

MỤC LỤC

		2
 BÀI ②. PHÉP TÍNH LOGARIT		2
	 ①. Tóm tắt kiến thức	
2		
	 ②. Phân dạng toán cơ bản	
3		
	• Dạng ①: Khái niệm lôgarit.....	3
	• Dạng ②: Tính lôgarit bằng máy tính cầm tay.....	4
	• Dạng ③: Tính chất của phép tính lôgarit.....	5
	• Dạng ④: Công thức đổi cơ số.....	6
	 ③. Dạng toán rèn luyện	
7		
	• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	7
	• Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	31
	• Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	42

A. Tóm tắt kiến thức

1. KHÁI NIỆM LOGARIT

- ✓ Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$. Số thực α để $a^\alpha = b$ được gọi là logarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$, nghĩa là $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

 **Chú ý:**

- ✓ Không có logarit của số 0 và số âm vì $a^\alpha > 0, \forall \alpha$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$$

- ✓ $\log_a b$ xác định
- ✓ Theo định nghĩa của logarit, ta có:
 - ✓ 1) $\log_a 1 = 0$;
 - ✓ 2) $\log_a a = 1$
 - ✓ 3) $\log_a a^b = b$
 - ✓ 4) $a^{\log_a b} = b$

2. TÍNH LOGARIT BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

 **Chú ý:**

- ✓ a) Lôgarit cơ số 10 được gọi là lôgarit thập phân. Ta viết $\log N$ hoặc $lg N$ thay cho $\log_{10} N$.
- ✓ b) Lôgarit cơ số e còn được gọi là lôgarit tự nhiên. Ta viết $\ln N$ thay cho $\log_e N$.

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP TÍNH LOGARIT

- ✓ Với $0 < a \neq 1; M, N > 0; \alpha \in \mathbb{R}$, khi đó:
 - ✓ 1) $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$
 - ✓ 2) $\log_a \left(\frac{M}{N} \right) = \log_a M - \log_a N$
 - ✓ 3) $\log_a M^\alpha = \alpha \cdot \log_a M$
- ✓  **Chú ý:** Đặc biệt, với a, M, N dương, $a \neq 1$, ta có:
 - ✓ $\log_a \frac{1}{N} = -\log_a N$;
 - ✓ $\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$ với $n \in \mathbb{N}^+$.

4. CÔNG THỨC ĐỔI CƠ SỐ

- ✓ Cho các số dương a, b, N với $a \neq 1, b \neq 1$, ta có $\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$
- ✓ Đặc biệt, ta có: $\log_a N = \frac{1}{\log_N a} (N \neq 1)$; $\cdot \log_{a^{-1} N} = \frac{1}{\alpha} \log_a N (\alpha \neq 0)$.

B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng 1: Khái niệm lôgarit

Phương pháp

- ✓ Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$. Số thực α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$. $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

Chú ý:

- ✓ Biểu thức $\log_a b$ chỉ có nghĩa khi $a > 0, a \neq 1$ và $b > 0$.
- ✓ Từ định nghĩa lôgarit, ta có:
 - ✓ $\log_a 1 = 0$ (1) $\log_a a = 1$ (2) $\log_a a^b = b$; (3) $a^{\log_a b} = b$. (4)

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Viết các đẳng thức lũy thừa sau thành đẳng thức lôgarit:

a) $3^5 = 243$;

b) $10^{-2} = \frac{1}{100}$

c) $(\sqrt{3})^0 = 1$.

Lời giải

a) $3^5 = 243 \Rightarrow \log_3 243 = 5$;

b) $10^{-2} = \frac{1}{100} \Rightarrow \log_{10} \frac{1}{100} = -2$;

c) $(\sqrt{3})^0 = 1 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}} 1 = 0$.

Câu 2: Tính: a) $\log_2 \frac{1}{4}$; b) $9^{\log_3 5}$.

Lời giải

a) $\log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2$;

$$b) 9^{\log_3 5} = (3^2)^{\log_3 5} = 3^{2\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^2 = 5^2 = 25$$

•Dạng ②: Tính lôgarit bằng máy tính cầm tay

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị các biểu thức sau (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ sáu):

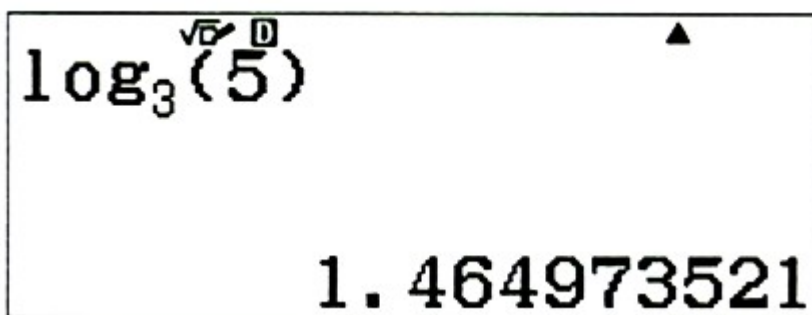
a) $\log_3 5$;

b) $\log 0,2$;

c) $\ln 10$.

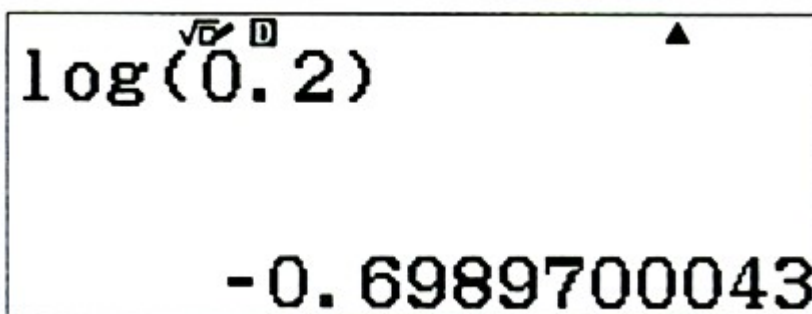
Lời giải

a) Ấn lần lượt các phím



ta được kết quả $\log_3 5 \approx 1,464974$.

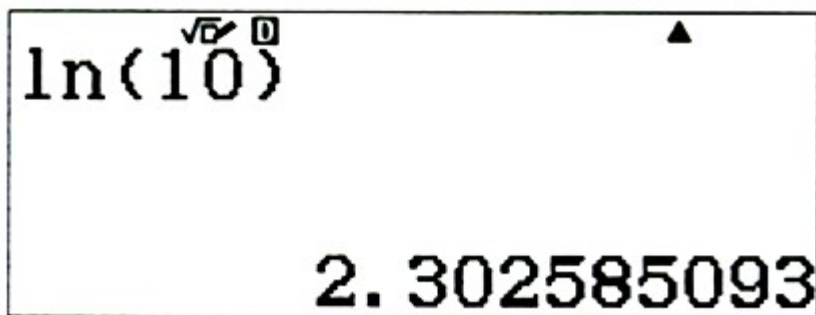
b) Ấn lần lượt các phím



ta được kết quả $\log 0,2 \approx -0,698970$.

c) Ấn lần lượt các phím

ln 1 0) =



A digital calculator display showing the expression $\ln(10)$ on the top line and the result 2.302585093 on the bottom line. Above the expression, there is a small icon of a pencil and a small 'D' in a square.

ta được kết quả $\ln 10 \approx 2,302585$.

•Dạng ③: Tính chất của phép tính lôgarit

Phương pháp

• Cho các số thực dương a, M, N với $a \neq 1$, ta có:

• $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$

• $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

• $\log_a M^\alpha = \alpha \log_a M (\alpha \in \mathbb{R})$

• **Chú ý:** Đặc biệt, với a, M, N dương, $a \neq 1$, ta có:

• $\log_a \frac{1}{N} = -\log_a N$

• $\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\log_2 \frac{2}{3} + \log_2 12$

b) $\log_3 (9^2 \cdot 3^2)$;

c) $\log_5 \sqrt[3]{25}$.

Lời giải

a) $\log_2 \frac{2}{3} + \log_2 12 = \log_2 \left(\frac{2}{3} \cdot 12 \right) = \log_2 2^3 = 3 \log_2 2 = 3 \cdot 1 = 3$.

b) $\log_3 (9^2 \cdot 3^2) = \log_3 9^2 + \log_3 3^2 = 2 \log_3 3^2 + 2 \log_3 3 = 2 \cdot 2 \log_3 3 + 2 = 4 + 2 = 6$.

c) $\log_5 \sqrt[3]{25} = \log_5 25^{\frac{1}{3}} = \log_5 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_5 5 = \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$.

Câu 2: Trong hoá học, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ H^+ (ion hydrogen) tính bằng mol/L . Các dung dịch có pH bé hơn 7 thì có tính acid, có pH lớn hơn 7 thì có tính kiềm, có pH bằng 7 thì trung tính.

a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ H^+ là $0,0001 mol/L$. Dung dịch này có tính acid, kiềm hay trung tính?

b) Dung dịch A có nồng độ H^+ gấp đôi nồng độ H^+ của dung dịch B .

Độ pH của dung dịch nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn.

