

ĐS6.CHUYÊN ĐỀ 2-LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN

CHỦ ĐỀ 4: PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ TÌM THÀNH PHẦN CHƯA BIẾT CỦA LŨY THỪA

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Lũy thừa bậc n của số a là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}} \quad (n \neq 0). \quad a \text{ gọi là cơ số, } n \text{ gọi là số mũ.}$$

Chú ý:

a^2 còn được gọi là a bình phương (hay bình phương của a).

a^3 còn được gọi là a lập phương (hay lập phương của a).

Quy ước: $a^1 = a$

2. Nhân hai lũy thừa cùng cơ số $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

3. Chia hai lũy thừa cùng cơ số $a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m > n)$

Quy ước $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$

4. Lũy thừa của lũy thừa $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

5. Lũy thừa một tích $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

6. Một số lũy thừa của 10 :

- Một nghìn: $1\,000 = 10^3$

- Một vạn: $10\,000 = 10^4$

- Một triệu: $1\,000\,000 = 10^6$

- Một tỉ: $1\,000\,000\,000 = 10^9$

Tổng quát: nếu n là số tự nhiên khác 0 thì: $10^n = 1000 \dots 00$ (có n chữ số 0)

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI

Dạng 1: Tìm số mũ, thành phần trong số mũ của lũy thừa

I. Phương pháp giải

- Đưa hai lũy thừa về cùng cơ số

- Sử dụng tính chất

Nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$ ($a \in N^*; a \neq 1, m, n \in N$)

II. Bài toán

Bài 1: Tìm số tự nhiên x thỏa mãn

a) $6^x = 216$

b) $3^{2x} = 81$

c) $7^{3x-2} - 3 \cdot 7^3 = 7^3 \cdot 4$

d) $\frac{1}{9} \cdot 3^5 \cdot 3^x = 3^{2x+1}$

Lời giải:

a) $6^x = 216$

$$\Leftrightarrow 6^x = 6^3$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Vậy $x = 3$

b) $3^{2x} = 81$

$$\Leftrightarrow 3^{2x} = 9^2 = 3^4$$

$$\Leftrightarrow 2x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Vậy $x = 2$.

c) $7^{3x-2} - 3 \cdot 7^3 = 7^3 \cdot 4$

$$\Leftrightarrow 7^{3x-2} = 7^3(3+4)$$

$$\Leftrightarrow 7^{3x-2} = 7^4$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Vậy $x = 2$.

d) $\frac{1}{9} \cdot 3^5 \cdot 3^x = 3^{2x+1}$

d)

$$\Leftrightarrow 3^3.3^x = 3^{2x+1}$$

$$\Leftrightarrow 3^{x+3} = 3^{2x+1}$$

$$\Leftrightarrow x+3 = 2x+1$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Vậy $x = 2$.

Bài 2: Tìm số tự nhiên x thoả mãn

$$a) \quad 5^{x-2} - 3^2 = 2^4 - (6^8 : 6^6 - 6^2)$$

$$b) \quad 3^x + 16 = 19^6 : (19^3.19^2) - 3.1^{2005} + 1$$

Lời giải:

$$a) \quad 5^{x-2} - 3^2 = 2^4 - (6^8 : 6^6 - 6^2)$$

$$\Leftrightarrow 5^{x-2} - 9 = 16 - (6^2 - 6^2)$$

$$\Leftrightarrow 5^{x-2} - 9 = 16 - 0$$

$$\Leftrightarrow 5^{x-2} = 25$$

$$\Leftrightarrow 5^{x-2} = 25$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

Vậy $x = 4$.

$$b) \quad 3^x + 16 = 19^6 : (19^3.19^2) - 3.1^{2005} + 1$$

$$\Leftrightarrow 3^x + 16 = 19^6 : 19^5 - 3 + 1$$

$$\Leftrightarrow 3^x + 16 = 19 - 3 + 1$$

$$\Leftrightarrow 3^x + 16 = 17$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

Vậy $x = 0$

Bài 3: Tìm số tự nhiên x thoả mãn

$$a) 15^{x^2} \cdot 15^{2x} = 1$$

$$b) 5^{x^2} \cdot 5 = 5^{2x}$$

$$c) 9^{x^2} \cdot 81^x = 729$$

$$d) 11^{7x} = 11^{x^2} \cdot 11^{12}$$

Lời giải:

$$a) 15^{x^2} \cdot 15^{2x} = 1$$

$$\Leftrightarrow 15^{x^2+2x} = 15^0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy $x = 0$

$$b) 5^{x^2} \cdot 5 = 5^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 5^{x^2+1} = 5^{2x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 = 2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) - (x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Vậy $x = 1$

$$c) 9^{x^2} \cdot 81^x = 729$$

$$\Leftrightarrow 9^{x^2} \cdot 9^{2x} = 9^3$$

$$\Leftrightarrow 9^{x^2+2x} = 9^3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+3) - (x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

Vậy $x=1$

$$d) 11^{7x} = 11^{x^2} \cdot 11^{12}$$

$$\Leftrightarrow 11^{7x} = 11^{x^2+12}$$

$$\Leftrightarrow 7x = x^2 + 12$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 3x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) - 3(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy $x=4; x=3$

