{2}$. B. $\frac{25\pi}{12}$. C. $\frac{7\pi}{2}$. D. 5π .

Câu 20: Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z+1-i)(\bar{z}-i)$ là số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn hình học của z là một đường thẳng. Hệ số góc của đường thẳng đó là

A. -1 . B. 1 . C. -2 . D. 2 .

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+3i|=3\sqrt{2}$. Biết rằng số phức $w=(1-i^{2019})(\bar{z}+3i)+2019$ có tập hợp các điểm biểu diễn thuộc đường tròn (C) . Diện tích S của hình tròn (C) bằng

A. 18π . B. 36π . C. 9π . D. 12π .

Câu 22: Cho số phức z có mô đun bằng $2\sqrt{2}$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức $w=(1-i)(z+1)-i$ là đường tròn có tâm I , bán kính R . Tổng $a+b+R$ bằng:

A. 5. B. 7. C. 1. D. 3.

Câu 23: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=3$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=\bar{z}+i$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

A. $(0;1)$. B. $(0;-1)$. C. $(-1;0)$. D. $(1;0)$.

Câu 24: Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z-1+i}{(z+\bar{z})i+1}$ là số thực. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức

$w=\frac{z}{2}$ là parabol có đỉnh

A. $I\left(\frac{1}{4};-\frac{3}{4}\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. C. $I\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$. D. $I\left(-\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$.

Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=\frac{\bar{z}}{1-i}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có tâm là

A. $I\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. C. $I\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$. D. $I\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là tập hợp các điểm biểu diễn hình học của số phức z

thỏa mãn $\begin{cases} |z+\bar{z}| \geq 12 \\ |z-4-3i| \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$. Diện tích của hình phẳng (H) là

A. $4\pi-4$. B. $8\pi-8$. C. $2\pi-4$. D. $8\pi-4$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.C	3..B	4.B	5.A	6.C	7.C	8.B	9.D	10.C
11.B	12.D	13.A	14.D	15.D	16.A	17.A	18.D	19.C	20.C
21.B	22.D	23.A	24.A	25.B	26.C				

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Chọn B**

Gọi $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$, ta có $(1+i)(a+bi) - (2-i)(a-bi) = 3$

$$a + bi + ai + bi^2 - (2a - 2bi - ai + bi^2) = 3 \Leftrightarrow -a - 3 + (2a + 3b)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3 = 0 \\ 2a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = -3 + 2i$$

$$\text{Khi đó } w = \frac{i - 2(-3 + 2i)}{1 - i} = \frac{9}{2} + \frac{3}{2}i \Rightarrow |w| = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

Câu 2: Chọn A

Ta có: $z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \dots + 2018i^{2017} \Rightarrow iz = 1i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2017i^{2017} + 2018i^{2018}$

$$\Rightarrow z - iz = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2017} - 2018i^{2018} \Rightarrow (1-i)z = \frac{1-i^{2018}}{1-i} - 2018i^{2018}$$

$$\text{Mà } i^{2018} = (i^2)^{1009} = (-1)^{1009} = -1. \text{ Do đó, } (1-i)z = \frac{2}{1-i} + 2018 \Rightarrow z = 1009 + 1010i$$

Vậy $a = 1009$, $b = 1010$ hay $b - a = 1$.

Câu 3: Chọn B

Ta có: $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z \Leftrightarrow |z|z - 5|z| - |z|i + 2i = 6z - iz$

$$\Leftrightarrow z(|z| - 6 + i) = 5|z| + (|z| - 2)i \quad (*).$$

Mô đun hai vế của biểu thức ta được:

$$|z||z| - 6|z| + |z| = 5|z| + (|z| - 2)|z| \Leftrightarrow |z||z| - 6|z| + |z| = \sqrt{25|z|^2 + (|z| - 2)^2}$$

$$\Leftrightarrow |z|\sqrt{(|z| - 6)^2 + 1} = \sqrt{25|z|^2 + (|z| - 2)^2} \quad (**). \text{ Đặt } |z| = t, t \geq 0.$$

$$\text{Phương trình trở thành: } t\sqrt{(t-6)^2 + 1} = \sqrt{25t^2 + (t-2)^2}.$$

