



Chương

Bài 4.

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A

Lý thuyết

1. Định nghĩa hàm số lượng giác



Định nghĩa:

- **Hàm số sin** là quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\sin x$, ký hiệu $y = \sin x$.
- **Hàm số cos** là quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\cos x$, ký hiệu $y = \cos x$.
- **Hàm số tan** là hàm số được xác định bởi công thức:

$$y = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ với } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}), \text{ ký hiệu } y = \tan x.$$

- **Hàm số cotan** là hàm số được xác định bởi công thức:

$$y = \frac{\cos x}{\sin x} \text{ với } x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}), \text{ ký hiệu } y = \cot x.$$

Như

- (1) Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là $\mathbb{R}$
- (2) Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \right\}$
- (3) Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi (k \in \mathbb{Z}) \}$

2. Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn



Hàm số chẵn - hàm số lẻ:

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là

- **Hàm số chẵn** nếu $\forall x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- **Hàm số lẻ** nếu $\forall x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.



Hàm số tuần hoàn:

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số tuần hoàn nếu tồn tại số $T \neq 0$ sao cho $\forall x \in D$ ta có:

(1) $x + T \in D$ và $x - T \in D$.

(2) $f(x + T) = f(x)$.

Số T dương nhỏ nhất thỏa mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là **chu kỳ** của hàm số tuần hoàn đó.



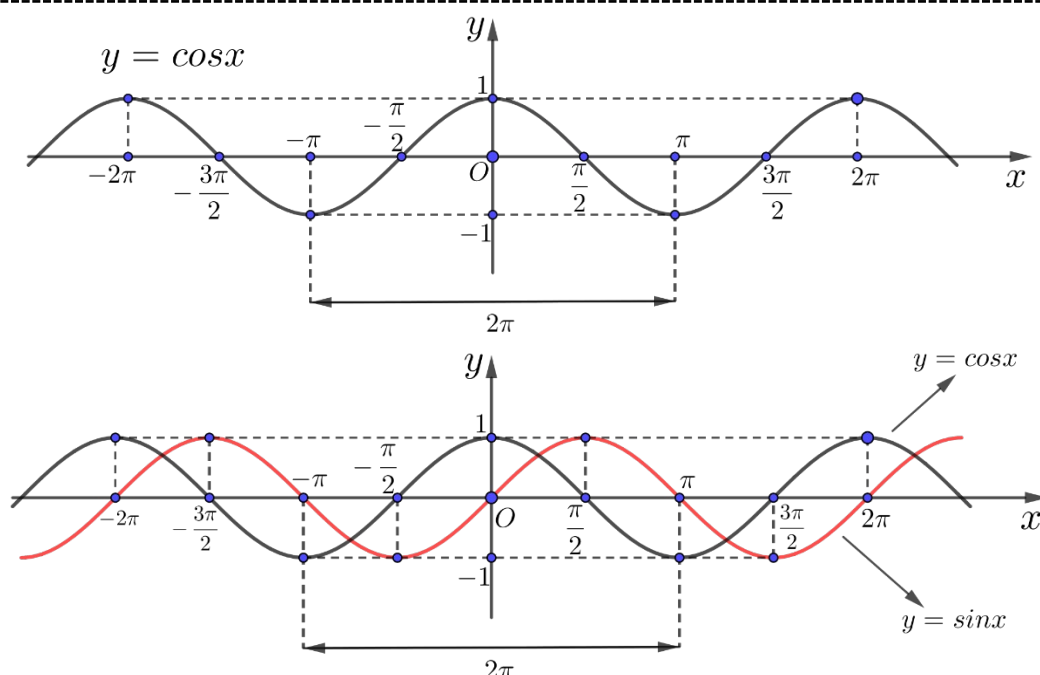
Chú ý

(1) Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

(2) Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

3. Đồ thị & tính chất hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$

	Hàm số $y = \sin x$	Hàm số $y = \cos x$
1. Định nghĩa:	Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với $\sin$ của góc lượng giác có số đo x radian được gọi là hàm số $\sin$. » Kí hiệu $y = \sin x$.	Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với $\cos$ của góc lượng giác có số đo x radian được gọi là hàm số $\cos$. » Kí hiệu $y = \cos x$.
2. Tập xác định:	$D = \mathbb{R}$	$D = \mathbb{R}$
3. Tập giá trị:	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
4. Tính chất	Là hàm số lẻ.	Là hàm số chẵn.
5. Chu kỳ	Chu kỳ 2π .	Chu kỳ 2π .
6. Đơn điệu	Hàm số + Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$. + Nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$.	Hàm số + Đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$. + Nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$.
7. Đồ thị		