Bài 4: Tìm số tự nhiên x thoả mãn

$$a) 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$$

$$b) 5^{x+1} - 5^x = 2 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^x$$

$$c) 6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x$$

$$d) 3^x + 25 = 26 \cdot 2^3 + 2 \cdot 3^0$$

Lời giải:

$$a) 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$$

$$\Leftrightarrow 2^x(1+2+2^2+2^3)=480$$

$$\Leftrightarrow 2^x.15=480$$

$$\Leftrightarrow 2^x=2^5$$

$$\Leftrightarrow x=5$$

Vậy $x=5$

$$b) 5^{x+1} - 5^x = 2.2^x + 8.2^x$$

$$\Leftrightarrow 5^x(5-1)=2^x(2+8)$$

$$\Leftrightarrow 2^2.5^x=2^{x+1}.5$$

$$\Leftrightarrow \frac{2^2.5^x}{2^2.5} = \frac{2^{x+1}.5}{2^2.5}$$

$$\Leftrightarrow 5^{x-1}=2^{x-1}$$

$$\Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

Vậy $x=1$

$$c) 6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2.2^x + 4.2^x$$

$$\Leftrightarrow 7.6^x = 7.2^x$$

$$\Leftrightarrow 6^x = 2^x$$

$$\Leftrightarrow x=0$$

Vậy $x=0$

$$d) 3^x + 25 = 26.2^3 + 2.3^0$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 185$$

Vì 185 không viết được dưới dạng lũy thừa của 3 nên không có số tự nhiên x nào thỏa mãn

Vậy không có giá trị nào của x thỏa mãn

Bài 5: Tìm số tự nhiên x , biết

$$a) 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 1080$$

$$b) 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} + 5^{x+3} = 1 + 2 + 3 \dots + 87 + 88 - 4^2$$

Lời giải:

$$a) \quad 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 1080$$

$$\Leftrightarrow 3^x(1+3+9+27) = 1080$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 27 \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy $x = 3$ là giá trị cần tìm.

$$b) \quad 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} + 5^{x+3} = 1 + 2 + 3 \dots + 87 + 88 - 4^2$$

$$\Leftrightarrow 5^x(1+5+25+125) = (1+88)88 : 2 - 16$$

$$\Leftrightarrow 5^x \cdot 156 = 3916 - 16$$

$$\Leftrightarrow 5^x \cdot 156 = 3900$$

$$\Leftrightarrow 5^x = 25$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Vậy $x = 2$.

Bài 6: Tìm hai số tự nhiên m, n biết $2^m + 2^n = 2^{m+n}$

Lời giải:

$$2^m + 2^n = 2^{m+n}$$

$$\Leftrightarrow 2^{m+n} - 2^m - 2^n = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^m \cdot 2^n - 2^m - 2^n + 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2^m(2^n - 1) - (2^n - 1) = 1$$

$$\Leftrightarrow (2^m - 1)(2^n - 1) = 1$$

$$\text{Vì } 2^m \geq 1 \text{ và } 2^n \geq 1 \text{ nên } \Rightarrow \begin{cases} 2^m - 1 = 1 \\ 2^n - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^m = 2 \\ 2^n = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \end{cases}$$

Vậy $m = n = 1$

Bài 7: Có bao nhiêu số tự nhiên x thỏa mãn $16^x = 16^{x^3}$

Lời giải:

$$16^x = 16^{x^3}$$

$$\Leftrightarrow x = x^3$$

$$\Leftrightarrow x(1 - x^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1 - x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy có 2 số tự nhiên x thỏa mãn là $x = 0; x = 1$

Bài 8:

a) Cho $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{100}$. Tìm số tự nhiên n biết $4A + 5 = 5^{n+1}$

b) Cho $B = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$. Tìm số tự nhiên n biết $2^{2n+1} - 2 = B$

Lời giải:

a) Ta có

$$A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{100}$$

$$\Rightarrow 5A = 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{100} + 5^{101}$$

$$\Rightarrow 5A - A = (5^2 + 5^3 + \dots + 5^{100} + 5^{101}) - (5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{100})$$

$$\Rightarrow 4A = 5^{101} - 5$$

$$\Rightarrow 4A + 5 = 5^{101}$$

Theo đầu bài ta có:

$$4A + 5 = 5^{n+1}$$

$$\Rightarrow 5^{101} = 5^{n+1} \Rightarrow n = 100.$$

Vậy $n = 100$.

b) Ta có :

$$B = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$$

$$\Rightarrow 2B = 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100} + 2^{101}$$

$$\Rightarrow 2B - B = 2^{101} - 2$$

$$\Rightarrow B = 2^{101} - 2$$

$$2^{2n+1} - 2 = B$$

Mà

$$\Rightarrow 2^{101} = 2^{2n+1} \Rightarrow 2n+1 = 101 \Rightarrow n = 50$$

Vậy $n = 50$

Bài 9:

- a) Cho $A = 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{99}$. Tìm số tự nhiên n biết rằng $3A + 4 = 4^{n-2}$.
- b) Cho $B = 4 + 4^3 + 4^5 + \dots + 4^{99}$. Tìm số tự nhiên n biết rằng $15B = 4^{2n+1} - 4$.