Lời giải

a) $pH = -\log 0,0001 = -\log 10^{-4} = 4 \log 10 = 4$.

Do $4 < 7$ nên dung dịch có tính acid.

b) Kí hiệu pH_A, pH_B lần lượt là độ pH của hai dung dịch A và B ; $[H^+]_A, [H^+]_B$ lần lượt là nồng độ của hai dung dịch A và B . Ta có $pH_A = -\log[H^+]_A = -\log(2[H^+]_B) = -\log 2 - \log[H^+]_B = -\log 2 + pH_B$.

Suy ra $pH_B - pH_A = \log 2 \approx 0,301$.

Vậy dung dịch B có độ pH lớn hơn và lớn hơn khoảng 0,301.

•Dạng 4: Công thức đổi cơ số

Phương pháp

Cho các số dương a, b, N với $a \neq 1, b \neq 1$, ta có $\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$.

Đặc biệt, ta có:

• $\log_a N = \frac{1}{\log_N a} (N \neq 1)$; • $\log_{a^\alpha} N = \frac{1}{\alpha} \log_a N (\alpha \neq 0)$

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\log_9 27$;

b) $\log_2 3 \cdot \log_3 \frac{1}{4}$.

Lời giải

a) $\log_9 27 = \log_{3^2} 3^3 = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$;

$$\text{b) } \log_2 3 \cdot \log_3 \frac{1}{4} = \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 \frac{1}{4}}{\log_2 3} = \log_2 2^{-2} = -2 \log_2 2 = -2 \cdot 1 = -2$$

Câu 2: Đặt $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Biểu thị $\log_9 10$ theo a và b .

Lời giải

$$\log_9 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 9} = \frac{\log_2 (2 \cdot 5)}{\log_2 3^2} = \frac{\log_2 2 + \log_2 5}{2 \log_2 3} = \frac{1+b}{2a}.$$

©. Dạng toán rèn luyện

• **Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

Câu 1: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của logarit.

Câu 2: Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Lời giải

Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$. Ta có: $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} \neq \frac{1}{\log_a x}$. Vậy A sai.

Theo các tính chất logarit thì các phương án B, C và D đều đúng.

Câu 3: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

- B.** $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
- C.** $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
- D.** $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận đúng.

- A.** $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$.
- B.** $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$.
- C.** $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$.
- D.** $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải

Theo tính chất làm Mũ-Log.

Câu 5: Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

- A.** $\log_a a = 2a$.
- B.** $\log_a a^\alpha = \alpha$.
- C.** $\log_a 1 = 0$.
- D.** $a^{\log_a b} = b$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.
- B.** $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.
- C.** $\log(ab) = \log a + \log b$.
- D.** $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$.

Lời giải

Ta có $\log(ab) = \log a + \log b$.

Câu 7: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.
- B.** $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$.
- C.** $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
- D.** $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln b - \ln a$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ B. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$
 C. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$ D. $\log(ab) = \log a + \log b$

Lời giải

Với các số thực dương a, b bất kì ta có:

$+) \log \frac{a}{b} = \log a - \log b$ nên **B, C** sai.

$+) \log(ab) = \log a + \log b$ nên **A** sai, **D** đúng.

Vậy chọn **D**.

Câu 9: Cho $a, b, c > 0$, $a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\log_a a^c = c$ B. $\log_a a = 1$
 C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ D. $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của logarit, mệnh đề sai là $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$.

Câu 10: Cho a, b, c là các số dương ($a, b \neq 1$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \frac{1}{3} \log_a b$ B. $a^{\log_b a} = b$
 C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ ($\alpha \neq 0$). D. $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Với a, b là các số thực dương tùy ý thoả mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Ta có
$$\log_{a^2}(ab^2) = \frac{\log_a(ab^2)}{\log_a a^2} = \frac{1 + \log_a b^2}{2} = \frac{1 + 2 \log_a b}{2} = \frac{1 + 2 \cdot 2}{2} = \frac{5}{2}.$$

Câu 12: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

- A.** $1 - \log_7 a$. **B.** $1 + \log_7 a$. **C.** $1 + a$. **D.** a .

Lời giải

$$\log_7(7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1 + \log_7 a$$

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng:

- A.** $\ln a$. **B.** $\ln \frac{2}{3}$. **C.** $\ln(6a^2)$. **D.** $\ln \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$\ln(3a) - \ln(2a) = \ln \frac{3a}{2a} = \ln \frac{3}{2}.$$

Câu 14: Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

- A.** $\frac{1}{2} \log_2 a$. **B.** $\log_2 a + 1$. **C.** $\log_2 a - 1$. **D.** $\log_2 a - 2$.

Lời giải

Chọn C

Có
$$\log_2 \frac{a}{2} = \log_2 a - \log_2 2 = \log_2 a - 1.$$

Câu 15: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a = 4b^3$. **B.** $a = 3b + 4$. **C.** $a = 3b + 2$. **D.** $a = \frac{4}{b^3}$.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $a, b > 0$

$$\log_2 a - 3\log_2 b = 2 \Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b^3 = 2 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b^3} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 4 \Leftrightarrow a = 4b^3$$

Câu 16: Với a là số thực dương tùy ý, $4\log \sqrt{a}$ bằng

- A.** $-2\log a$. **B.** $2\log a$. **C.** $-4\log a$. **D.** $8\log a$.

Lời giải

Chọn B

Với $a > 0$, ta có $4\log\sqrt{a} = 4\log\left(a^{\frac{1}{2}}\right) = 4 \cdot \frac{1}{2}\log a = 2\log a$.

Câu 17: Với a là số thực dương tùy ý, $4\log\sqrt{a}$ bằng

- A.** $-4\log a$. **B.** $8\log a$. **C.** $2\log a$. **D.** $-2\log a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4\log\sqrt{a} = 4\log a^{\frac{1}{2}} = 2\log a$.

Câu 18: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A.** $1 - \log a$. **B.** $2 + \log a$. **C.** $2 - \log a$. **D.** $1 + \log a$.

Lời giải

Chọn B

$\log(100a) = \log(100) + \log a = 2 + \log a$

Câu 19: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A.** $3\log_a b$. **B.** $\log_a b$. **C.** $-3\log_a b$. **D.** $\frac{1}{3}\log_a b$.

Lời giải

Chọn A

$\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = -\log_a b^{-3} = 3\log_a b$

Câu 20: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A.** $2 - \log a$. **B.** $2 + \log a$. **C.** $1 - \log a$. **D.** $1 + \log a$.

Lời giải

Chọn B

Với $a > 0$, ta có

$\log(100a) = \log 100 + \log a = \log 10^2 + \log a = 2 + \log a$.

Câu 21: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A. $\log_a b$. B. $-3\log_a b$. C. $\frac{1}{3}\log_a b$. D. $3\log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3\log_a b$.

Câu 22: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

- A. 4 . B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. -4 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_a \sqrt[4]{a} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$.

Câu 23: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. 3 .

Lời giải

Chọn B

$\log_a \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3}\log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 24: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $-\frac{1}{5}$. C. 5 . D. -5

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_a \sqrt[5]{a} = \log_a a^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}\log_a a = \frac{1}{5}$.

Câu 25: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng

- A. 2 . B. -2 . C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có: $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a a = \frac{1}{2}$.

Câu 26: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2 \log_3 a$. C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = \log_3 3^2 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$.

Câu 27: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng:

- A. $5 \log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5} \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Câu 28: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_a b$. B. $\frac{1}{2} \log_a b$. C. $2 + \log_a b$. D. $2 \log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^2} b = \frac{1}{2} \log_a b$.

Câu 29: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

- A. $3 + \log_a b$ B. $3 \log_a b$ C. $\frac{1}{3} + \log_a b$ D. $\frac{1}{3} \log_a b$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 30: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

- A. $5 + \log_5 a$. B. $5 - \log_5 a$. C. $1 + \log_5 a$. D. $1 - \log_5 a$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_5 (5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$$

Ta có:

Câu 31: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng

- A.** $1 + \log_2 a$. **B.** $1 - \log_2 a$. **C.** $2 - \log_2 a$. **D.** $2 + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_2 2a = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$$

Câu 32: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

- A.** $2 + \log_2 a$. **B.** $\frac{1}{2} + \log_2 a$. **C.** $2 \log_2 a$. **D.** $\frac{1}{2} \log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Với $a > 0; b > 0; a \neq 1$. Với mọi α . Ta có công thức: $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Vậy: $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$.

Câu 33: Với a là hai số thực dương tùy ý, $\log_2 (a^3)$ bằng

- A.** $\frac{3}{2} \log_2 a$. **B.** $\frac{1}{3} \log_2 a$. **C.** $3 + \log_2 a$. **D.** $3 \log_2 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2 (a^3) = 3 \log_2 a$.

Câu 34: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

- A.** $3 + \log_2 a$. **B.** $3 \log_2 a$. **C.** $\frac{1}{3} \log_2 a$. **D.** $\frac{1}{3} + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a^3 = 3 \log_2 a$.

Câu 35: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

- A.** $\frac{1}{3} \log_5 a$. **B.** $\frac{1}{3} + \log_5 a$. **C.** $3 + \log_5 a$. **D.** $3 \log_5 a$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_5 a^3 = 3\log_5 a$$

Câu 36: Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\log_2 a = \log_a 2$ **B.** $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$ **C.** $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$ **D.** $\log_2 a = -\log_a 2$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức đổi cơ số.

Câu 37: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

- A.** $\frac{1}{2}\log_2 a$ **B.** $2 + \log_2 a$ **C.** $2\log_2 a$ **D.** $\frac{1}{2} + \log_2 a$

Lời giải

Chọn C

Vì a là số thực dương tùy ý nên $\log_2 a^2 = 2\log_2 a$.

Câu 38: Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A.** $2(\log a + \log b)$ **B.** $\log a + \frac{1}{2}\log b$ **C.** $2\log a + \log b$ **D.** $\log a + 2\log b$

Lời giải

Chọn D

Có $\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2\log b$.

Câu 39: Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $P = \frac{1}{3}$ **B.** $P = 3$ **C.** $P = 1$ **D.** $P = 9$

Lời giải

Chọn D

$$\log_{\sqrt[3]{a}} a^3 = \log_{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}} a^3 = 9$$

Câu 40: Với a là số thực dương tùy ý, bằng $\log_5 a^2$

- A.** $\frac{1}{2}\log_5 a$ **B.** $2 + \log_5 a$ **C.** $\frac{1}{2} + \log_5 a$ **D.** $2\log_5 a$

Lời giải

Chọn D

Vì a là số thực dương nên ta có $\log_5 a^2 = 2 \log_5 a$.

Câu 41: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$

B. $\ln \frac{7}{3}$

C. $\ln(4a)$

D. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$

Lời giải

Chọn B

$$\ln(7a) - \ln(3a) = \ln\left(\frac{7a}{3a}\right) = \ln \frac{7}{3}.$$

Câu 42: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:

A. $\ln \frac{5}{3}$

B. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$

C. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$

D. $\ln(2a)$

Lời giải

Chọn A

$$\ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5}{3}.$$

Câu 43: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:

A. $1 - \log_3 a$

B. $3 \log_3 a$

C. $3 + \log_3 a$

D. $1 + \log_3 a$

Lời giải

Chọn D

Câu 44: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b.$

B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b.$

C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}.$

D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a.$

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của lôgarit: $\forall a > 0, b > 0 : \ln(ab) = \ln a + \ln b$

Câu 45: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$

A. $I = -2.$

B. $I = 2$

C. $I = \frac{1}{2}$

D. $I = 0$

Lời giải

Chọn B

Với a là số thực dương khác 1 ta được: $I = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2 \log_a a = 2$

Câu 46: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right)$ bằng:

- A. $1 - \log_3 a$ B. $3 - \log_3 a$ C. $\frac{1}{\log_3 a}$ D. $1 + \log_3 a$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right) = \log_3 3 - \log_3 a = 1 - \log_3 a$.

Câu 47: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- A. $P = 13$ B. $P = 31$ C. $P = 30$ D. $P = 108$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a (b^2 c^3) = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13$.

Câu 48: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 32.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 a^3 b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3 \log_2 a + 2 \log_2 b = 5$

Câu 49: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1$, $a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính

$$P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

- A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$ B. $P = -1 + \sqrt{3}$ C. $P = -1 - \sqrt{3}$ D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\log_a \sqrt{b} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a=2$, $b=2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P = -1 - \sqrt{3}$.

Câu 50: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

- A. 2. B. 8. C. 16. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 16 = 4$

Câu 51: Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha$, $\log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$ B. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right)$
C. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$ D. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)$

Lời giải

Chọn D

$$\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{3}{2} \log_{27} x - 3 \log_{27} y = \frac{1}{2} \log_3 x - \log_3 y = \frac{\alpha}{2} - \beta.$$

Câu 52: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2 (a^4 b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4.$$

Câu 53: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$ B. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$
 C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$ D. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{a^2}(ab) = \log_{a^2} a + \log_{a^2} b = \frac{1}{2} \cdot \log_a a + \frac{1}{2} \cdot \log_a b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Câu 54: Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 6 \log_a b$ B. $P = 27 \log_a b$ C. $P = 15 \log_a b$ D. $P = 9 \log_a b$

Lời giải

Chọn A

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 6 \log_a b$$

Câu 55: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$ B. $\log(3a) = 3 \log a$ C. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$ D. $\log a^3 = 3 \log a$

Lời giải

Chọn D

Câu 56: Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A. $I = 2$ B. $I = -\frac{1}{2}$ C. $I = -2$ D. $I = \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn A

$$I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right) = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2} \right)^2 = 2$$

Câu 57: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b$ B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$
 C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$ D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 (b) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

Câu 58: Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \frac{5}{4}$

B. $I = 0$

C. $I = 4$

D. $I = \frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn D

$$I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = 2\log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + 2\log_{2^{-2}} b = 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 59: Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

B. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$

C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$

D. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$

Lời giải

Chọn C

Ta có $a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab$.

Lấy $\log$ cơ số 10 hai vế ta được:
 $\log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 10 + \log a + \log b$

Hay $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$

Câu 60: Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = 12$

B. $P = \frac{12}{7}$

C. $P = \frac{7}{12}$

D. $P = \frac{1}{12}$

Lời giải

Chọn B

$$P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}$$

Câu 61: Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính

$$M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}$$

- A. $M = \frac{1}{2}$. B. $M = \frac{1}{3}$. C. $M = \frac{1}{4}$. D. $M = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x - 3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y$.

$$\text{Khi đó } M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)} = \frac{\log_{12} (12xy)}{\log_{12} (x + 3y)^2} = \frac{\log_{12} (36y^2)}{\log_{12} (36y^2)} = 1.$$

Câu 62: Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8 (ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Lời giải

Chọn D

Theo đề ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 a = \log_8 (ab) &\Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2 (ab) \Leftrightarrow 3 \log_2 a = \log_2 (ab) \\ &\Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2 (ab) \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b \end{aligned}$$

Câu 63: Xét số thực a và b thỏa mãn $\log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + 2b = 2$. B. $4a + 2b = 1$. C. $4ab = 1$. D. $2a + 4b = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3 &\Leftrightarrow \log_3 (3^a \cdot 3^{2b}) = \log_{3^2} 3 \\ &\Leftrightarrow \log_3 3^{a+2b} = \log_3 3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a + 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a + 4b = 1. \end{aligned}$$

Câu 64: Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2 (ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 2. D. 12.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có : $4^{\log_2 (ab)} = 3a$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) \cdot \log_2 4 = \log_2(3a)$$

$$\Leftrightarrow 2(\log_2 a + \log_2 b) = \log_2 a + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a + 2\log_2 b = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab^2) = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow ab^2 = 3$$

Câu 65: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3.

B. 6.

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn D

Ta có : $9^{\log_3(ab)} = 4a \hat{=} 2\log_3(ab) = \log_3(4a) \hat{=} \log_3(a^2b^2) = \log_3(4a) \Rightarrow a^2b^2 = 4a$

$$\hat{=} ab^2 = 4.$$

Câu 66: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 9b^2$.

B. $a = 9b$.

C. $a = 6b$.

D. $a = 9b^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_3 a - 2\log_9 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{a}{b} \right) = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 9 \Leftrightarrow a = 9b$$

Ta có:

Câu 67: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 27b$.

B. $a = 9b$.

C. $a = 27b^4$.

D. $a = 27b^2$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_3 a - 2\log_9 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 27 \Leftrightarrow a = 27b$$

Ta có:

Câu 68: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 16b^2$.

B. $a = 8b$.

C. $a = 16b$.

D. $a = 16b^4$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned}
&\text{Ta có } \log_2 a - 2\log_4 b = 4 \\
&\Leftrightarrow \log_2 a - 2\log_{2^2} b = 4 \\
&\Leftrightarrow \log_2 a - 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 b = 4 \\
&\Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b = 4 \\
&\Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b} = 4 \\
&\Leftrightarrow \frac{a}{b} = 2^4 \\
&\Leftrightarrow a = 16b
\end{aligned}$$

Câu 69: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng:

- A.** $a^3b = 64$. **B.** $a^3b = 36$. **C.** $a^3 + b = 64$. **D.** $a^3 + b = 36$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow a^3b = 2^6 \Leftrightarrow a^3b = 64.$$

Câu 70: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a^3 + b = 64$. **B.** $a^3b = 256$. **C.** $a^3b = 64$. **D.** $a^3 + b = 256$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_2 a^3 + \log_2 b = 8 \Rightarrow \log_2 (a^3b) = 8 \Leftrightarrow a^3b = 2^8 = 256.$$

$$\text{Vậy } a^3b = 256.$$

Câu 71: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $a^3b = 32$. **B.** $a^3b = 25$. **C.** $a^3 + b = 25$. **D.** $a^3 + b = 32$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 (a^3b) = 5 \Leftrightarrow a^3b = 32.$$

Câu 72: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^2 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a^2 + b = 49$. **B.** $a^2b = 128$. **C.** $a^2 + b = 128$. **D.** $a^2b = 49$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 a^2 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 (a^2 b) = 7 \Leftrightarrow a^2 b = 2^7 = 128$

