

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1: ĐKXD của biểu thức $A = \sqrt{x - 2023}$ là:

- A. $x < 2023$ B. $x \leq 2023$ C. $x > 2023$ D. $x \geq 2023$

Câu 2: Hệ số góc của đường thẳng $y = 2023x - 1$ là:

- A. 2023 B. - 2023 C. 1 D. - 1

Câu 3: Cho đường thẳng $(d): y = x + 1$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d) với trục hoành và trục tung. Diện tích ΔOAB bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. 4.

Câu 4 Khi $m = -1$, hệ phương trình $\begin{cases} mx + 3y = 4 \\ m^2x - y = 6 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là

- A. (1; 5). B. (5; 11). C. (- 11; 5). D. (- 11; - 5).

Câu 5: Hai người cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% khối lượng công việc. Vậy thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là

- A. 48 giờ B. 12 giờ C. 24 giờ D. 36 giờ

Câu 6: Điểm nào dưới đây **thuộc** đồ thị hàm số $y = 2x^2$?

- A. (2; 4) B. (1, 2) C. (- 1; - 2) D. (2; 1)

Câu 7: . Cho $x_1; x_2$ là nghiệm phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Câu 8: Tổng tất cả các số nguyên dương m thỏa mãn phương trình: $x^2 - (m + 1)x + m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu bằng:

- A. 3 B. 6 C. 10 D. 15

Câu 9: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH, biết HC = 4cm, HB = 9cm. Tính AH ?

- A. 6cm B. 8cm C. 10cm D. 15cm

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH, đoạn BH = 2cm, CH = 4cm. Khi đó AB + AC bằng:

- A. $2\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{3} + \sqrt{26}$. C. $2\sqrt{2} + \sqrt{26}$ D. $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

Câu 11: Hàm số $y = 2x^2$ đi qua hai điểm $A(\sqrt{2}; m)$ và $B(\sqrt{3}; n)$ khi đó $2m - n$ bằng
 A.2 B.4 C.6 D.8

Câu 12: Trên đường tròn tâm O bán kính R lấy hai điểm A và B sao cho $AB = R\sqrt{2}$. Số đo góc ở tâm $\angle AOB$ (độ) chắn cung nhỏ $\widehat{AB}$ có số đo bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Bài 1.(1.5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{2x}{x - 9}$ với $x > 0$, $x \neq 9$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$;
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm các số nguyên x để biểu thức $P = A.B < 0$.

Bài 2.(2 điểm)

2.1. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 2$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn $3x + y = 3$.

2.2. Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m + 2)x + m^2 + 7 = 0$.

a) Giải phương trình với $m = 2$

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt. x_1, x_2 là thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$

Bài 3. (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, từ một điểm A trên (O) kẻ tiếp tuyến d với (O) . Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kì (M khác A) kẻ cát tuyến MNP và gọi $x \geq 0$. K là trung điểm của NP , kẻ tiếp tuyến MB (B là tiếp điểm). Kẻ $AC \perp MB$, $BD \perp MA$, gọi H là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của OM và AB .

a) Chứng minh tứ giác $AMBO$ nội tiếp. Chứng minh năm điểm O, K, A, M, B cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $OI \cdot OM = R^2$, $OI \cdot IM = IA^2$.

c) Chứng minh tứ giác $OAHB$ hình thoi

d) Tìm quỹ tích của điểm H khi M di chuyển trên đường thẳng d

Bài 4.(0.5 điểm)

Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \sqrt{4x-y} - \sqrt{3y-4x} = 1 \\ 2\sqrt{3y-4x} + y(5x-y) = x(4x+y) - 1 \end{cases}$$

Hết

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm***HƯỚNG DẪN GIẢI****A. Trắc Nghiệm**