Lời giải

$$a) \quad A = 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{99}$$

$$\Rightarrow 4A = 4^2 + 4^3 + 4^4 \dots + 4^{100}$$

$$\Rightarrow 4A - A = (4^2 + 4^3 + 4^4 \dots + 4^{100}) - (4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{99})$$

$$\Rightarrow 3A = 4^{100} - 4$$

$$\text{Có } 3A + 4 = 4^{n-2} \Rightarrow 4^{100} - 4 + 4 = 4^{n-2}$$

$$\Rightarrow 4^{100} = 4^{n-2}$$

$$\Rightarrow n - 2 = 100$$

$$\Rightarrow n = 102$$

Vậy $n = 102$.

$$a) \quad B = 4 + 4^3 + 4^5 + \dots + 4^{99}$$

$$\Rightarrow 4^2 B = 4^3 + 4^5 + 4^7 \dots + 4^{101}$$

$$\Rightarrow 16B - B = (4^3 + 4^5 + 4^7 \dots + 4^{101}) - (4 + 4^3 + 4^5 + \dots + 4^{99})$$

$$\Rightarrow 15B = 4^{101} - 4$$

$$\text{Có } 15B = 4^{2n+1} - 4 \Rightarrow 4^{101} - 4 = 4^{2n+1} - 4$$

$$\Rightarrow 4^{101} = 4^{2n+1}$$

$$\Rightarrow 2n + 1 = 101$$

$$\Rightarrow n = 50$$

Vậy $n = 50$.

Bài 10: Tìm số tự nhiên x biết:

$$\frac{7^{x+2} + 7^{x+1} + 7^x}{57} = \frac{5^{2x} + 5^{2x+1} + 5^{2x+3}}{131}$$

Lời giải:

$$\frac{7^{x+2} + 7^{x+1} + 7^x}{57} = \frac{5^{2x} + 5^{2x+1} + 5^{2x+3}}{131}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7^x (49 + 7 + 1)}{57} = \frac{5^{2x} (1 + 5 + 125)}{131}$$

$$\Leftrightarrow 7^x = 25^x \Rightarrow x = 0$$

Vậy $x = 0$

Bài 11: Tìm số tự nhiên n biết: $\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 8^n$

Lời giải:

$$\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 8^n$$

$$\Leftrightarrow \frac{4 \cdot 4^5}{3 \cdot 3^5} \cdot \frac{6^5 \cdot 6}{2 \cdot 2^5} = 2^{3n}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{24}{6} \right)^5 \cdot \frac{24}{6} = 2^{3n}$$

$$\Leftrightarrow 4^5 \cdot 4 = 2^{3n}$$

$$\Leftrightarrow 2^{12} = 2^{3n} \Leftrightarrow 3n = 12 \Leftrightarrow n = 4$$

Vậy $n = 4$

Bài 12: Tìm hai số tự nhiên x, y thỏa mãn $2^{x+1} \cdot 3^y = 12^x$

Lời giải:

$$2^{x+1} \cdot 3^y = 12^x$$

$$\Leftrightarrow 2^{x+1} \cdot 3^y = 2^{2x} \cdot 3^x$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} : 2^{x+1} = 3^y : 3^x$$

$$\Leftrightarrow 2^{x-1} = 3^{y-x}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ y - x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = y = 1$$

Vậy $x = y = 1$

Bài 13: Tìm x biết:

a) $2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 10800$

b) $4^{x+3} \cdot 5^{x+1} \cdot 6^x = 192000$

Lời giải:

a) $2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 10800$

$$\Leftrightarrow 2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=4 \\ x+1=3 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$$

Vậy $x=2$.

$$b) 4^{x+3} \cdot 5^{x+1} \cdot 6^x = 192000$$

$$\Leftrightarrow 4^{x+3} \cdot 5^{x+1} \cdot 6^x = 4^4 \cdot 5^3 \cdot 6$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=4 \\ x+1=3 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy không tìm được số tự nhiên x thoả mãn bài toán

Bài 14: Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết $4^x + 3124 = 5^y$

Lời giải:

Nếu $x=0$ thì $5^y = 4^0 + 3124 = 3125 = 5^5 \Rightarrow y=5$

Nếu $x \neq 0$ thì vế trái là số chẵn, vế phải là số lẻ với mọi $x, y \in \mathbb{N}$ (vô lý)

Vậy $x=0, y=5$

Dạng 2: Tìm cơ số, thành phần của cơ số trong lũy thừa.

I. Phương pháp giải

- Đưa về hai lũy thừa cùng số mũ
- Sử dụng tính chất

$$x^n = 0 \ (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow x = 0$$

+) Ta có

$$x^n = a^n \ (a, x \in \mathbb{N}; n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow x = a$$

+) Ta có

II. Bài toán

Bài 1: Tìm số tự nhiên x , biết:

$$a) x^n = 1 \ (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$b) x^n = 0 \ (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$c) x^n = 1 \ (n \in \mathbb{N})$$

Lời giải:

$$a) x^n = 1 \Rightarrow x = 1 \ (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$b) x^n = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$c) x^n = 1 \quad (n \in \mathbb{N})$$

Nếu $n = 0$ thì $x^0 = 1 \Rightarrow x \in \mathbb{N}^*$

Nếu $n \neq 0$ thì $x^n = 1 \Rightarrow x = 1 \quad (n \in \mathbb{N}^*)$.