Bình phương hai vế ta được:

$$t^2[(t-6)^2 + 1] = 25t^2 + (t-2)^2 \Leftrightarrow t^2(t^2 - 12t + 36 + 1) = 25t^2 + (t^2 - 4t + 4)$$

$$\Leftrightarrow t^4 - 12t^3 + 11t^2 + 4t - 4 = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t^3 - 11t^2 + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-1=0 \\ t^3 - 11t^2 + 4 = 0 \end{cases} \text{ Suy ra } \begin{cases} t=1 \\ t \approx 10,967 \\ t \approx 0,621 \\ t \approx -0,588 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $t \geq 0$ ta có 3 giá trị của t thỏa mãn.

Từ suy ra, ứng với mỗi $|z| = t$ sẽ có một số phức $z = \frac{5t + (t-2)i}{t-6+i}$ thỏa mãn đề bài.

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Chọn B

$$w = iz = i(1-2i) = 2+i.$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức w là $N(2;1)$.

Câu 5: Chọn A

Cách 1: Đặt: $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có:} \quad 2|z| &= |z^2 + 4| \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x^2 - y^2 + 4)^2 + (2xy)^2} \\ \Leftrightarrow 4(x^2 + y^2) &= (x^2 - y^2 + 4)^2 + 4x^2y^2 \Leftrightarrow (x^2 + y^2)^2 + 4x^2 - 12y^2 + 16 = 0 \\ \Leftrightarrow -(x^2 + y^2)^2 + 12(x^2 + y^2) - 16 &= 16x^2 \geq 0 \Rightarrow 6 - 2\sqrt{5} \leq x^2 + y^2 \leq 6 + 2\sqrt{5} \\ \Rightarrow |z| &= \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = 1 + \sqrt{5}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ là $1 + \sqrt{5}$ khi $z = (1 + \sqrt{5})i$.

Cách 2: Áp dụng bất đẳng thức trong số phức ta có:

$$|z_1 + z_2| \geq ||z_1| - |z_2|| \Rightarrow |z^2 + 4| \geq ||z^2| - |-4|| = ||z|^2 - 4| = |z|^2 - 4 \text{ khi } |z| \geq 2$$

$$\text{Theo đề ta có: } 2|z| = |z^2 + 4| \geq ||z|^2 - 4| \geq |z|^2 - 4$$

$$\Rightarrow 2|z| \geq |z|^2 - 4 \Leftrightarrow |z|^2 - 2|z| - 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{5} \leq |z| \leq 1 + \sqrt{5}$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ là $1 + \sqrt{5}$.

Câu 6: Chọn B

Giả sử số phức $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } |(2+i)z + 8-i| = 5 \Leftrightarrow \left| z + \frac{8-i}{2+i} \right| = \frac{5}{|2+i|} \Leftrightarrow |z + 3-2i| = \sqrt{5}$$

Giả sử số phức $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } |z + 3-2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-2)^2 = 5.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-3;2)$, bán kính: $R = \sqrt{5}$

Câu 7: Chọn C

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có: } |z + 2-i| + |z - 4-i| = 10 \Leftrightarrow |x+2+(y-1)i| + |x-4+(y-1)i| = 10.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} = 10$$

$$\text{Đặt } A(-2;1), B(4;1) \Rightarrow AB = \sqrt{(4+2)^2 + 0^2} = 6.$$

Khi đó phương trình trở thành: $MA + MB = 10$.