Câu	1	2	3	4	5	6
Đ/a	D	A	C	A	C	B
Câu	7	8	9	10	11	12
Đ/a	A	C	A	B	C	C

B. Tự Luận**Bài 1:**a) Thay $x = 25$ (t/m ĐK) vào A ta có $A = \frac{3}{5}$ Vậy $x = 25$ thì $A = \frac{3}{5}$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad B &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9} \quad (x > 0, x \neq 9) \\ &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{2x - 6\sqrt{x} + x + 3\sqrt{x} - 2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \end{aligned}$$

$$\text{Với } x > 0; x \neq 9 \text{ thì } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

$$\text{c) } \quad \text{Với } x > 0; x \neq 9 \quad A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$$

$$A.B < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow x < 4$$

Kết hợp điều kiện ta được : $0 < x < 4$

$$\text{Bài 2: 2.1 a)} \quad \begin{cases} x+2y=4 \\ 2x+3y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y=-1 \\ x=4-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy với $m=2$ hệ có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$

$$\begin{cases} x + my = 4 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m - 3)y = 1 \\ x = 4 - my \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2m - 3} \\ x = 4 - \frac{m}{2m - 3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2m - 3} \\ x = \frac{7m - 12}{2m - 3} \end{cases}$$

b) Ta có

Hệ có nghiệm duy nhất khi $m \neq \frac{3}{2}$. Khi đó $(x; y) = (\frac{7m - 12}{2m - 3}; \frac{1}{2m - 3})$

thay vào $x + 3y = 2$ ta được

$$\frac{7m - 12}{2m - 3} + \frac{3}{2m - 3} = 2 \Leftrightarrow 7m - 9 = 4m - 6 \Leftrightarrow 3m = 3 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy với $m = 1$ hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x + 3y = 2$

$$2) \quad a) m = 2 \Rightarrow x^2 - 8x + 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 + \sqrt{5} \\ x_2 = 4 - \sqrt{5} \end{cases}$$

2.

b) Ta có: $\Delta' = (m + 2)^2 - (m^2 + 7) = 4m - 3$

$x_1; x_2 \Rightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$
+) phương trình có hai nghiệm

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m + 2) \\ x_1 x_2 = m^2 + 7 \end{cases}$$

+) Áp dụng Vi-Et ta được:

$$\text{Mà: } x_1^2 + x_2^2 = x_1 x_2 + 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 - 3x_1 x_2 - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 - 12 = 0 \Leftrightarrow 4(m + 2)^2 - 3(m^2 + 7) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 16m - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 (t/m) \\ m = -17 (l) \end{cases}$$

Vậy $m = 1$

Bài 3. Cho đường tròn $(O; R)$, từ một điểm A trên (O) kẻ tiếp tuyến d với (O) . Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kì (M khác A) kẻ cát tuyến MNP và gọi $x \geq 0$. K là trung điểm của NP , kẻ tiếp tuyến MB (B là tiếp điểm). Kẻ $AC \perp MB$, $BD \perp MA$, gọi H là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của OM và AB .

a) Chứng minh tứ giác $AMBO$ nội tiếp. Chứng minh năm điểm O, K, A, M, B cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $OI \cdot OM = R^2$, $OI \cdot IM = IA^2$.

c) Chứng minh tứ giác $OAHB$ hình thoi

d) Tìm quỹ tích của điểm H khi M di chuyển trên đường thẳng d

Lời giải

Điều kiện $\frac{y}{4} \leq x \leq \frac{3y}{4}$.

Ta viết phương trình (1) thành: $\sqrt{4x - y} = 1 + \sqrt{3y - 4x}$. Bình phương 2 vế ta thu được:
 $2\sqrt{3y - 4x} = 8x - 4y - 1$. Thay vào phương trình (2) của hệ ta có:
 $4x^2 - 4x(y + 2) + y^2 + 4y = 0$.

Ta coi đây là phương trình bậc 2 của x thì

$$\Delta' = 4(y + 2)^2 - 4(y^2 + y) = 16 \text{ suy ra } \begin{cases} x = \frac{2(y + 2) - 4}{4} = \frac{y}{2} \\ x = \frac{2(y + 2) + 4}{4} = \frac{y + 4}{2} \end{cases}$$

Trường hợp 1: $y = 2x$ thay vào phương trình (1) ta có: $\sqrt{2x} = -12$ vô nghiệm

Trường hợp 2: $y = 2x - 4$ thay vào phương trình (1) ta thu được:

$$2\sqrt{2x - 12} = 15 \Leftrightarrow x = \frac{273}{8}, y = \frac{257}{4}$$

$$(x; y) = \left(\frac{273}{8}; \frac{257}{4} \right)$$

Vậy hệ phương trình có 1 cặp nghiệm: