

ĐỀ VDC SỐ 1**Cơ bản về GTLN-GTNN của hàm số**

Câu 1: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$ trên khoảng $(0;3)$ là:

- A. 4. B. 2. C. 0. D. -2.

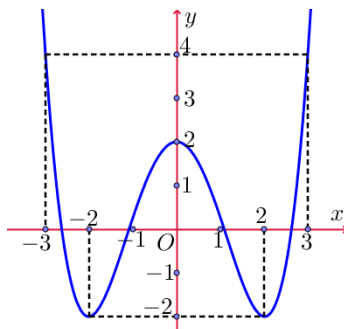
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
 B. Hàm số có đúng một cực trị.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.
 D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 2019$ là

- A. 2017. B. 2020. C. 2018. D. 2019.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5;7]$ như sau:

x	$-\infty$	-5	1	7	$+\infty$
y'			-	0	+
y			6	2	9

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5;7]$.
 B. $\max_{[-5;7]} f(x) = 6$ và $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$.

C. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$ và $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$.

D. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$ và $\min_{[-5;7]} f(x) = 6$.

Câu 6: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm m

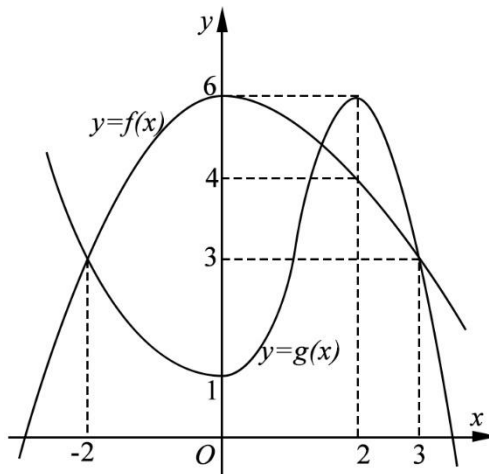
A. $m = 4$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 3$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ và hàm số $y = g(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\frac{f(x)}{g(x)} = m$ có nghiệm thuộc $[-2; 3]$?

A. 4.

B. 5.

C. 7.

D. 6.

Câu 8: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	$-\frac{1}{6}$	$+\infty$	

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên tập số thực bằng $-\frac{1}{6}$.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên tập số thực bằng 0.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max_{[-1;2]} f(x) = 3$. Xét $g(x) = f(3x-1) + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $\max_{[0;1]} g(x) = -10$.

A. 13.

B. -7.

C. -13.

D. -1.

Câu 10: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin x - 4\sin^3 x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng:

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. 7.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $M = \frac{3}{2}m$. B. $M = m + \frac{3}{2}$. C. $M = m + \frac{2}{3}$. D. $M = m + 1$.

Câu 12: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{2x-2}$ trên khoảng $(0;1)$

- A. $\min_{(0;1)} f(x) = \frac{54+25\sqrt{5}}{20}$. B. $\min_{(0;1)} f(x) = \frac{11+5\sqrt{5}}{4}$.
C. $\min_{(0;1)} f(x) = \frac{10+5\sqrt{5}}{4}$. D. $\min_{(0;1)} f(x) = \frac{56+25\sqrt{5}}{20}$.

Câu 13: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên tập $D = (-\infty; -1] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Tính giá trị T của $m.M$.

- A. $T = \frac{3}{2}$. B. $T = 0$. C. $T = -\frac{3}{2}$. D. $T = \frac{1}{9}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-25; \frac{11}{10}\right)$. Tìm M .

- A. $M = 1$. B. $M = \frac{129}{250}$. C. $M = 0$. D. $M = \frac{1}{2}$.

Câu 15: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng:

- A. 3. B. 1. C. -1. D. 5.

Câu 16: Trên khoảng $(0; +\infty)$ thì hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$.

- A. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max } y = -1$. B. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min } y = -1$.
C. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max } y = 3$. D. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min } y = 3$.

Câu 17: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.
D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

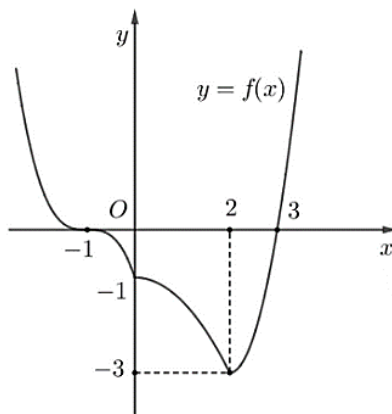
A. $(-\infty; -2017)$.

B. $(2017; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-2017; 0)$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $2f(x) + x^3 > 2m + 3x^2$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1; 3)$ khi và chỉ khi



A. $m < -10$.

B. $m < -5$.

C. $m < -3$.

D. $m < -2$.

Câu 20: Có bao nhiêu số thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^2 - 4x + m + 3| - 4x$ bằng -5 .

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.C	5.A	6.A	7.D	8.B	9.C	10.A
11.D	12.B	13.B	14.A	15.A	16.C	17.C	18.A	19.B	20.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Chọn B**

Tập xác định $D = [0; 4]$. Xét hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$ trên khoảng $(0; 3)$

Ta có: $y' = \frac{-x+2}{\sqrt{-x^2+4x}}$ có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên

x	0	2	3
y'	+	0	-
y	0	2	$\sqrt{3}$

Trên khoảng $(0; 3)$ giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 2$.

Câu 2: Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta dễ dàng thấy được **A, B, D** sai, **C** đúng.

Câu 3: Chọn B

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta thấy rằng hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và ta có $f(x) \in [-2; 4]$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Nên ta có $\max_{[-2; 3]} f(x) = f(3) = 4$.

Câu 4: Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Biến đổi: $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 2019 = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + 2019$.

Đặt $t = x^2 + 5x + 4 \Rightarrow t = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \Rightarrow t \geq -\frac{9}{4} \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số đã cho trở thành $f(t) = t^2 + 2t + 2019 = (t+1)^2 + 2018 \geq 2018 \forall t \geq -\frac{9}{4}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho bằng 2018 tại $t = -1 \in \left[-\frac{9}{4}; +\infty\right)$.

Câu 5: Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên dễ dàng ta thấy $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$ khi $x = 1$.

$\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$ là sai vì $f(x)$ sẽ nhận các giá trị $7; 8$ lớn hơn 6 khi $x \rightarrow 7$.

$\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$ là sai vì $f(x)$ không bằng 9 mà chỉ tiến đến 9 khi $x \rightarrow 7$, ($x \neq 7$).

Câu 6: Chọn A

Ta có: $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$; $x = 2 \in (0; +\infty)$.

Bảng biến thiên:

x	0	2	$+\infty$
y'		0	+
y	$+\infty$	4	$+\infty$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $y(2) = 4 \Rightarrow m = 4$.

Câu 7: Chọn D

Xét hàm số $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Dựa vào đồ thị, ta thấy các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $[-2; 3]$, do đó $h(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $[-2; 3]$.

Ngoài ra với $x \in [-2; 3]$, dễ thấy $f(x) \leq 6$, $g(x) \geq 1$ nên $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \leq 6$, mà

$$h(0) = \frac{f(0)}{g(0)} = \frac{6}{1} = 6 \text{ nên } \max_{[-2; 3]} h(x) = 6.$$

Lại có $h(x) > 0$ với mọi $x \in [-2; 3]$ và $h(-2) = 1$ nên $0 < \min_{[-2; 3]} h(x) \leq 1$.

Phương trình $\frac{f(x)}{g(x)} = m$ có nghiệm trên $[-2; 3]$ khi và chỉ khi $\min_{[-2; 3]} h(x) \leq m \leq \max_{[-2; 3]} h(x)$.

Từ (1), (2) và (3), kết hợp với $m \in \mathbb{Z}$, ta có $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. **Chọn D**

Câu 8: Chọn B

Từ bảng biến thiên ta nhận thấy đạo hàm của hàm số đổi dấu từ dương sang âm qua nghiệm 0 nên hàm số đạt cực đại tại 0 và giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

Câu 9: Chọn C

Ta có: $\max_{[0; 1]} g(x) = \max_{[0; 1]} [f(3x-1) + m] = m + \max_{[0; 1]} f(3x-1)$.

Đặt $t = 3x - 1$. Ta có hàm số $t(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mà $x \in [0; 1] \Rightarrow t \in [-1; 2]$.

Suy ra: $\max_{[0; 1]} f(3x-1) = \max_{[-1; 2]} f(t) = 3$. Suy ra $\max_{[0; 1]} g(x) = m + 3$.

Do đó $\max_{[0; 1]} g(x) = -10 \Leftrightarrow m + 3 = -10 \Leftrightarrow m = -13$.

Câu 10: Chọn A

Đặt $\sin x = t \Rightarrow t \in (-1; 1)$ Khi đó $f'(t) = -12t^2 + 3$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{2}$. So sánh $f\left(\frac{1}{2}\right)$ và

$f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ta thấy GTLN là $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

Câu 11: Chọn D

Đặt $t = \sin x, -1 \leq t \leq 1 \Rightarrow y = f(t) = \frac{t+1}{t^2+t+1}, f'(t) = \frac{-t^2-2t}{(t^2+t+1)^2}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \in [-1; 1] \\ t = -2 \notin [-1; 1] \end{cases} \Rightarrow f(0) = 1, f(-1) = 0, f(1) = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } M = 1, m = 0$

Câu 12: Chọn B

Hàm số xác định và liên tục trên $(0; 1)$ và có $f'(x) = -\frac{4}{x^3} + \frac{1}{2(x-1)^2}$.

Giải phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 8x^2 + 16x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 6x + 4) = 0$

$\Rightarrow x = 3 - \sqrt{5}$.

Lập bảng biến thiên

x	0	$3 - \sqrt{5}$	1
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{11+5\sqrt{5}}{4}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{(0;1)} f(x) = \frac{11+5\sqrt{5}}{4}$.

Câu 13: Chọn B

$y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$. Tập xác định $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \setminus \{2\}$.

$y' = \frac{x(x-2) - \sqrt{x^2-1}}{(x-2)^2} = \frac{-2x+1}{\sqrt{x^2-1}(x-2)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
$f'(x)$	+	0		0	-
$f(x)$	-1	0		0	$-\sqrt{5}$

Từ bảng biến thiên suy ra $M = 0; m = -\sqrt{5}$. Vậy $M.m = 0$

Câu 14: Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	-25	0	1	$\frac{11}{10}$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\frac{33123}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{129}{250}$		

Từ bảng biến thiên ta có $M = 1$.

Câu 15: Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1(l) \end{cases}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng 3.

Câu 16: Chọn C

Ta có $y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên $\Rightarrow$ Hàm số có giá trị lớn nhất là $\text{Max } y = 3$.

Câu 17: Chọn C

Ta có: TXĐ: $D = \mathbb{R} \quad y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			5				$+\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$		$\searrow$	$\nearrow$		
			4		4			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

Câu 18: Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của $f''(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f''(x)$		+	0	-	0	-
$f'(x)$			3		-2018	

Đặt $t = x + 2017$.

Ta có $y = f(x + 2017) + 2018x = f(t) + 2018t - 2017 \cdot 2018 = g(t)$.

$g'(t) = f'(t) + 2018$.

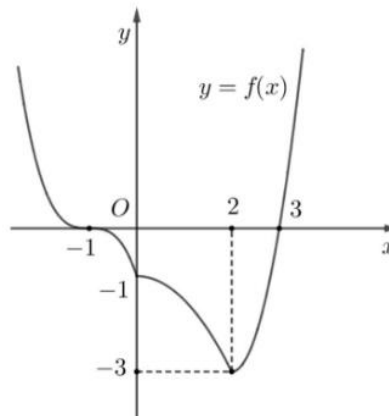
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ suy ra phương trình $g'(t)$ có một nghiệm đơn $\alpha \in (-\infty; 0)$ và một nghiệm kép $t = 2$.

Ta có bảng biến thiên $g(t)$

Hàm số $g(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $t_0 = \alpha \in (-\infty; 0)$.

Suy ra hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 mà $x_0 + 2017 \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow x_0 \in (-\infty; -2017)$.

Câu 19: Chọn B



$2f(x) + x^3 > 2m + 3x^2$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1; 3)$

$$\Leftrightarrow f(x) + \frac{x^3}{2} - \frac{3x^2}{2} > m, \forall x \in (-1; 3) \Leftrightarrow m < \min_{(-1; 3)} g(x)$$

Quan sát đồ thị, ta thấy $\min_{(-1; 3)} f(x) = f(2) = -3$

Xét hàm $h(x) = \frac{x^3}{2} - \frac{3x^2}{2}, \forall x \in (-1; 3)$. Ta có: $h'(x) = \frac{3x^2}{2} - 3x; h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	-1	0	2	3	
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	0 -2 -2 0				

Theo bảng biến thiên trên, ta suy ra $\min_{(-1; 3)} h(x) = h(2) = -2$

Từ và suy ra $\min_{(-1; 3)} g(x) = g(2) = -5$. Vậy $m < -5$ là giá trị thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 20: Chọn D

Xét $f(x) = x^2 - 4x + m + 3$ có $\Delta' = 1 - m$.

▪ Trường hợp 1. $m \geq 1$: $f(x) \geq 0 \forall x \Leftrightarrow y = x^2 - 8x + m + 3$.

x	$-\infty$	4	$+\infty$
y	$+\infty$	$m-13$	$+\infty$

$\min y = -5 \Leftrightarrow m = 8.$

▪ **Trường hợp 2.** $m < 1$: $f(x) = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 2 - \sqrt{1 - m}$; $x_2 = 2 + \sqrt{1 - m}$.

- Nếu $x \in (x_1; x_2)$: $y = -x^2 - 3 - m$ và $\begin{cases} y(x_1) = -8 + 4\sqrt{1 - m} \\ y(x_2) = -8 - 4\sqrt{1 - m} \end{cases}$.

$\Rightarrow y(x_1) < y(x_2) \Rightarrow \min_{(x_1; x_2)} y = -8 - 4\sqrt{1 - m} < -8.$

- Nếu $x \notin (x_1; x_2)$: $y = x^2 - 8x + 3 + m$.

+) $x_2 < 4 \Leftrightarrow 1 > m > -3$:

x	$-\infty$	x_1	x_2	4	$+\infty$
y	$+\infty$			$m-13$	$+\infty$

$\Rightarrow \min y = m - 13 = -5 \Leftrightarrow m = 8.$

+) $x_2 \geq 4 \Leftrightarrow m \leq -3$:

x	$-\infty$	x_1	4	x_2	$+\infty$
y	$+\infty$	$-8 + 4\sqrt{1 - m}$		$-8 - 4\sqrt{1 - m}$	$+\infty$

$\Rightarrow \min y = -8 - 4\sqrt{1 - m} < -8$. Vậy có 1 giá trị của m .