Câu 73: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a = x; \ln b = y$. Tính $\ln(a^3 b^2)$

- A. $P = x^2 y^3$ B. $P = 6xy$ C. $P = 3x + 2y$ D. $P = x^2 + y^2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\ln(a^3 b^2) = \ln a^3 + \ln b^2 = 3 \ln a + 2 \ln b = 3x + 2y$

Câu 74: Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

- A. 48 B. 56 C. 36 D. $8 \log_2 256$

Lời giải

Chọn C

Ta có $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256 = \log_2 (2 \cdot 4 \cdot 8 \dots 256) = \log_2 (2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \dots 2^8)$
 $= \log_2 (2^{1+2+3+\dots+8}) = (1+2+3+\dots+8) \log_2 2 = 1+2+3+\dots+8 = 36$

Câu 75: Cho $\log_8 c = m$ và $\log_{c^3} 2 = n$. Khẳng định **đúng** là

- A. $mn = \frac{1}{9} \log_2 c$ B. $mn = 9$ C. $mn = 9 \log_2 c$ D. $mn = \frac{1}{9}$

Lời giải

$$mn = \log_8 c \cdot \log_{c^3} 2 = \left(\frac{1}{3} \log_2 c \right) \cdot \left(\frac{1}{3} \log_c 2 \right) = \frac{1}{9}$$

Câu 76: Cho $a > 0, a \neq 1$ và $\log_a x = -1, \log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$

- A. $P = 18$ B. $P = 6$ C. $P = 14$ D. $P = 10$

Lời giải

Ta có $\log_a (x^2 y^3) = \log_a x^2 + \log_a y^3 = 2 \log_a x + 3 \log_a y = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 10$

Câu 77: Với a và b là hai số thực dương tùy ý; $\log_2 (a^3 b^4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{4} \log_2 b$ B. $3 \log_2 a + 4 \log_2 b$ C. $2(\log_2 a + \log_4 b)$ D. $4 \log_2 a + 3 \log_2 b$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2(a^3b^4) = \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3\log_2 a + 4\log_2 b$ nên **B** đúng.

Câu 78: Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ bằng

- A.** $1.$ **B.** $0.$ **C.** $\ln \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right).$ **D.** $\ln(abcd).$

Lời giải

Cách 1:

Ta có
$$S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{a} \right) = \ln 1 = 0$$

Cách 2:

Ta có:
$$S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln a - \ln b + \ln b - \ln c + \ln c - \ln d + \ln d - \ln a = 0$$

Câu 79: Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a, \log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.

- A.** $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a - b$ **B.** $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a + b$
C. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a - b$ **D.** $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a + b$

Lời giải

Do x, y là các số thực dương nên ta có:

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) &= -\frac{1}{3} \log_3 \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} (\log_3 x - \log_3 y^3) = -\frac{1}{3} (\log_3 x - 3\log_3 y) \\ &= -\frac{1}{3} \log_3 x + \log_3 y = -\frac{1}{3}a + b \end{aligned}$$

Câu 80: Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $P = 27 \log_a b$ **B.** $P = 15 \log_a b$ **C.** $P = 9 \log_a b$ **D.** $P = 6 \log_a b$

Lời giải

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 6 \log_a b.$$

Ta có

Câu 81: Với các số thực dương a, b bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2 \log_a b.$

B. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b.$

C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_a b.$

D. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2 \log_a b.$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} &= \log_a \sqrt[3]{a} - \log_a b^2 \\ &= \log_a a^{\frac{1}{3}} - 2 \log_a b \\ &= \frac{1}{3} \log_a a - 2 \log_a b = \frac{1}{3} - 2 \log_a b \end{aligned}$$

Câu 82: Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$

B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$

C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$

D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a b \cdot \log_{\frac{1}{b^2}} c = 2 \log_a b \cdot 2 \log_b c = 4 \log_a b \cdot \log_b c = 4 \log_a c$

Câu 83: Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$

B. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$

C. $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab)$

D. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$

Lời giải

Chọn B

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + \log(ab)^2 \Rightarrow A$$

đúng

$$1 + \log a + \log b = \log(10ab) \Rightarrow (1 + \log a + \log b)^2 = \log^2(10ab) \neq \log(10ab)^2 \Rightarrow B$$

sai

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2 \log(ab) \Rightarrow C$$

đúng

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2\log(ab) = 2(1 + \log a + \log b) \Rightarrow D \text{ đúng}$$

Câu 84: Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

A. 13

B. 5

C. 8

D. 10

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_a(a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2\log_a b + \frac{1}{2}\log_a c = 3 + 2.3 - \frac{1}{2}.2 = 8$$

Câu 85: Rút gọn biểu thức $M = 3\log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} - 6\log_9(3x) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}$.

A. $M = -\log_3(3x)$

B. $M = 2 + \log_3\left(\frac{x}{3}\right)$

C. $M = -\log_3\left(\frac{x}{3}\right)$

D. $M = 1 + \log_3 x$

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x > 0$.

$$M = 3\log_3 x - 3(1 + \log_3 x) - \log_3 x + 2 = -1 - \log_3 x = -(1 + \log_3 x) = -\log_3(3x).$$

Câu 86: Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.

A. $P = 56$.

B. $P = 16$.

C. $P = 8$.

D. $P = 64$.

Lời giải

Điều kiện: $x, y \neq 0$

Cộng vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 |xy| + \log_4 x^2 y^2 = 12 \Leftrightarrow \log_2 |xy| = 9 \Leftrightarrow |xy| = 512 \quad (1)$$

Trừ vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 \left| \frac{x}{y} \right| + \log_4 \frac{y^2}{x^2} = -2 \Leftrightarrow \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x}{y} \right| = 8 \Leftrightarrow |x| = 8|y| \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $|y| = 8 \Rightarrow |x| = 64 \Leftrightarrow P = 56$.

Câu 87: Cho hai số thực dương a, b . Nếu viết

$$\log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} = 1 + x \log_2 a + y \log_4 b \quad (x, y \in \mathbb{Q})$$

thì biểu thức $P = xy$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{1}{3}$

B. $P = \frac{2}{3}$

C. $P = -\frac{1}{12}$

D. $P = \frac{1}{12}$

Lời giải

Ta có $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} = \log_2 64^{\frac{1}{6}} + \frac{1}{2}\log_2 a + \frac{1}{3}\log_2 b - \log_2 a - \log_2 b$
 $= 1 - \frac{1}{2}\log_2 a - \frac{4}{3}\log_4 b$. Khi đó $x = -\frac{1}{2}; y = -\frac{4}{3} \Rightarrow P = xy = \frac{2}{3}$

Câu 88: Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 7$.

B. $T = 3$.

C. $T = 2$.

D. $T = 1$.

Lời giải

Ta có: $\log_{700} 490 = \frac{\log 490}{\log 700} = \frac{\log 10 + \log 49}{\log 100 + \log 7} = \frac{1 + 2\log 7}{2 + \log 7} = \frac{4 + 2\log 7 - 3}{2 + \log 7} = 2 + \frac{-3}{2 + \log 7}$
 Suy ra $a = 2, b = -3, c = 2$
 Vậy $T = 1$.

Câu 89: Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.

B. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.

C. $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$.

D. $2\log_4(a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$.

Lời giải

Ta có $a^2 + b^2 = 14ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 16ab$.
 Suy ra $\log_4(a+b)^2 = \log_4(16ab) \Leftrightarrow 2\log_4(a+b) = 2 + \log_4 a + \log_4 b$.

Câu 90: Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a, \log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a - b$.

B. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a + b$.

C. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a - b$.

D. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a + b$.

Lời giải

$\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \log_{3^{-3}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}\log_3 \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}(\log_3 x - \log_3 y^3) = -\frac{1}{3}\log_3 x + \log_3 y = -\frac{1}{3}a + b$

Câu 91: Cho $\alpha = \log_a x$, $\beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2} x^2$ bằng.

- A. $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$. B. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$. C. $\frac{2}{2\alpha+\beta}$. D. $\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha+2\beta}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_{ab^2} x^2 &= 2 \log_{ab^2} x = 2 \cdot \frac{1}{\log_x ab^2} = \frac{2}{\log_x a + \log_x b^2} = \frac{2}{\frac{1}{\log_a x} + 2 \cdot \frac{1}{\log_b x}} \\ &= \frac{2}{\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta}} = \frac{2\alpha\beta}{\beta + 2\alpha}. \end{aligned}$$

Câu 92: Tính giá trị biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2})$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2}) = 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1.$$

Câu 93: Đặt $M = \log_6 56$, $N = a + \frac{\log_3 7 - b}{\log_3 2 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Bộ số a, b, c nào dưới đây để có $M = N$?

- A. $a = 3, b = 3, c = 1$. B. $a = 3, b = \sqrt{2}, c = 1$.
C. $a = 1, b = 2, c = 3$. D. $a = 1, b = -3, c = 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } M = \log_6 56 = \frac{\log_3 56}{\log_3 6} = \frac{\log_3 2^3 \cdot 7}{1 + \log_3 2} = \frac{3 \log_3 2 + \log_3 7}{1 + \log_3 2} = \frac{3(1 + \log_3 2) + \log_3 7 - 3}{1 + \log_3 2} = 3 + \frac{\log_3 7 - 3}{\log_3 2 + 1}$$

$$\begin{aligned} M &= N \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases} \\ \text{Vậy} \end{aligned}$$

Câu 94: Tính $T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100}$.