Bài 2: Tìm số tự nhiên x, biết:

$$a) x^2 = 16$$

$$b) x^5 = 125$$

$$c) x = 2021^0$$

$$d) x^2 = 2^3 + 3^2 + 4^3$$

$$e) \frac{2 \cdot x^3}{3^2} = 48$$

Lời giải:

$$a) \text{ Ta có } x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 4^2 \Rightarrow x = 4$$

$$b) \text{ Ta có } x^5 = 125 \Rightarrow x^5 = 5^3 \Rightarrow x = 5$$

$$c) \text{ Ta có } x = 2021^0 = 1$$

$$d) \text{ Ta có } x^2 = 2^3 + 3^2 + 4^3 = 8 + 9 + 64 = 81 = 9^2 \Rightarrow x = 9$$

$$e) \text{ Ta có } \frac{2 \cdot x^3}{3^2} = 48$$

$$\frac{2 \cdot x^3}{9} = 48$$

$$2 \cdot x^3 = 48 \cdot 9$$

$$2 \cdot x^3 = 432$$

$$x^3 = 216 = 6^3$$

$$x = 6$$

$$\text{Vậy } x = 6$$

Bài 3: Tìm số tự nhiên x, biết:

$$a) (x - 3)^3 = 27$$

$$b) (2x + 1)^3 = 125$$

$$c) 288 : (x - 3)^2 = 2$$

$$(1 + 3x)^4 = 256$$

d)

Lời giải:

a) Ta có $(x - 3)^3 = 27$

$$(x - 3)^3 = 3^3$$

$$x - 3 = 3$$

$$x = 6$$

Vậy $x = 6$

b) Ta có $(2x + 1)^3 = 125$

$$(2x + 1)^3 = 5^3$$

$$2x + 1 = 5$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Vậy $x = 2$

c) Ta có $288 : (x - 3)^2 = 2$

$$(x - 3)^2 = 288 : 2$$

$$(x - 3)^2 = 144$$

$$(x - 3)^2 = 12^2$$

$$x - 3 = 12$$

$$x = 15$$

Vậy $x = 15$

$$(1 + 3x)^4 = 256$$

d) Ta có

$$(1 + 3x)^4 = 4^4$$

$$1 + 3x = 4$$

$$3x = 4 - 1$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

Vậy $x = 1$

Bài 4: Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $x^3 = x^2$

$$(x^4)^{11} = x$$

b)

$$(x^{54})^2 = x$$

c)

Lời giải:

a) Ta có $x^3 = x^2$ suy ra $x^3 - x^2 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = 1$.

b) Ta có $(x^4)^{11} = x$ suy ra $x^{44} - x = 0$

$$x(x^{43} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^{43} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^{43} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = 1$.

$$(x^{54})^2 = x \text{ suy ra } x^{108} - x = 0$$

c) Ta có

$$x(x^{107} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^{107} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^{107} = 1 \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy $x=0$ hoặc $x=1$.

Bài 5: Tìm số tự nhiên x, biết:

a) $2.(2x - 1)^2 = 50$

b) $(7x - 11)^3 = 2^5.5^2 + 200$

$$720 : [41 - (2x - 5)] = 2^3.5$$

c)

Lời giải:

a) Ta có $2.(2x - 1)^2 = 50$

$$(2x - 1)^2 = 50 : 2$$

$$(2x - 1)^2 = 25 = 5^2$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = 5$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Vậy $x=3$

b) Ta có: $(7x - 11)^3 = 2^5.5^2 + 200$

$$(7x - 11)^3 = 1000 = 10^3$$

$$\Rightarrow 7x - 11 = 10$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

Vậy $x=3$

$$720 : [41 - (2x - 5)] = 2^3.5$$

c) Ta có:

$$720 : [41 - (2x - 5)] = 40$$

$$[41 - (2x - 5)] = 720 : 40$$

$$[41 - (2x - 5)] = 18$$

$$2x - 5 = 23$$

$$2x = 28$$

$$x = 14$$

Vậy $x=14$.

Bài 6: Tìm số tự nhiên x, biết:

$$(x - 2)^6 = (x - 2)^8$$

a)

$$b) (3x-6)^4 = (3x-6)^6$$

Lời giải:

$$(x-2)^6 = (x-2)^8$$

a) Ta có:

$$\Rightarrow (x-2)^6 - (x-2)^8 = 0$$

$$(x-2)^6 [1 - (x-2)^2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^6 = 0 \\ 1 - (x-2)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ (x-2)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x-2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy $x=2$ hoặc $x=3$.

$$b) \text{ Ta có: } (3x-6)^4 = (3x-6)^6$$

$$\Rightarrow (3x-6)^4 - (3x-6)^6 = 0$$

$$(3x-6)^4 [1 - (3x-6)^2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (3x-6)^4 = 0 \\ [1 - (3x-6)^2] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6 = 0 \\ (3x-6)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ 3x-6 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 3x=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{7}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy $x=2$.

Bài 7: Tìm số tự nhiên x, biết: $(x-2)^m - (x-2)^{m+3} = 0 \ (m \in \mathbb{N})$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } (x-2)^m - (x-2)^{m+3} = 0 \ (m \in \mathbb{N})$$

$$(x-2)^m [1 - (x-2)^3] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-2)^m = 0 \\ [1 - (x-2)^3] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^m = 0 \\ [1 - (x-2)^3] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ (x-2)^3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x-2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy $x=2$ hoặc $x=3$.

$$(x-1)^{x+2} = (x-1)^{x+4} \quad (1)$$

Bài 8: Tìm số tự nhiên x, biết

Lời giải:

$$x-1=y \Rightarrow x+2=y+3; x+4=y+5$$

Đặt

$$(1) \quad y^{y+3} = y^{y+5}$$

Ta có trở thành

$$y^{y+3}(y^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^{y+3} = 0 \\ y^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow x \in \{1; 2\}$$

Vậy $x \in \{1; 2\}$ là giá trị cần tìm.

Bài 9: Tìm các số tự nhiên x và y biết rằng: $10^x + 48 = y^2$

Lời giải:

Nếu $x = 0$ ta có $y^2 = 10^0 + 48 = 1 + 48 = 49 = 7^2 \Rightarrow y = 7$.

Nếu $x \neq 0$ ta có 10^x có chữ số tận cùng là 0, do đó $10^x + 48$ có chữ số tận cùng là 8 mà y^2 không thể có chữ số tận cùng là 8.

Vậy $x = 0, y = 7$.

Bài 10: Tìm số tự nhiên x, biết:

a) $1600 : [41 - (2x - 5)^5] = 40$

b) $(x^2 + 1) + (x^2 + 2)(x^2 + 3) + \dots + (x^2 + 100) = 15050$

Lời giải:

a) Ta có: $1600 : [41 - (2x - 5)^5] = 40$

$$[41 - (2x - 5)^5] = 1600 : 40$$

$$[41 - (2x - 5)^5] = 40$$

$$(2x - 5)^5 = 41 - 40$$

$$(2x - 5)^5 = 1$$

$$2x - 5 = 1$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Vậy $x = 3$.

b) Ta có: $(x^2 + 1) + (x^2 + 2)(x^2 + 3) + \dots + (x^2 + 100) = 15050$

$$x^2 \cdot 100 + (1 + 2 + 3 + \dots + 100) = 15050$$

$$x^2 \cdot 100 + (1 + 100) \left[\frac{(100 - 1) : 1 + 1}{2} \right] = 15050$$

$$x^2 \cdot 100 + 101.50 = 15050$$

$$x^2 \cdot 100 + 5050 = 15050$$

$$x^2 \cdot 100 = 15050 - 5050$$

$$x^2 \cdot 100 = 10000$$

$$x^2 = 100 = 10^2$$

$$\Rightarrow x = 10$$

Vậy $x = 10$.

Bài 11: Tìm số tự nhiên x, biết:

a) $(1 + 2 + 3 + 4)^2 \cdot (1 - x)^{2021} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$

$$b) (125^3 \cdot 7^5 - 175^5 : 5) : 2021^{2022} = x^{2022}$$

Lời giải:

$$a) \text{Ta có: } (1+2+3+4)^2 \cdot (1-x)^{2021} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$$

$$10^2 \cdot (1-x)^{2021} = 1+8+27+64$$

$$100 \cdot (1-x)^{2021} = 100$$

$$(1-x)^{2021} = 100 : 100$$

$$(1-x)^{2021} = 1$$

$$\Rightarrow 1-x=1$$

$$x=2$$

Vậy $x=2$.

$$b) \text{Ta có: } (125^3 \cdot 7^5 - 175^5 : 5) : 2021^{2022} = x^{2022}$$

$$\left[(5^3)^3 \cdot 7^5 - (25 \cdot 7)^5 : 5 \right] : 2021^{2022} = x^{2022}$$

$$\left[5^9 \cdot 7^5 - 25^5 \cdot 7^5 : 5 \right] : 2021^{2022} = x^{2022}$$

$$\left[5^9 \cdot 7^5 - 5^{10} \cdot 7^5 : 5 \right] : 2021^{2022} = x^{2022}$$

$$\left[5^9 \cdot 7^5 - 5^9 \cdot 7^5 \right] : 2021^{2022} = x^{2022}$$

$$0 : 2021^{2022} = x^{2022}$$

$$x^{2021} = 0$$

$$x=0$$

Vậy $x=0$.

Bài 12. Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết: $\left\{ x^2 - \left[6^2 - (8^2 - 9 \cdot 7)^3 - 7 \cdot 5 \right]^3 - 5 \cdot 3 \right\}^3 = 1$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \left\{ x^2 - \left[6^2 - (8^2 - 9 \cdot 7)^3 - 7 \cdot 5 \right]^3 - 5 \cdot 3 \right\}^3 = 1$$

$$\left\{ x^2 - \left[36 - (64 - 63)^3 - 35 \right]^3 - 15 \right\}^3 = 1$$

$$\left\{ x^2 - \left[36 - 1^3 - 35 \right]^3 - 15 \right\}^3 = 1$$

$$\left\{ x^2 - 15 \right\}^3 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 15 = 1$$

$$x^2 = 16 = 4^2$$

$$x = 4.$$

Vậy $x=4$.

Bài 13. Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết: $(x-3)^2 = (1-3x)^2$

Lời giải:

$$\text{Ta có } (x-3)^2 = (1-3x)^2 \Rightarrow x-3 = 1-3x$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

Vậy $x = 1$

Bài 14. Tìm số tự nhiên x và y , biết: $(3x - 6)^{100} + (2y - 4)^{200} \leq 0$

Lời giải:

Ta có $(3x - 6)^{100} \geq 0, (2y - 4)^{200} \geq 0, \forall x, y$

$$\Rightarrow (3x - 6)^{100} + (2y - 4)^{200} \geq 0, \forall x, y$$

$$\text{Mà } (3x - 6)^{100} + (2y - 4)^{200} \leq 0$$

$$\text{nên } (3x - 6)^{100} + (2y - 4)^{200} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (3x - 6)^{100} = 0 \\ (2y - 4)^{200} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 = 0 \\ 2y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $x = y = 2$.

Bài 15. Tìm số tự nhiên a và b , biết: $3^a + 9b = 183$

Lời giải:

Nếu $a = 0$ ta có $3^0 + 9b = 183$

$$1 + 9b = 183$$

$$9b = 182$$

$$\Rightarrow b \notin \mathbb{N}$$

Nếu $a = 1$ ta có $3^1 + 9b = 183$

$$9b = 180$$

$$b = 20$$

Nếu $a \geq 2$ ta có 3^a chia hết cho 9, $9b$ chia hết cho 9 $\Rightarrow 3^a + 9b$ chia hết cho 9 nhưng 183 không chia hết cho 9. $3^a + 9b = 183$ Vô lý.

Vậy $a = 1, b = 20$.

Bài 16. Tìm số tự nhiên a và b , biết: $10^a + 168 = b^2$

Lời giải:

Nếu $a = 0$ ta có $b^2 = 10^0 + 168$

$$b^2 = 169$$

$$b = 13^2$$

$$\Rightarrow b = 13$$

Nếu $a \neq 0$ ta có $3^1 + 9b = 138$

$$9b = 180$$

$$b = 20$$

Nếu $a \geq 2$ ta có 3^a chia hết cho 9, $9b$ chia hết cho 9 $\Rightarrow 3^a + 9b$ chia hết cho 9 nhưng 183 không chia hết cho 9. $3^a + 9b = 183$ Vô lý.

Vậy $a = 1, b = 20$.

Bài 17. Tổng bình phương của ba số tự nhiên là 2596. Biết rằng tỉ số giữa số thứ nhất và số thứ hai là $\frac{2}{3}$, giữa số thứ hai và số thứ ba là $\frac{5}{6}$. Tìm ba số đó.

Lời giải:

Gọi a, b, c là ba số tự nhiên phải tìm, ta có: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}; \frac{b}{c} = \frac{5}{6} \Rightarrow a = \frac{2}{3}b; c = \frac{6}{5}b$

Có $a^2 + b^2 + c^2 = 2596$ nên $\frac{4}{9}b^2 + b^2 + \frac{36}{25}b^2 = 2596$

Hay $\frac{649}{225}b^2 = 2596 \Rightarrow b^2 = 900$

$$\Rightarrow b = 30, a = \frac{2}{3}.30 = 20, c = \frac{6}{5}b = \frac{6}{5}.30 = 36$$

Vậy ba số cần tìm lần lượt là 20, 30, 36.

Bài 18. Tìm số tự nhiên x và y , biết: $(x-2)^2 + 2(y-3)^2 < 4$

Ta có $\begin{cases} (x-2)^2 \geq 0, \forall x \\ 2(y-3)^2 \geq 0, \forall y \end{cases} \Rightarrow (x-2)^2 + 2(y-3)^2 \geq 0$

$$(x-2)^2 + 2(y-3)^2 < 4$$

Mà

$0 \leq (x-2)^2 + 2(y-3)^2 < 4$ mà $2(y-3)^2$ là số chẵn nên ta có các trường hợp:

Xét trường hợp 1.

$$\begin{cases} (x-2)^2 = 0 \\ 2(y-3)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$$

Xét trường hợp 2.

$$\begin{cases} (x-2)^2 = 1 \\ 2(y-3)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 1 \\ (y-3)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $x=2, y=3$ hoặc $x=3, y=4$.