Khi đó tập hợp những điểm M thỏa mãn phương trình là một elip với.

$$\text{Độ dài trục lớn } 2a = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{2} = 5. \text{ Tiêu cự } 2c = AB = 6 \Rightarrow c = \frac{6}{2} = 3.$$

$$\text{Độ dài trục bé } 2b \text{ với } b^2 = a^2 - c^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow b = 4.$$

Số phức

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-i|=10$ là diện tích Elip trên: $S=\pi ab=\pi 4.5=20\pi$.

Câu 8: Chọn B

Gọi số phức z thỏa mãn đề bài là $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Từ giả thiết $|z+1-2i|=\overline{z}-2+i$ suy ra $|x+1+(y-2)i|=|x-2+(1-y)i|$.

Suy ra: $(x+1)^2+(y-2)^2=(x-2)^2+(y-1)^2 \Leftrightarrow 6x-2y=0 \Leftrightarrow 3x-y=0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là đường thẳng có phương trình $3x-y=0$.

Câu 9: Chọn D

Gọi số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i \Leftrightarrow (3+2i)(a+bi)=4+i-(2-i)^2$.

$\Leftrightarrow 3a-2b+(2a+3b)i=4+i-3+4i \Leftrightarrow 3a-2b+(2a+3b)i=1+5i$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b=1 \\ 2a+3b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow a-b=0$.

Vậy hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là 0.

Cách 2:

$(3+2i)z+(2-i)^2=4+i \Leftrightarrow z=\frac{4+i-(2-i)^2}{3+2i}=1+i$.

Phần thực $a=1$, phần ảo $b=1 \Rightarrow a-b=0$.

Câu 10: Chọn C

Cách 1.

Giả sử $w=a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $a+bi=(1+\sqrt{3}i)z+2 \Leftrightarrow z=\frac{a-2+bi}{1+\sqrt{3}i} \Leftrightarrow z-1=\frac{a-3+(b-\sqrt{3})i}{1+\sqrt{3}i}$.

Ta có $|z-1|=2 \Leftrightarrow \left| \frac{a-3+(b-\sqrt{3})i}{1+\sqrt{3}i} \right|=2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(a-3)^2+(b-\sqrt{3})^2}}{2}=2$

$\Leftrightarrow (a-3)^2+(b-\sqrt{3})^2=16$.

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn $(x-3)^2+(y-\sqrt{3})^2=16$.

Suy ra bán kính của đường tròn đó là 4.

Cách 2.

Ta có $w-2=(1+\sqrt{3}i)z \Leftrightarrow w-2-1-\sqrt{3}i=(1+\sqrt{3}i)(z-1)$.

Suy ra $|w-3-\sqrt{3}i|=\left| (1+\sqrt{3}i)(z-1) \right| \Leftrightarrow |w-(3+\sqrt{3}i)|=|1+\sqrt{3}i| \cdot |z-1| \Leftrightarrow |w-(3+\sqrt{3}i)|=4$.

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm $I(3;\sqrt{3})$, bán kính $R=4$.

Câu 11: Chọn B

Gọi $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $(z - 4i)(\bar{z} + 2) = [x + (y - 4)i][x + 2 - yi] = x(x + 2) + y(y - 4) + (x + 2)(y - 4)i - xyi$

Theo yêu cầu bài toán ta có $x(x + 2) + y(y - 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn có tâm $I(-1; 2)$, $R = \sqrt{5}$.

Câu 12: Chọn D

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $(z + 2i)(\bar{z} + 2) = (x + yi + 2i)(x - yi + 2) = [x + (y + 2)i][x + 2 - yi]$
 $= x(x + 2) + y(y + 2) + [(x + 2)(y + 2) - xy]i$.

$(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow x(x + 2) + y(y + 2) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm $I(-1; -1)$.

Câu 13: Chọn A

Biến đổi $z + |z|^2 i - 1 - \frac{3}{4}i = 0 \Leftrightarrow z = 1 + \left(\frac{3}{4} - |z|^2\right)i$. Lấy môđun hai vế ta có:

$$|z| = \sqrt{1 + \left(\frac{3}{4} - |z|^2\right)^2} \Leftrightarrow |z|^2 = 1 + \frac{9}{16} - \frac{3}{2}|z|^2 + |z|^4 \Leftrightarrow 16|z|^4 - 40|z|^2 + 25 = 0 \left(|z|^2 \geq 0\right) \Leftrightarrow |z|^2 = \frac{5}{4}$$

Thay vào $z = 1 + \left(\frac{3}{4} - |z|^2\right)i \Rightarrow z = 1 - \frac{1}{2}i$.

Câu 14: Chọn D

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Điều kiện $z = 4$.

$|z - 1 + i| = \sqrt{10} \Leftrightarrow (C_1): (a - 1)^2 + (b + 1)^2 = 10$ có tâm $I_1(1; -1)$ và bán kính $R_1 = \sqrt{10}$.

$\frac{z - 2}{z - 4} = \frac{a - 2 + bi}{a - 4 + bi} = \frac{(a - 2 + bi)(a - 4 - bi)}{(a - 4)^2 + b^2}$ là số thuần ảo khi $(a - 2)(a - 4) + b^2 = 0$.

Do đó, $(C_2): (a - 3)^2 + b^2 = 1$ có tâm $I_2(3; 0)$ và bán kính $R_2 = 1$.

Ta có, $I_1 I_2 = \sqrt{(3 - 1)^2 + (0 - (-1))^2} = \sqrt{5} < R_1 + R_2$ nên (C_2) cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt.

Vì $z = 4 + 0i \in (C_1) \cap (C_2)$ nên có duy nhất số phức thỏa yêu cầu bài.

Câu 15: Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có điểm biểu diễn z là $M(x; y)$.

Với $m = 0$, ta có $z = 0$, thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m > 0$, ta có:

$|z| = m \Leftrightarrow M$ thuộc đường tròn (C_1) tâm $I(0; 0)$, bán kính $R = m$

$$|z - 4m + 3mi| = m^2 \Leftrightarrow (x - 4m)^2 + (y + 3m)^2 = m^4$$

$\Leftrightarrow M$ thuộc đường tròn (C_2) tâm $I'(4m; -3m)$, bán kính $R' = m^2$.

Có duy nhất một số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán khi và chỉ khi (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} II' = R + R' \\ II' = |R - R'| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m = m^2 + m \\ 5m = |m^2 - m| \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 6 \end{cases}.$$

Kết hợp với $m = 0$, suy ra $m \in \{0; 4; 6\}$. Vậy tổng tất cả các giá trị của m là 10.

Câu 16: Chọn A

$$z = \frac{m+1}{1+m(2i-1)} \Leftrightarrow z-i = \frac{m+1-(1-m)i+2m}{(1-m)+2mi} = \frac{3m+1-(1-m)i}{1-m+2mi}.$$

$$\text{Ta có: } |z-i| < 1 \Rightarrow \left| \frac{3m+1-(1-m)i}{(1-m)+2mi} \right| < 1 \Leftrightarrow (3m+1)^2 + (1-m)^2 < (1-m)^2 + (2m)^2.$$

$$\Leftrightarrow (m+1)(5m+1) < 0 \Leftrightarrow m \in \left(-1; -\frac{1}{5}\right).$$

Vậy không tồn tại $m \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 17: Chọn A

$$\text{Từ giả thiết ta có: } \begin{cases} ON = |z_1| = 2\sqrt{5} \\ OM = |z_2| = \sqrt{5} \\ \angle MON = 120^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1 - z_2| = MN = \sqrt{OM^2 + ON^2 - 2OM \cdot ON \cdot \cos \angle MON} = \sqrt{35}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = 2 \\ \left| \frac{z_1}{z_2} - 1 \right| = \frac{|z_1 - z_2|}{|z_2|} = \sqrt{7} \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } \frac{z_1}{z_2} = a + bi \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ (a-1)^2 + b^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ -2a + 5 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = -1 \pm \sqrt{3}i \Rightarrow |z_1^2 + z_2^2| = |z_2|^2 \left| \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 + 1 \right| = 5 \left| (-1 \pm \sqrt{3}i)^2 + 1 \right| = 5 \left| -1 \pm 2\sqrt{3}i \right| = 5\sqrt{13}.$$