- A. $\frac{1}{10}$. B. -2. C. $\frac{1}{100}$. D. 2.

Lời giải

$$T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100} = \log \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right) = \log \frac{1}{100} = \log 10^{-2} = -2$$

Câu 95: Cho $a, b, x > 0$; $a > b$ và $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$.

Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng:

- A.** $P = \frac{5}{4}$. **B.** $P = \frac{2}{3}$. **C.** $P = \frac{16}{15}$. **D.** $P = \frac{4}{5}$.

Lời giải

$$\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2} \hat{=} \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \log_x \sqrt{b}$$

$$\hat{=} a+2b = 3\sqrt{ab} \hat{=} a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \hat{=} (a-b)(a-4b) = 0 \hat{=} a = 4b \text{ (do } a > b \text{)}.$$

$$P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2} = \frac{32b^2 + 12b^2 + b^2}{36b^2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 96: Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

- A.** $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$ **B.** $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$
C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$ **D.** $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$

Lời giải

Chọn B

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \log_2 3 \cdot \log_5 5}{1 + a} = \frac{2a + \frac{\log_2 3}{\log_5 3}}{1 + a} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1 + a} = \frac{a + 2ab}{ab + b}$$

CASIO: Sto\Gán $A = \log_2 3, B = \log_5 3$ bằng cách: Nhập $\log_2 3 \backslash \text{shift} \backslash \text{Sto} \backslash A$ tương tự B

Thử từng đáp án A: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 \approx 1,34$ (Loại)

Thử đáp án C: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 = 0$ (chọn).

Câu 97: Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_6 48$ bằng

A. $\frac{3a-1}{a-1}$

B. $\frac{3a+1}{a+1}$

C. $\frac{4a-1}{a-1}$

D. $\frac{4a+1}{a+1}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Giải trực tiếp

$$\log_6 48 = \log_6 6.8 = \log_6 6 + \log_6 8 = 1 + \frac{1}{\log_8 6} = 1 + \frac{1}{\log_2 2.3} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{3}(1 + \log_2 3)}$$

$$= \frac{1 + \log_2 3 + 3}{(1 + \log_2 3)} = \frac{4 + \frac{1}{a}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{4a + 1}{a + 1}$$

. Chọn đáp án D

Cách 2: Dùng máy tính Casio

$$\log_6 48 = 2.1605584217 \quad a = \log_3 2 = 0.63092975375$$

Ta có . Thay vào 4 đáp án thì ta

$$\frac{4a+1}{a+1} = 2.1605584217$$

chọn đáp án D vì

Câu 98: Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c ?

A. $P = 2a - b + c$.

B. $P = 2a + b + c$.

C. $P = 2a + b - c$.

D. $P = a + 2b - c$.

Lời giải

Ta có $\log_3 6 = b \Leftrightarrow \log_3 2 + 1 = b \Leftrightarrow \log_3 2 = b - 1$, $\log_3 22 = c \Leftrightarrow \log_3 2 + \log_3 11 = c$
 $\Leftrightarrow \log_3 11 = c - \log_3 2 = c - b + 1$.

Khi đó $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right) = \log_3 90 - \log_3 11 = 2 + \log_3 2 + \log_3 5 - \log_3 11 = 2b + a - c$.

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho các biểu thức sau: $P = \log_2 8 + \log_3 27 - \log_5 5^3$; $Q = \ln(2e) - \log 100$. Khi đó:

a) $P + Q = 2 \ln 2$

b) $Q - P = \ln 2 - 4$

c) $3Q + P = 3 \ln 2$

d) $2Q + P = 2 \ln 2 + 1$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Ta có: $P = \log_2 8 + \log_3 27 - \log_5 5^3 = \log_2 2^3 + \log_3 3^3 - \log_5 5^3 = 3 + 3 - 3 = 3$.

Ta có: $Q = \ln(2e) - \log 100 = \ln 2 + \ln e - \log 10^2 = \ln 2 + 1 - 2 = \ln 2 - 1$.

Câu 2: Cho các biểu thức sau: $A = \log_{2^{2030}} 4 - \frac{1}{1015} + \ln e^{2035}$; $B = \log_5 3 \cdot \log_2 5 - \frac{\ln 9}{\ln 4}$

a) A chia hết cho 5

b) $A - B = 2036$

c) $A + 2024B = 2035$

d) $A - 2024B = 2035$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Ta có: $A = \log_{2^{2030}} 4 - \frac{1}{1015} + \ln e^{2035} = \log_{2^{2030}} 2^2 - \frac{1}{1015} + 2035$

$$= \frac{2}{2030} - \frac{1}{1015} + 2035 = 2035.$$

Ta có: $B = \log_5 3 \cdot \log_2 5 - \frac{\ln 9}{\ln 4} = \log_2 5 \cdot \log_5 3 - \log_4 9$

$$= \log_2 3 - \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3 - \log_2 3 = 0.$$

Câu 3: Tìm được x để các biểu thức sau có nghĩa. Vậy:

a) $\log(x - 3)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > 3$

b) $\log_2(4 - x^2)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x < 2$

c) $\ln(2x) - \lg(10 - x)$ có nghĩa khi và chỉ khi $0 < x < 10$

d) $\log_x \frac{1}{x - 2}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > 0$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Biểu thức $\log(x - 3)$ xác định khi và chỉ khi $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

b) Biểu thức $\log_2(4 - x^2)$ xác định khi và chỉ khi $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

c) Biểu thức $\ln(2x) - \lg(10 - x)$ xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2x > 0 \\ 10 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 10$$

d) Biểu thức $\log_x \frac{1}{x-2}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ \frac{1}{x-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$.

Cho các biểu thức: $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ với a, b là các số dương và a khác 1;

$$P = \frac{\log_a (a^3 b^2) - \log_b \left(\frac{b^3}{a^2} \right)}{\log_a^2 b + 1}$$

Câu 4: Cho các biểu thức sau: và $Q = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ với a, b là các số dương và a khác 1. Vậy:

- a) $Q = 6 \log_a b$
- b) $P = 6 \log_b a$
- c) $Q = 3P$
- d) $Q.P = 12$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Ta có: $Q = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 6 \log_a b$

$$P = \frac{\log_a a^3 + \log_a b^2 - (\log_b b^3 - \log_b a^2)}{\log_a^2 b + 1}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } &= \frac{3 + 2 \log_a b - 3 + 2 \log_b a}{\log_a^2 b + 1} = \frac{2 \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right)}{\log_a^2 b + 1} \\ &= \frac{2 \left(\frac{\log_a^2 b + 1}{\log_a b} \right)}{\log_a^2 b + 1} = \frac{2}{\log_a b} = 2 \log_b a. \end{aligned}$$

Câu 5: Cho biểu thức $Q = 2^{\log_{10} x^4 + \log_2 x^2}$ với x là số thực khác 0. Vậy

- a) $Q > 0$
- b) Khi $x = 2$ thì $Q = 8$
- c) Khi $x = -2$ thì $Q = -8$
- d) Khi $x = 3$ thì $Q = 9$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Ta có: $Q = 2^{\log_2 x^4 + \log_2 x^2} = 2^{\frac{4}{4} \log_2 |x| + 2 \log_2 |x|} = 2^{3 \log_2 |x|} = (2^{\log_2 |x|})^3 = |x|^3$.

Câu 6: Cho các biểu thức sau: $A = (a^3 \sqrt{a})^{\log_a b} + (\sqrt[3]{b^2})^{\log_b a}$ với $\begin{cases} a, b > 0 \\ a \neq 1, b \neq 1 \end{cases}$ và

$B = \log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} - \log \frac{a}{d}$ với a, b, c, d là các số dương. Khi đó:

a) $A = \sqrt[3]{a} + \sqrt{b^4}$

b) $B = \frac{a}{b}$

c) $A + B\sqrt{a} = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$.

d) $A - B\sqrt{b} = 2\sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai

Ta có: $A = \left(a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\log_a b} + \left(b^{\frac{2}{3}} \right)^{\log_b a} = \left(a^{\frac{7}{2}} \right)^{\log_a b} + \left(b^{\frac{2}{3}} \right)^{\log_b a}$

$= (a^{\log_a b})^{\frac{7}{2}} + (b^{\log_b a})^{\frac{2}{3}} = b^{\frac{7}{2}} + a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$.

Ta có: $B = \log \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \right) - \log \frac{a}{d} = \log \left(\frac{a}{d} : \frac{a}{d} \right) = \log 1 = 0$.

Câu 7: Cho biểu thức $A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$. Vậy:

a) Khi $\log_2 x = 1$ thì $A = -\frac{1}{2}$

b) Khi $\log_2 x = 2$ thì $A = 1$

c) Khi $\log_2 x = \sqrt{3}$ thì $A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) Khi $\log_2 x = \sqrt{2}$ thì $A = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

Ta có:

$A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$

$= 2\log_2 x + 3\log_{2^{-1}} x + \log_{2^2} x = 2\log_2 x - 3\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x = -\frac{1}{2}\log_2 x$

Câu 8: Cho biểu thức $B = 2 \ln \sqrt{ex} - \ln \frac{e^2}{\sqrt{x}} + \ln 3 \cdot \log_3(ex^2)$. Vậy:

- a) Cho $\ln x = 2$ thì $B = 7$
- b) Cho $\ln x = 4$ thì $B = 14$
- c) Cho $\ln x = 3$ thì $B = \frac{15}{2}$
- d) Cho $\ln x = 6$ thì $B = 18$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Ta có:

$$\begin{aligned} B &= 2 \ln(ex)^{\frac{1}{2}} - \left(\ln e^2 - \ln x^{\frac{1}{2}} \right) + \ln(ex^2) \\ &= \ln(ex) - \left(2 - \frac{1}{2} \ln x \right) + \ln(ex^2) = (\ln e + \ln x) - 2 + \frac{1}{2} \ln x + \ln e + \ln x^2 \\ &= 1 + \ln x - 2 + \frac{1}{2} \ln x + 1 + 2 \ln x = \frac{7}{2} \ln x \end{aligned}$$

Câu 9: Tìm được x để biểu thức sau có nghĩa. Vậy:

- a) $\log(x+1)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > -1$.
- b) $\ln(x-1)^2$ có nghĩa khi và chỉ khi $x \neq 1$.
- c) $\log_{x-1} x$ có nghĩa khi và chỉ khi $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.
- d) $\log^2 \frac{1}{x-x^2}$ có nghĩa khi và chỉ khi $0 < x < 1$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng

a) Biểu thức $\log(x+1)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

b) Biểu thức $\ln(x-1)^2$ có nghĩa khi và chỉ khi $(x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

c) Biểu thức $\log_{x-1} x$ có nghĩa khi và chỉ khi $\begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

d) Biểu thức $\log^2 \frac{1}{x-x^2}$ có nghĩa khi và chỉ khi $\frac{1}{x-x^2} > 0 \Leftrightarrow x-x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Câu 10: Tính được giá trị của các biểu thức sau (biết $a > 0, a \neq 1$). Vậy:

a) $A = 2^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{3}} 3$ có $A > 2$

b) $B = \ln 2 \cdot \log_2 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 - 5^{\log_5 (\ln 2)}$ có $B = 0$

a) $C = \log_a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}$ có $C > 1$

b) $D = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^4 \sqrt[4]{a}}$ có $D > 1$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Ta có: $2^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{3}} 3 = 3 - \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} 3 = 3 - 2 = 1$.

b) Ta có: $\ln 2 \cdot \log_2 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 - 5^{\log_5 (\ln 2)}$
 $= \ln 2 \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 2 - \ln 2$
 $= \ln 2 - \ln 2 = 0$

c) Ta có: $\log_a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}} = \log_a \left[a \cdot \left(a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \log_a a^{\frac{7}{8}} = \frac{7}{8}$.

d) Ta có: $\log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^4 \sqrt[4]{a}} = \log_a \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a^4 \cdot a^{\frac{1}{4}}} = \log_a a^{\frac{3}{2} - \left(4 + \frac{1}{4} \right)} = \log_a a^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}$.

Câu 11: Với mọi số thực dương a, b, x, y và a, b khác 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.

b) $\log_a (xy) = \log_a x + \log_b x$.

c) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

d) $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

$\log_a \frac{1}{x} = -\frac{1}{\log_a x}$

Câu 12: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\log_3 5 > 0$.

b) $\log_{2+x^2} 2016 < \log_{2+x^2} 2017$.

c) $\log_{0,3} 0,8 < 0$.

d) $\log_3 4 > \log_4 \left(\frac{1}{3} \right)$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Ta có: $\log_{0,3} 0,8 < 0 \Leftrightarrow 0,8 > 0,3^0 \Leftrightarrow 0,8 > 1$ (sai)

Câu 13: Với số thực a thỏa mãn $a > 0$ và $a \neq 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x \neq 0$) .

b) $\log_a \sqrt[n]{x} = n \log_a x$ ($x > 0$, n là số nguyên dương lẻ).

c) $\log_{a^n} x = n \log_a x$ ($x > 0$, n khác 0).

d) $\log_a x^n = n \log_a |x|$ ($x > 0$, n là số nguyên dương chẵn).

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng

$$\log_a x^n = n \log_a |x|$$

Câu 14: Với a là số thực dương bất kì. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$.

b) $\ln(3+a) = \ln 3 + \ln a$.

c) $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$.

d) $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai

A đúng vì $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$.

B sai vì $\ln(3+a) \neq \ln 3 + \ln a$.

C sai vì $\ln \frac{a}{3} = \ln a - \ln 3$.

D sai vì $\ln a^5 = 5 \ln a$.

Câu 15: Biết rằng m, n là các số nguyên thỏa mãn $\log_{360} 5 = 1 + m \cdot \log_{360} 2 + n \cdot \log_{360} 3$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $3m + 2n = 0$.

b) $m^2 + n^2 = 25$.

c) $m \cdot n = 4$.

d) $m + n = -5$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng

Ta có $\log_{360} 5 - 1 = \log_{360} 5 - \log_{360} 360 = \log_{360} \frac{5}{360}$

$= -\log_{360} 72 = -\log_{360} (2^3 \cdot 3^2) = -3 \log_{360} 2 - 2 \log_{360} 3$.

Do đó $\log_{360} 5 = 1 - 3 \log_{360} 2 - 2 \log_{360} 3$. Vậy $m = -3, n = -2$.

Câu 16: Cho $a > 0, b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $2(\ln a + \ln b) = \ln(7ab)$.

b) $3 \ln(a + b) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

c) $\ln \left(\frac{a+b}{3} \right) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

d) $\ln(a + b) = \frac{3}{2}(\ln a + \ln b)$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai

Với $a > 0, b > 0$, ta có $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab$

$\Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3} \right)^2 = ab \Leftrightarrow \ln \left(\frac{a+b}{3} \right)^2 = \ln(ab)$

$\Leftrightarrow 2 \ln \left(\frac{a+b}{3} \right) = \ln a + \ln b \Leftrightarrow \ln \left(\frac{a+b}{3} \right) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

Câu 17: Cho $\log_b(a+1) > 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(b-1)a > 0$.

b) $a+b < 1$.

c) $a+b > 1$.

d) $a(b+1) > 0$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai

TH1: $b > 1$. Ta có: $\log_b(a+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+1 > 0 \\ a+1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow a > 0 \Rightarrow (b-1)a > 0$.

TH2: $0 < b < 1$. Ta có: $\log_b(a+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+1 > 0 \\ a+1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < a < 0 \Rightarrow (b-1)a > 0$.

Câu 18: Cho $\log_c a = 3$, $\log_c b = 4$ ($a, b > 0; 0 < c \neq 1$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\log_c \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$.

b) $\log_c(a^2b) = 14$.

c) $\log_c ab = 12$.

d) $\log_{c^2} \frac{a^4}{b} = 4$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng

Với $a, b > 0; 0 < c \neq 1$, ta có $a, b > 0; 0 < c \neq 1$ $\log_{c^2} \frac{a^4}{b} = 2\log_c a - \frac{1}{2}\log_c b = 2 \cdot 3 - 2 = 4$.

Câu 19: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

b) $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

c) $2\log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b$.

d) $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai

Ta có:

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2 \left(\frac{a+b}{3}\right) = \log_2 a + \log_2 b$$

Câu 20: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\ln(e^{\sin x}) = \sin x$.

b) $\ln(1+x)^2 = 2\ln(1+x)$.

c) $\ln(4+\sin x)^2 = 2\ln(4+\sin x)$

d) $\ln(1+e^{-x})^2 = 2\ln(1+e^{-x})$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

$$\ln(1+x)^2 = 2\ln|1+x|.$$

Câu 21: Cho $0 < a < 1 < b$ và đặt $S = \log_a b + \log_a^2 b + \dots + \log_a^{2018} b, P = \log_a^{2017} b$. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau khi nói về phương trình $x^2 + 2Sx + P = 0$?

a) Phương trình có 2 nghiệm âm phân biệt

b) Phương trình có nghiệm kép.

c) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu.

d) Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai

Theo giả thiết $0 < a < 1 < b$ ta có $\log_a b < \log_a 1 = 0 \Rightarrow P = \log_a^{2017} b < 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Câu 22: Với mọi số $a, b > 0$ thỏa mãn $9a^2 + b^2 = 10ab$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $2\log(3a+b) = \log a + \log b$.

b) $\frac{\log(3a+b)}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

c) $\log a + \log(b+1) = 1$.

d) $\log \frac{3a+b}{4} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng

$$\begin{aligned} \text{Ta có} \quad 9a^2 + b^2 &= 10ab \Leftrightarrow 9a^2 + 6ab + b^2 = 16ab \Leftrightarrow (3a + b)^2 = 16ab \\ \Leftrightarrow \log \frac{(3a + b)^2}{16} &= \log(ab) \\ \Leftrightarrow 2 \log \frac{3a + b}{4} &= \log a + \log b \Leftrightarrow \log \frac{3a + b}{4} = \frac{1}{2}(\log a + \log b) \end{aligned}$$

Câu 23: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nếu $0 < a < 1$ và $b > 0, c > 0$ thì $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

b) Nếu $a > 1$ thì $a^m < a^n \Leftrightarrow m < n$.

c) Với mọi số a, b thỏa mãn $a, b > 0$ thì $\log(ab) = \log a + \log b$.

d) Với m, n là các số tự nhiên, $m > 2$ và $a > 0$ thì $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Ta có: $\log(ab) = \log a + \log b$ chỉ đúng với mọi $a > 0, b > 0$ nên mệnh đề C sai.

Câu 24: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Với mọi $a > b > 1$, ta có $a^b > b^a$.

b) Với mọi $a > b > 1$, ta có $\log_a b < \log_b a$.

c) Với mọi $a > b > 1$, ta có $a^{a-b} > b^{b-a}$.

d) Với mọi $a > b > 1$, ta có $\log_a \frac{a+b}{2} < 1$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Xét đáp án A: $a > b > 1 \Rightarrow \begin{cases} a^b > b^b \\ b^a > b^b \end{cases}$ nên không thể kết luận được, ta có thể chọn $a = 5; b = 2$ sẽ thấy mệnh đề **sai**.

Xét đáp án C: $a > b > 1 \Rightarrow a^{a-b} > b^{a-b} > b^{b-a}$ nên C đúng.

Xét đáp án B: $a > b > 1 \Rightarrow \begin{cases} \log_a b < \log_a a = 1 \\ \log_b a > \log_b b = 1 \end{cases} \Rightarrow \log_a b < \log_b a$ nên B đúng.

Xét đáp án D: $\log_a \frac{a+b}{2} < 1 \Leftrightarrow \frac{a+b}{2} < a \Rightarrow \frac{b}{2} < \frac{a}{2}$ nên D đúng.

Câu 25: Cho a, b là các số thực dương. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $e^{\ln a - \ln b} = \frac{a}{b}$.

b) $\ln \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \ln a - 3 \ln b$.

c) $\ln(a^2 b^4) = 2 \ln(ab) + 2 \ln b$.

d) $a \ln \frac{1}{b} = \ln(b^{-a})$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Ta có: $e^{\ln a - \ln b} = e^{\ln \frac{a}{b}} = \frac{a}{b}$. Đáp án a Đúng.

$\ln(a^2 b^4) = \ln(a^2 b^2 b^2) = \ln(ab)^2 + \ln b^2 = 2 \ln(ab) + 2 \ln b$. Đáp án c Đúng.

$a \ln \frac{1}{b} = a \ln(b^{-1}) = -a \ln b = \ln(b^{-a})$. Đáp án d Đúng.

$\ln \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \ln a - \ln \sqrt[3]{b} = \ln a - \ln b^{\frac{1}{3}} = \ln a - \frac{1}{3} \ln b$. Đáp án b Sai.

• **Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Rút gọn biểu thức sau: $Q = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2 \ln b}{\ln a} - 1}$ với a, b là các số thực dương và a khác 1.

Trả lời: $|\log_a b|$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{(\log_a a + \log_a b)^2 - 2 \log_a b - 1} \\ &= \sqrt{(1 + \log_a b)^2 - 2 \log_a b - 1} \\ &= \sqrt{1 + 2 \log_a b + \log_a^2 b - 2 \log_a b - 1} = \sqrt{\log_a^2 b} = |\log_a b|. \end{aligned}$$

Câu 2: Cho $a, b > 0$ và đều khác 1 thỏa mãn $\ln a + \ln(8b) = 2 \ln(a + 2b)$.

$$P = \log_b(2a) + \log_a(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$$

Rút gọn biểu thức:

Trả lời: 2

Lời giải

Với a, b là các số thực dương khác 1, ta có:

$$\begin{aligned} \ln a + \ln(8b) &= 2 \ln(a + 2b) \Leftrightarrow \ln(8ab) = \ln(a + 2b)^2 \Leftrightarrow 8ab = (a + 2b)^2 \\ &\Leftrightarrow (a - 2b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 2b. \end{aligned}$$

$$P = \log_b(2a) + \log_a(2b) - \frac{1}{\log_8 b} = \log_b(4b) + \log_b(2b) - \log_b 8$$

Khi đó:

$$= \log_b \frac{8b^2}{8} = \log_b b^2 = 2.$$

Câu 3: Cho a, b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $ab \neq 1$.

$$P = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$$

Rút gọn biểu thức

$$\log_a b$$

Trả lời:

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1 \\ &= \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b} + 2 \right) \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{\log_a(ab)} \right) \log_b a - 1 \\ &= \frac{\log_a^2 b + 2 \log_a b + 1}{\log_a b} \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \log_b a - 1 \\ &= \frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a b} \frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \log_b a - 1 = (\log_a b + 1) \log_a b \log_b a - 1 = \log_a b \end{aligned}$$

Câu 4: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $Q = \log_a (b^2 c^3)$.

Trả lời: 13

Lời giải

$$Q = \log_a (b^2 c^3) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2.2 + 3.3 = 13$$

Ta có:

Câu 5: Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$$

Trả lời: 3

Lời giải

$$T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a \frac{a^{2+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} = \log_a a^{2+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}-\frac{7}{15}} = \log_a a^3 = 3$$

Ta có:

Câu 6: Cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = 4$ với $a, b, c > 0; a \neq 1$. Tính giá trị của $P = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3} \right)$

Trả lời: $-\frac{17}{2}$

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3} \right) = \log_a a^2 + \log_a \sqrt{b} - \log_a c^3 = 2 + \log_a b^{\frac{1}{2}} - 3 \log_a c \\ \text{Ta có:} \quad &= 2 + \frac{1}{2} \log_a b - 3 \log_a c = 2 + \frac{3}{2} - 12 = -\frac{17}{2}. \end{aligned}$$

Câu 7: Tính giá trị biểu thức: $B = \log \frac{1}{1000} + 3 \cdot \log_{\frac{1}{10}} 100 - 10^{1+\log 2}$

Trả lời: - 29

Lời giải

$$\log \frac{1}{1000} = \log \frac{1}{10^3} = \log 10^{-3} = -3$$

$$\log_{\frac{1}{10}} 100 = \log_{10^{-1}} 10^2 = \frac{2}{-1} \log_{10} 10 = -2$$

$$10^{1+\log 2} = 10^{\log 10 + \log 2} = 10^{\log(10 \cdot 2)} = 10 \cdot 2 = 20$$

$$B = -3 + 3(-2) - 20 = -29$$

Vậy

Câu 8: Cho $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b .

Trả lời: $\frac{ab}{b+a}$

Lời giải

$$\log_6 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 6} = \frac{a}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{a}{1 + \log_2 5 \log_5 3} = \frac{a}{1 + \frac{a}{b}} = \frac{ab}{b+a}$$

Ta có:

Câu 9: Cho $a = \log 2, b = \ln 2$. Hãy biểu diễn $\ln 800$ theo a và b .

$$3b + \frac{2b}{a}$$

Trả lời:

Lời giải

$$\ln 800 = \ln (2^3 \cdot 10^2) = 3 \ln 2 + 2 \ln 10 = 3 \ln 2 + 2 \ln 2 \cdot \log_2 10$$

Ta có:

$$= 3 \ln 2 + \frac{2 \ln 2}{\log 2} = 3b + \frac{2b}{a}.$$

Câu 10: Cho $a = \log_3 4, b = \log_5 4$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 80$ theo a và b .

$$\frac{a(2b+1)}{(a+1)b}$$

Trả lời:

Lời giải

$$\log_{12} 80 = \frac{\log_4 80}{\log_4 12} = \frac{\log_4 (4^2 \cdot 5)}{\log_4 (4 \cdot 3)} = \frac{2 + \log_4 5}{1 + \log_4 3} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{\frac{2b+1}{b}}{\frac{a+1}{a}} = \frac{a(2b+1)}{(a+1)b}$$

Ta có:

Câu 11: Cho $a = \log_2 3, b = \log_5 2, c = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{42} 15$ theo a, b, c .

$$\frac{ab+1}{b(a+c+1)}$$

Trả lời:

Lời giải

$$\log_{42} 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 42} = \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 2 + \log_2 3 + \log_2 7} = \frac{a + \frac{1}{b}}{1 + a + c} = \frac{ab+1}{b(a+c+1)}$$

Ta có:

Câu 12: Cho các số thực dương x, y thoả mãn $x^2 + y^2 = 14xy$. Khi đó:

$$\log_2 (x+y) = a + \frac{\log_2 xy}{a}.$$

Tìm a

Trả lời:**Lời giải**

Ta có: $x^2 + y^2 = 14xy \Leftrightarrow (x + y)^2 = 16xy \Leftrightarrow \log_2(x + y)^2 = \log_2(16xy)$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2(x + y) = 4 + \log_2(xy) \Leftrightarrow \log_2(x + y) = 2 + \frac{\log_2(xy)}{2}.$$

Câu 13: Số tự nhiên 3^{2023} có bao nhiêu chữ số?