8. Giá trị đặc biệt

$$\begin{aligned}\sin x = -1 &\Leftrightarrow x = -\frac{\rho}{2} + k2\rho \\ \sin x = 0 &\Leftrightarrow x = k\rho \\ \sin x = 1 &\Leftrightarrow x = \frac{\rho}{2} + k2\rho\end{aligned}$$

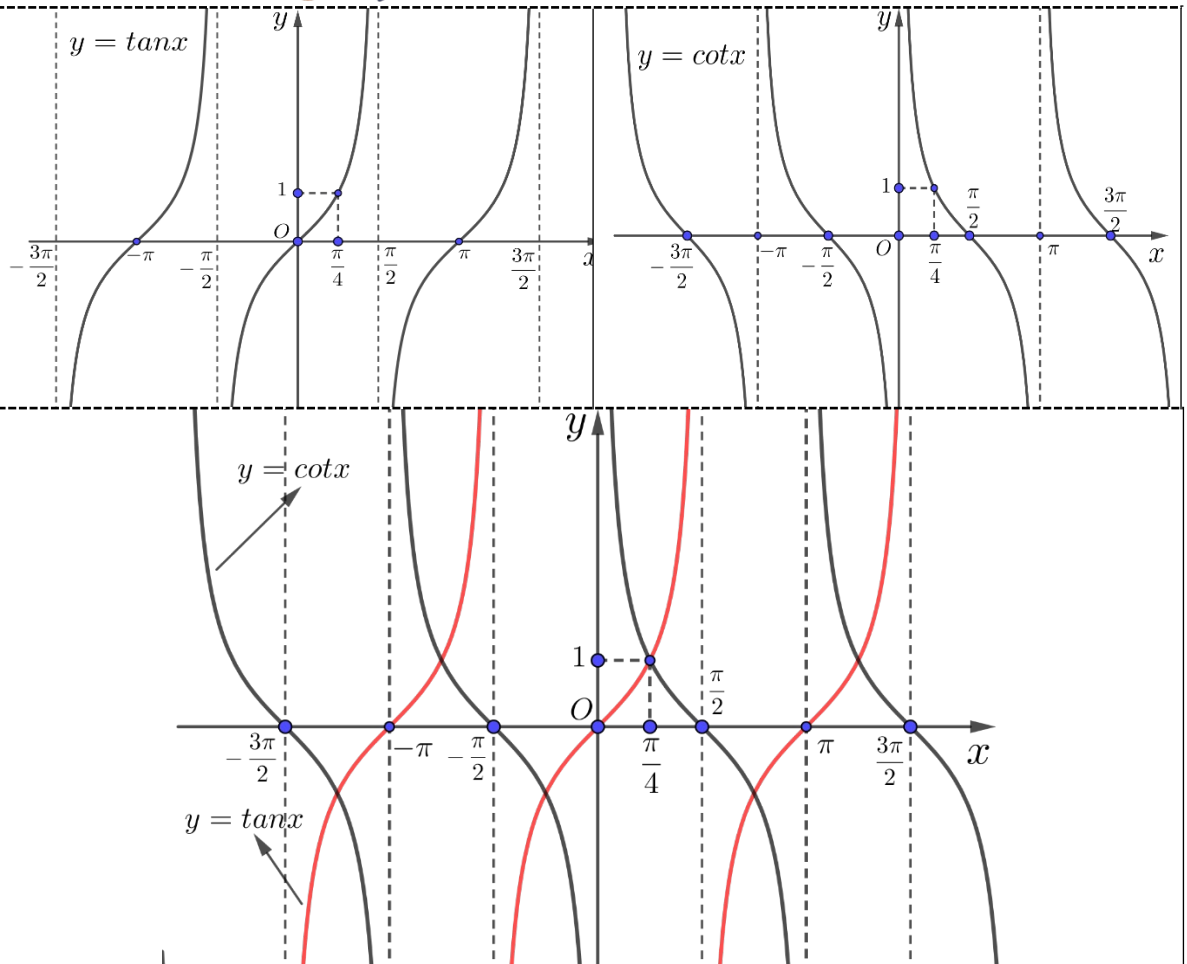
$$\begin{aligned}\cos x = -1 &\Leftrightarrow x = \rho + k2\rho \\ \cos x = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{\rho}{2} + k\rho \\ \cos x = 1 &\Leftrightarrow x = k2\rho\end{aligned}$$