Câu 18: Chọn D

$$w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2 \Rightarrow w = (1 + \sqrt{3}i)(z-1) + 3 + \sqrt{3}i$$

$$\Rightarrow |w - 3 - \sqrt{3}i| = |(1 + \sqrt{3}i)(z-1)| \Rightarrow |w - 3 - \sqrt{3}i| = 4(*).$$

$$\text{Đặt } w = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R}) \text{ thì: } (*) \Leftrightarrow |x - 3 + i(y - \sqrt{3})| = 4 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 16.$$

Vậy tập hợp các số phức w là đường tròn tâm $I(3; \sqrt{3})$, bán kính $R = 4$.

Câu 19: Chọn B

$$\text{Đặt } z = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R}) \quad \Rightarrow \bar{z} = x - yi \quad . \quad \text{Từ: } |7z - \bar{z}| \leq 10$$

$$\Rightarrow 36x^2 + 64y^2 \leq 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{100}{36}} + \frac{y^2}{\frac{100}{64}} \leq 1.$$

$$\text{Do đó: là hình Elip: } \frac{x^2}{\left(\frac{5}{3}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{5}{4}\right)^2} = 1 \text{ có trục lớn và trục bé lần lượt } 2a = \frac{10}{3}; 2b = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Theo công thức tính diện tích Elip ta có: } S = \pi ab = \pi \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25\pi}{12}.$$

Câu 20: Chọn C

Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có } (z + 1 - i)(\bar{z} - i) = (x + yi + 1 - i)(x - yi - i) = (x^2 + x + y^2 - 1) - (2x + y + 1)i.$$

Số phức $(z + 1 - i)(\bar{z} - i)$ là số thực khi $2x + y + 1 = 0$

Suy ra tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ là đường thẳng có phương trình $2x + y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = -2x - 1$. Do đó hệ số góc của đường thẳng là -2 .

Câu 21: Chọn B

$$\text{Ta có: } |z - 1 + 3i| = 3\sqrt{2} \Rightarrow |\overline{z - 1 + 3i}| = 3\sqrt{2} \Rightarrow |\bar{z} - 1 - 3i| = 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Mà } w = (1 - i^{2019})(\bar{z} + 3i) + 2019 = (1 + i)((\bar{z} - 1 - 3i) + (1 + 6i)) + 2019$$

$$\text{hay } w = (1 + i)(\bar{z} - 1 - 3i) + 2014 + 7i \Leftrightarrow w - 2014 - 7i = (1 + i)(\bar{z} - 1 - 3i).$$

$$\text{Suy ra: } |w - 2014 - 7i| = |(1 + i)(\bar{z} - 1 - 3i)| \Leftrightarrow |w - 2014 - 7i| = |1 + i| |\bar{z} - 1 - 3i| = \sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 6$$

$$\Leftrightarrow |w - 2014 - 7i| = 6.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn là đường tròn (C) có tâm $I(2014; 7)$ và bán kính $R = 6$.

Suy ra diện tích S của hình tròn (C) bằng: $S = \pi R^2 = 36\pi$.

Câu 22: Chọn D

Gọi $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo bài ra ta có:

$$z = \frac{w - 1 + 2i}{1 - i} \Leftrightarrow z = \frac{(x - 1) + (y + 2)i}{1 - i} \Leftrightarrow |z| = \left| \frac{(x - 1) + (y + 2)i}{1 - i} \right| \Leftrightarrow 2\sqrt{2} = \frac{|(x - 1) + (y + 2)i|}{|1 - i|}.$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$$

Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức w là đường tròn có tâm I và bán kính $R = 4$.

Vậy tổng $a + b + R = 3$

Câu 23: Chọn A

Giả sử $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có } w = \bar{z} + i \Leftrightarrow \bar{z} = w - i$$

$$\text{Mà } |z| = 3 \Leftrightarrow |\bar{z}| = 3 \Rightarrow |w - i| = 3 \Leftrightarrow |x + (y - 1)i| = 3 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 9.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $r = 3$.

Câu 24: Chọn A

Gọi $w = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z = 2w = 2x + 2yi \Rightarrow \frac{z-1+i}{(z+\bar{z})i+1} = \frac{(2x-1)+(2y+1)i}{1+4xi}$ là số thực

$$\Leftrightarrow [(2x-1)+(2y+1)i](1-4xi) \text{ là số thực } \Leftrightarrow -8x^2 + 4x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 4x^2 - 2x - \frac{1}{2}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn cho số phức w là parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

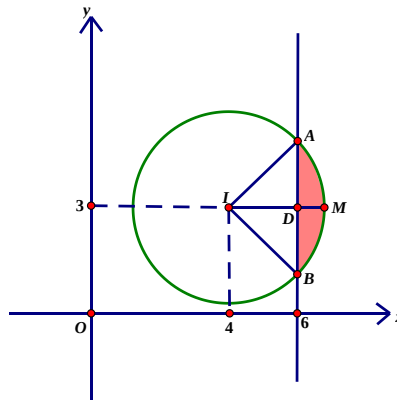
Câu 25: Chọn B

Ta có: $w = \frac{\bar{z}}{1-i} \Leftrightarrow \bar{z} = (1-i)w$

Khi đó: $|z-1+2i| = 2 \Leftrightarrow |\bar{z}-1-2i| = 2 \Leftrightarrow |(1-i)w-1-2i| = 2 \Leftrightarrow \left| (1-i) \cdot \left(w - \frac{1+2i}{1-i} \right) \right| = 2$

$$\Leftrightarrow |1-i| \cdot \left| w - \frac{1+2i}{1-i} \right| = 2 \Leftrightarrow \left| w - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \right) \right| = \sqrt{2}.$$

Tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 26: Chọn C**Cách 1:**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ là điểm $M(x; y)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} |z + \bar{z}| \geq 12 \\ |z - 4 - 3i| \leq 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2x| \geq 12 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq -6 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 \leq 8 \end{cases}.$$

Hình phẳng (H) là hình tô đậm trên hình vẽ.

Ta có $IA = IB = 2\sqrt{2}$, $ID = 2$ và $AB = 2AD = 2\sqrt{IA^2 - ID^2} = 4$, suy ra $\angle AIB = \frac{\pi}{2}$.

Gọi S_1 là diện tích hình quạt AIB . Ta có $S_1 = \frac{1}{4}\pi R^2 = 2\pi$.

Diện tích tam giác AIB là $S_2 = \frac{1}{2}IA \cdot IB = 4$.

Vậy diện tích hình phẳng (H) là $S_{(H)} = S_1 - S_2 = 2\pi - 4$.

Cách 2:

Hình phẳng (H) được biểu thị là phần tô màu trên hình vẽ, là hình giới hạn bởi đường tròn (C)

có tâm $I(4;3)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$ và đường thẳng $x = 6$.

Ta có $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 8 \Leftrightarrow (y-3)^2 = 8 - (x-4)^2 \Leftrightarrow y = 3 \pm \sqrt{8 - (x-4)^2}$.

(C) cắt đường thẳng $y = 3$ tại 2 điểm có tọa độ $(4 \pm 2\sqrt{2}; 3)$

Gọi S_0 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3 + \sqrt{8 - (x-4)^2}$, $y = 3$, $x = 6$,

$x = 4 + 2\sqrt{2}$. Ta có $S_{(H)} = 2.S_0 = 2 \cdot \int_6^{4+2\sqrt{2}} \left(\sqrt{8 - (x-4)^2} \right) dx \approx 2,2831$.