Trả lời: 966**Lời giải**

Đặt $n = 3^{2023} \Rightarrow \log n = 2023 \log 3 \approx 965,216$.

Suy ra $965 < \log n < 966 \Rightarrow 10^{965} < n < 10^{966}$.

Ta biết 10^{965} có 966 chữ số, 10^{966} có 967 chữ số mà n nằm trong khoảng $(10^{965}; 10^{966})$ nên n có tất cả 966 chữ số.

Lưu ý:

Từ cách giải trên ta rút ra cách tính nhanh số các chữ số của n là:

$$[A] + 1 = [2023 \log 3] + 1 = 965 + 1 = 966$$

$$[A] = [2023 \log 3]$$

trong đó

là phần nguyên

của A (hay phần nguyên của $\log 3^{2023}$).

Kĩ năng bấm máy:

	ẤN PHÍM										HIỂN THỊ
	ALPHA +										Int(...)
	, 2 , 0 , 2 , 3 , log , 3 , =										965

Vậy số đã cho có 966 chữ số.

Câu 14: Dung dịch A có nồng độ H^+ là $0,00001 \text{ mol/L}$ và dung dịch B có nồng độ H^+ là $0,00000001 \text{ mol/L}$.

Tìm độ pH của mỗi dung dịch trên. Độ pH của dung dịch nào lớn hơn?

Trả lời: dung dịch B

Lời giải

Độ pH của dung dịch A là $pH_A = -\log[H^+]_A = -\log 0,00001 = 5$.

Độ pH của dung dịch B là $pH_B = -\log[H^+]_B = -\log 0,00000001 = 8$.

Nồng độ pH của dung dịch B là lớn hơn của dung dịch A ($8 > 5$).

Câu 15: Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây, các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và giả sử tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

Trả lời: 21

Lời giải

Số lượng bèo ban đầu chiếm 0,04 diện tích mặt hồ.

Sau 1 tuần số lượng bèo là $0,04 \times 3$ diện tích mặt hồ.

Sau 2 tuần số lượng bèo là $0,04 \times 3^2$ diện tích mặt hồ.

Sau n tuần số lượng bèo là $0,04 \times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bèo phủ kín mặt hồ thì: $0,04 \times 3^n = 1 \Rightarrow 3^n = 25 \Rightarrow n = \log_3 25$ (tuần).

Số ngày tương ứng là $7n = 7 \log_3 25 \approx 20,51$ (ngày).

Vậy sau ít nhất 21 ngày thì bèo hoa dâu sẽ phủ kín mặt hồ.

Câu 16: Cho $a = \log_{25} 11, b = \log_2 5$. Hãy biểu diễn $\log_{625} \frac{121}{16}$ theo a và b .

Trả lời: $a - \frac{1}{b}$

Lời giải

$$\log_{625} \frac{121}{16} = \log_{5^4} \frac{121}{16} = \frac{1}{4} \log_5 \frac{121}{16} = \frac{1}{4} (\log_5 11^2 - \log_5 2^4)$$

a có:

$$= \frac{1}{4} (2 \log_5 11 - 4 \log_5 2) = \frac{1}{2} \log_5 11 - \log_5 2.$$

312

$$a = \log_{25} 11 = \frac{1}{2} \log_5 11; b = \log_2 5 \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1}{b}$$

Theo giả thiết, ta có:

$$\log_{625} \frac{121}{16} = a - \frac{1}{b}$$

Vậy

Câu 17: Cho $a = \log_3 5, b = \log_2 7, c = \log_2 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 1260$ theo a, b, c .

$$2 + \frac{ca + b}{1 + c}$$

Trả lời:

Lời giải

$$\log_6 1260 = \log_6 (6^2 \cdot 35) = 2 + \log_6 35 = 2 + \frac{\log_2 35}{\log_2 6}$$

a có:

$$= 2 + \frac{\log_2 5 + \log_2 7}{1 + \log_2 3} = 2 + \frac{\log_2 3 \cdot \log_3 5 + b}{1 + c} = 2 + \frac{ca + b}{1 + c}.$$

Câu 18: Cường độ một trận động đất M (độ Richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)?

Trả lời: $\approx 8,602$

Lời giải

Gọi M_1, M_2 lần lượt là cường độ của trận động đất ở San Francisco và ở Nam Mỹ. Trận động đất ở San Francisco có cường độ là 8 độ Richter nên:

$$M_1 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 8 = \log A - \log A_0.$$

Trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ là $4A$, khi đó cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

$$M_2 = \log(4A) - \log A_0 = \log 4 + (\log A - \log A_0) = \log 4 + 8 \approx 8,602. \quad (\text{độ Richter})$$

Câu 19: Cho $a = \log_5 18$ và $b = \log_5 60$. Tính $\log_3 2$ theo a và b .

$$\frac{-a + 2b - 2}{2a - b + 1}$$

Trả lời:

Lời giải

$$\begin{cases} a = \log_5 18 = \log_5 2 + 2\log_5 3 \\ b = \log_5 60 = 2\log_5 2 + \log_5 3 + 1 \end{cases}$$

Đầu tiên ta có hệ

Đặt $x = \log_5 2$ và $y = \log_5 3$ từ đó ta có hệ phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$\begin{cases} x + 2y = a \\ 2x + y = b - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_5 2 = \frac{-a + 2b - 2}{3} \\ y = \log_5 3 = \frac{2a - b + 1}{3} \end{cases}$$

$$\log_3 2 = \frac{\log_5 2}{\log_5 3} = \frac{-a + 2b - 2}{2a - b + 1}$$

Nên

Câu 20: Đặt $\log_{27} 5 = a$, $\log_8 7 = b$ và $\log_2 3 = c$. Hãy biểu diễn $\log_6 35$ theo a, b, c .

$$\frac{3ac + 3b}{1 + c}$$

Trả lời:

Lời giải

$$\log_{27} 5 = \log_{3^3} 5 = \frac{1}{3} \log_3 5 = a \Rightarrow 3a = \log_3 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 3} \Rightarrow \log_2 5 = 3ac$$

a có

$$\log_8 7 = \log_{2^3} 7 = \frac{1}{3} \log_2 7 = b \Rightarrow \log_2 7 = 3b$$

$$\log_6 35 = \frac{\log_2 (7 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{\log_2 5 + \log_2 7}{1 + \log_2 3} = \frac{3ac + 3b}{1 + c}$$

Suy ra

Câu 21: Để xác định tính axit (hay tính bazơ) của một dung dịch, người ta đã dựa vào độ pH của dung dịch: $pH = -\log [H^+]$ với $[H^+]$ là nồng độ của ion hydro (mol/L hay M).

Dung dịch với độ pH bằng 7 sẽ được coi là trung hòa, độ $pH < 7$ là acid, độ $pH > 7$ là bazơ. Giả sử một dung dịch có nồng độ của ion hydrogen là $[H^+] = 0,00001M$. Hãy xác định xem dung dịch đó có tính axit, bazơ hay trung hòa?

Trả lời: axit

Lời giải

Độ pH của dung dịch trên là: $pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-5} = 5 < 7$ nên dung dịch trên là axit.

Câu 22: Cho $\log 3 = a, \log 5 = b$. Tính $\log_{450} 15$.

Trả lời: $\frac{a+b}{2a+b+1}$

Lời giải

$$\log_{450} 15 = \frac{\log 15}{\log 450} = \frac{\log(3 \cdot 5)}{\log(3^2 \cdot 5 \cdot 10)} = \frac{\log 3 + \log 5}{\log 3^2 + \log 5 + \log 10} = \frac{\log 3 + \log 5}{2\log 3 + \log 5 + \log 10} = \frac{a+b}{2a+b+1}$$

Câu 23: Cho $\log_2 x = a$. Tính $\log_2 4x + \log_4 \frac{x}{8} - \log_{\sqrt{2}} 16x^3$ theo a .

Trả lời: $-\frac{9}{2}a - \frac{15}{2}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \log_2 4x + \log_4 \frac{x}{8} - \log_{\sqrt{2}} 16x^3 &= \log_2 4 + \log_2 x + \log_4 x - \log_4 8 - \log_{2^{1/2}} 16 - \log_{2^{1/2}} x^3 \\ &= 2 + a + \frac{1}{2} \log_2 x - \log_{2^2} 2^3 - 2 \log_2 2^4 - 2.3 \log_2 x \\ &= 2 + a + \frac{1}{2}a - \frac{3}{2} - 8 - 6a = -\frac{9}{2}a - \frac{15}{2} \end{aligned}$$

Câu 24: Một dung dịch có nồng độ H^+ gấp 17 lần nồng độ H^+ của cà phê đen. Tính độ pH của dung dịch đó.

Trả lời: $\simeq 3,77$

Lời giải

$$pH_{dd} = -\log(17 \cdot 10^{-5}) = -[\log 17 + \log 10^{-5}] = -[\log 17 - 5] \simeq 3,77$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>