4. Đồ thị & tính chất hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$

	Hàm số $y = \tan x$	Hàm số $y = \cot x$
1. Định nghĩa:	Hàm số tan là hàm số được xác định bởi công thức $y = \frac{\sin x}{\cos x} (\cos x \neq 0)$ » Kí hiệu $y = \tan x$.	Hàm số cotan là hàm số được xác định bởi công thức $y = \frac{\cos x}{\sin x} (\sin x \neq 0)$ » Kí hiệu $y = \cot x$.
2. Tập xác định:	$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\rho}{2} + k\rho, k \in \mathbb{Z} \right\}$	$D = \mathbb{R} \setminus \{ k\rho, k \in \mathbb{Z} \}$
3. Tập giá trị:	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
4. Tính chất hàm	Là hàm số lẻ.	Là hàm số lẻ.
5. Chu kỳ	Chu kỳ ρ .	Chu kỳ ρ .
6. Đơn điệu	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\rho}{2} + k\rho; \frac{3\rho}{2} + k\rho \right)$.	Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\rho; \rho + k\rho)$.



7. Đồ thị





Các dạng bài tập

Dạng 1. Tập xác định



Phương

Tập xác định hàm số lượng giác cơ bản:

» Hàm số $y = \sin x; y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

» Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

» Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Ngoài ra còn có các dạng:

» $y = f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ lưu ý $Q(x) \neq 0$.

» $y = f(x) = \sqrt[n]{Q(x)}$ thì $y = f(x)$ có nghĩa khi $Q(x) \geq 0$.

$y = f(x) = \frac{P(x)}{\sqrt[n]{Q(x)}}$, $Q(x) > 0$



Ví dụ 1.1.

Tìm tập xác định của các hàm số sau:

(1) $y = \sin 4x$

(2) $y = \sin \frac{3x+1}{x^2-1}$

(3) $y = \cos \sqrt{x+2}$

(4) $y = \cos \frac{2025}{\sqrt{3-x}}$

Lời giải

(1) $y = \sin 4x$

Hàm số xác định với mọi số thực x nên hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

(2) $y = \sin \frac{3x+1}{x^2-1}$

Hàm số xác định khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

(3) $y = \cos \sqrt{x+2}$

Hàm số xác định khi $x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$.

Tập xác định $D = [-2; +\infty)$.

(4) $y = \cos \frac{2025}{\sqrt{3-x}}$

Hàm số xác định khi $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.



Tập xác định $D = (-\infty; 3)$.



Ví dụ 1.2.

Tìm tập xác định của các hàm số sau:

$$(1) \quad y = \tan\left(x + \frac{p}{4}\right)$$

$$(2) \quad y = \cot\left(x - \frac{p}{3}\right)$$

👉 **Lời giải**

$$(1) \quad y = \tan\left(x + \frac{p}{4}\right)$$

Hàm số xác định khi $\cos\left(x + \frac{p}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x + \frac{p}{4} \neq \frac{p}{2} + kp \Leftrightarrow x \neq \frac{p}{4} + kp (k \in \mathbb{Z})$

Do đó hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + kp (k \in \mathbb{Z}) \right\}$.

$$(2) \quad y = \cot\left(x - \frac{p}{3}\right)$$

Hàm số xác định khi $\sin\left(x - \frac{p}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{p}{3} \neq kp \Leftrightarrow x \neq \frac{p}{3} + kp (k \in \mathbb{Z})$

Do đó hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{3} + kp (k \in \mathbb{Z}) \right\}$.



Ví dụ 1.3.

Tìm tập xác định của các hàm số sau:

$$(1) \quad y = \sqrt{3 + 2\cos x}$$

$$(2) \quad y = \frac{\tan 2x}{\sin x + 1} + \cot\left(3x + \frac{p}{6}\right)$$

$$(3) \quad y = \frac{\tan 5x}{\sin 4x - \cos 3x}$$

$$(4) \quad y = \frac{\sin x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$$

👉 **Lời giải**

$$(1) \quad y = \sqrt{3 + 2\cos x} + \cot\left(3x + \frac{p}{6}\right)$$

Hàm số xác định khi $3 + 2\cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \geq -\frac{3}{2}$ (đúng $\forall x \in \mathbb{R}$), vì $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

$$(2) \quad y = \frac{\tan 5x}{\sin 4x - \cos 3x}$$

Điều kiện:
$$\begin{cases} \sin x \neq 1 \\ \sin\left(3x + \frac{p}{6}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{p}{2} + k2p \\ x \neq \frac{p}{18} + \frac{kp}{3} \end{cases}$$



$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{2} + k2p, -\frac{p}{18} + \frac{kp}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vậy TXĐ:

$$(3) \quad y = \frac{\sin x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$$

$$\sin 4x - \cos 3x = \sin 4x - \sin \left(\frac{p}{2} - 3x \right) = 2 \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{p}{4} \right) \sin \left(\frac{7x}{2} - \frac{p}{4} \right)$$