PHẦN III. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HSG. (Khoảng 15 bài)

Bài 1: ĐỀ THI HUYỆN HOA LƯ

Tìm x biết: $3^{2x} = 81$

Lời giải:

$$\begin{aligned} 3^{2x} &= 81 \\ \Rightarrow 3^{2x} &= 3^4 \\ \Rightarrow 2x &= 4 \\ \Rightarrow x &= 2 \end{aligned}$$

Bài 2: ĐỀ THI HUYỆN PHÙ CÁT

Tìm số tự nhiên x , biết:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (7x-11)^3 = 2^5 \cdot 5^2 + 2 \cdot 10^2 \\ \text{b)} \quad & 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2021} = 2^{2026} - 16 \end{aligned}$$

Lời giải:

$$\text{a) Ta có } (7x-11)^3 = 2^5 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^2 \cdot 2^2$$

$$(7x-11)^3 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot (2^2 + 1)$$

$$(7x-11)^3 = 2^3 \cdot 5^3$$

$$(7x-11)^3 = 10^3$$

$$7x - 11 = 10$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

$$\text{Vậy } x = 3$$

$$\text{b)} 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2021} = 2^{2026} - 16$$

$$\text{Đặt } A = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2021}$$

$$\Rightarrow 2A = 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2022}$$

$$\Rightarrow 2A - A = 2^{x+2022} - 2^x$$

$$\Rightarrow A = 2^{x+2022} - 2^x = 2^x (2^{2022} - 1)$$

Từ (1):

$$\Rightarrow 2^x (2^{2022} - 1) = 2^4 (2^{2022} - 1)$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^4$$

$$x = 4$$

$$\text{Vậy } x = 4$$

Bài 3: ĐỀ THI HUYỆN TP NINH BÌNH

Tìm các số nguyên x biết:

$$(7x - 11)^3 = (-3)^2 \cdot 15 + 208$$

Lời giải:

$$(7x - 11)^3 = (-3)^2 \cdot 15 + 208$$

$$(7x - 11)^3 = 9 \cdot 15 + 208$$

$$(7x - 11)^3 = 7^3$$

$$7x - 11 = 7$$

$$x = \frac{18}{7}$$

Bài 4: ĐỀ THI HUYỆN TIỀN DU

Tìm số tự nhiên x biết:

$$2 \cdot 3^x + 5 \cdot 3^{x+1} = 153$$

Lời giải:

$$2 \cdot 3^x + 5 \cdot 3^{x+1} = 153$$

$$(2 + 15) \cdot 3^x = 153$$

$$17 \cdot 3^x = 153$$

$$3^x = 9$$

$$x = 2$$

Vậy $x = 2$

Bài 5: ĐỀ THI HUYỆN CHƯ SÊ

Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết:
$$2^x + 2^{x+2} = \frac{200}{19} \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20} \right)$$

Lời giải:

Ta có:
$$\frac{200}{19} \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20} \right) = \frac{200}{19} \left(1 - \frac{1}{20} \right) = 10$$

$$\Rightarrow 2^x + 2^{x+2} = 10$$

$$\Rightarrow 2^x (1 + 4) = 10$$

$$\Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$$

Bài 6: ĐỀ THI HƯNG HÀ

$$5^x \cdot 5^{x+1} \cdot 5^{x+2} = \underbrace{1000}_{15 \text{ ch + sè } 0} : 2^{15}$$

a) Tìm số tự nhiên x biết:

Lời giải:

$$5^x \cdot 5^{x+1} \cdot 5^{x+2} = \underbrace{1000}_{15 \text{ ch + sè } 0} : 2^{15}$$

$$5^{3x+3} = 10^{15} : 2^{15}$$

$$5^{3x+3} = 5^{15}$$

$$\text{Suy ra: } 3x + 3 = 15$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$$\text{Vậy } x = 4$$

Bài 7: ĐỀ THI HUYỆN CHƯƠNG MỸ

Tìm số nguyên x thỏa mãn: $5^{2x-3} + 7.5^2 = 12.5^2$

Lời giải:

$$5^{2x-3} + 7.5^2 = 12.5^2$$

$$5^{2x-3} = 12.5^2 - 7.5^2$$

$$5^{2x-3} = (12 - 7).5^2$$

$$5^{2x-3} = 5^3$$

$$2x - 3 = 3$$

$$2x = 3$$

$$x = 3$$

$$\text{Vậy } x = 3$$

Bài 8: ĐỀ THI HUYỆN KIẾN XƯƠNG

Tìm x biết: $26 - 3.(2x - 3)^2 = -7^2$

Lời giải:

$$26 - 3.(2x - 3)^2 = -7^2$$

$$26 - 3.(2x - 3)^2 = -49$$

$$3.(2x - 3)^2 = 75$$

$$(2x - 3)^2 = 25$$

$$\Rightarrow 2x - 3 = 5 \text{ hoặc } 2x - 3 = -5$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ hoặc } x = -1$$

$$\text{Vậy } x = 4 \text{ hoặc } x = -1$$

Bài 9: ĐỀ THI KỲ ANH

Tìm x biết: $(3x - 7)^3 = 2^3.3^2 + 53$

Lời giải:

$$(3x - 7)^3 = 2^3 \cdot 3^2 + 53$$

$$(3x - 7)^3 = 8 \cdot 9 + 53$$

$$(3x - 7)^3 = 125$$

$$(3x - 7)^3 = 5^3$$

$$3x - 7 = 5$$

$$3x = 12$$

$$x = 12 : 3$$

$$x = 4$$

Bài 10: ĐỀ THI HUYỆN THANH TRÌ

Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+20) = 420$

b) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + \dots + 2^{x+2020} = 2^{2023} - 4$

Lời giải

a) $x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+20) = 420$

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + \dots + x + 20 = 420$$

$$(x + x + \dots + x) + (1 + 2 + 3 + \dots + 20) = 420$$

$$21x + \frac{21 \cdot 20}{2} = 420$$

$$21x + 210 = 420$$

$$21x = 420 - 210$$

$$21x = 210$$

$$x = 10$$

Vậy $x = 10$.

b) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + \dots + 2^{x+2020} = 2^{2023} - 4$

$$2^x (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2020}) = 2^2 (2^{2021} - 1) \quad (1)$$

$$\text{Đặt } A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2020} \Rightarrow 2A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2021}$$

$$\Rightarrow 2A - A = 2^{2021} - 1 \Rightarrow A = 2^{2021} - 1$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow 2^x (2^{2021} - 1) = 2^2 (2^{2021} - 1)$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$$

Vậy $x = 2$.

Bài 11: ĐỀ THI YÊN ĐỊNH

Tìm x biết $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 112$

Lời giải

Ta có: $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 112$

$$2^{x-1} + 2^{x-1} \cdot 2 + 2^{x-1} \cdot 2^2 = 112$$

$$2^{x-1} \cdot (1 + 2 + 2^2) = 112$$

$$2^{x-1} \cdot 7 = 112$$

$$2^{x-1} = 112 : 7$$

$$2^{x-1} = 16$$

$$2^{x-1} = 2^4$$

$$x - 1 = 4$$

$$x = 5$$

Bài 12: ĐỀ THI THANH BA

Cho x, y là các số tự nhiên thỏa mãn các hệ thức $(x - 2)^5 = 243$; $2^y + 2^{y+4} = 272$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x + y = 9$.

B. $x - y = -1$.

C. $x^2 + y^2 = 40$.

D. $x^2 - y^2 = -9$.

Lời giải

$$(x - 2)^5 = 243 = 3^5$$

Ta có

$$x - 2 = 3$$

$$x = 5$$

Ta có $2^y + 2^{y+4} = 272$

$$2^y (1 + 2^4) = 272$$

$$2^y \cdot 17 = 272$$

$$2^y = 272 : 17 = 16$$

$$2^y = 16 = 2^4$$

$$y = 4$$

Vậy $x + y = 9$

Bài 13. ĐỀ THI THỊ XÃ HOÀI NHƠN

Cho $A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2019}$. Tìm x để $2A + 3 = 3^x$

Lời giải

$$A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2019}$$

$$3A = 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2020}$$

$$\Rightarrow 3A - A = (3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2020}) - (3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2019})$$

$$\Rightarrow 2A = 3^{2020} - 3$$

$$\Rightarrow 2A + 3 = 3^{2020}$$

$$\text{Mà } 2A + 3 = 3^x$$

$$\Rightarrow x = 2020$$

Vậy $x = 2020$ thì $2A + 3 = 3^x$

Bài 14. ĐỀ THI KIẾN XƯỞNG

Tìm x biết: $\left(\frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \frac{1}{10.13} + \dots + \frac{1}{73.76} \right) . x^2 = 2 \frac{16}{19}$

Lời giải

$$\left(\frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \frac{1}{10.13} + \dots + \frac{1}{73.76} \right) . x^2 = 2 \frac{16}{19}$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \dots + \frac{1}{73} - \frac{1}{76} \right) . x^2 = 2 \frac{16}{19}$$

$$\frac{3}{38} . x^2 = 2 \frac{16}{19}$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

$$\text{Vậy } x = \pm 6$$

Bài 14. ĐỀ THI HUYỆN ĐÔNG HƯNG

Tìm x biết:

a) $(2x - 1)^2 = 25$

b) $3(5^x - 1) - 2 = 70$

Lời giải

$$a) (2x - 1)^2 = 25$$

$$\text{Ta có: } 25 = 5^2 \Rightarrow (2x - 1)^2 = 5^2 \text{ hoặc } (-5)^2$$

$$\text{Trường hợp 1: } 2x - 1 = -5 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$

$$\text{Trường hợp 2: } 2x - 1 = 5 \Rightarrow 2x = 5 + 1 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{Vậy } x = 3 \text{ hoặc } x = -2$$

$$b, \quad 3(5^x - 1) - 2 = 70$$

$$3.(5^x - 1) - 2 = 70$$

$$3.(5^x - 1) = 72$$

$$5^x - 1 = 24$$

$$5^x = 25$$

$$x = 2$$

$$\text{Vậy } x = 2$$

Bài 15. ĐỀ THI HUYỆN HƯNG HÀ

$$\text{Tìm số tự nhiên } x \text{ biết: } 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2017} = 2^{2020} - 4.$$

Lời giải

$$\text{Tìm số tự nhiên } x \text{ biết: } 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2017} = 2^{2020} - 4.$$

$$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2017} = 2^{2020} - 4$$

$$2^x \cdot (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2017}) = 2^{2020} - 4$$

$$2^x \cdot (2^{2018} - 1) = 2^{2020} - 4$$

$$2^x = \frac{2^{2020} - 4}{2^{2018} - 1}$$

$$2^x = \frac{2^2 (2^{2018} - 1)}{2^{2018} - 1}$$

$$2^x = 2^2$$

$$\text{Vậy } x = 2.$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>

Hướng dẫn tìm và tải các tài liệu ở đây

<https://forms.gle/LzVNwfMpYB9qH4JU6>