Ta có:

$$\begin{cases} \cos 5x \neq 0 \\ \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{p}{4} \right) \neq 0 \\ \sin \left(\frac{7x}{2} + \frac{p}{4} \right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{p}{10} + k\frac{p}{5} \\ x \neq \frac{p}{2} + k2p \\ x \neq -\frac{p}{14} + \frac{k2p}{7} \end{cases}$$

Điều kiện:

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{10} + \frac{kp}{5}; \frac{p}{2} + k2p, -\frac{p}{14} + \frac{k2p}{7} \right\}.$$

Vậy TXĐ:

$$(4) \quad y = \frac{\sin x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$$

$$y = \frac{\sin x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{\sin x}{-\cos 2x} = -\frac{\sin x}{\cos 2x}$$

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{p}{2} + kp \Leftrightarrow x \neq \frac{p}{4} + \frac{kp}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Tập xác định của hàm số} \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + \frac{kp}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$



▮ Dạng 2. Tính chẵn - lẻ



Phương

► **Định nghĩa:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D

» **Hàm số chẵn** nếu $\forall x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.

» **Hàm số lẻ** nếu $\forall x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.

► Để xác định **tính chẵn lẻ** của hàm số ta thực hiện theo các bước sau:

» **Bước 1:** Tìm tập xác định D của hàm số, khi đó:

♦ Nếu D là tập đối xứng (tức là $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$), ta thực hiện tiếp **bước 2**.

♦ Nếu D không là tập đối xứng (tức là $\exists x \in D$ mà $-x \notin D$), ta kết luận hàm số không chẵn cũng không lẻ.

» **Bước 2:** Xác định $f(-x)$, khi đó:

♦ Nếu $f(-x) = f(x)$ kết luận hàm số là hàm chẵn.

♦ Nếu $f(-x) = -f(x)$ kết luận hàm số là hàm lẻ.

♦ Ngoài ra kết luận hàm số không chẵn cũng không lẻ.

► **Chú ý:**

① Với các hàm số lượng giác cơ bản, ta có:

1. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

2. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn

3. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

4. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

② Công thức liên quan đến việc xử lý dấu “ - ”

$$\begin{cases} \sin(-x) = -\sin x \\ \cos(-x) = \cos x \\ \tan(-x) = -\tan x \\ \cot(-x) = -\cot x \end{cases}$$

1. Công thức hai cung đối nhau:

$$|-x| = |x|$$

$$(-x)^n = \begin{cases} x^n & \text{ khi } n \text{ chẵn} \\ -x^n & \text{ khi } n \text{ lẻ} \end{cases}$$



Ví dụ 2.1.

Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

(1) $y = 3\cos x + \sin^2 x$

(2) $y = \frac{1 + \sin^2 2x}{1 + \cos 3x}$

➤ **Lời giải**

(1) $y = 3\cos x + \sin^2 x$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Lấy $x \in \mathbb{R}$ ta có $-x \in \mathbb{R}$ và $y(-x) = 3\cos(-x) + \sin^2(-x) = 3\cos x + \sin^2 x = y(x)$.

Do đó hàm số là hàm chẵn.



$$(2) y = \frac{1 + \sin^2 2x}{1 + \cos 3x}$$

Hàm số xác định khi $\cos 3x \neq -1 \Leftrightarrow 3x \neq p + k2p \Leftrightarrow x \neq \frac{p}{3} + \frac{k2p}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{3} + \frac{k2p}{3} (k \in \mathbb{Z}) \right\}$.

Ta thấy nếu $x \in D \Rightarrow \cos 3x \neq -1$ mà $\cos(-3x) = \cos 3x \Rightarrow \cos(-3x) \neq -1 \Rightarrow -x \in D$

$$y(-x) = \frac{1 + \sin^2(-2x)}{1 + \cos(-3x)} = \frac{1 + \sin^2 2x}{1 + \cos 3x} = y(x)$$

Khi đó

Do đó hàm số là hàm chẵn.



Ví dụ 2.2.

Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

$$(1) y = 2x \sin x$$

$$(2) y = \cos x + \sin 2x.$$

$$(3) y = \frac{\cos 2x}{x}.$$

$$(4) y = \tan^2 2x \cdot \sin 5x.$$

Lời giải

$$(1) y = \cos x + \sin 2x.$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ (1).

Đặt $y = f(x) = \cos x + \sin 2x$.

NX: $\forall x \in D, f(-x) = \cos(-x) + \sin(-2x) = \cos x - \sin 2x \neq f(x)$ (2).

Từ (1) và (2) ta kết luận hàm số đã cho là hàm số chẵn.

$$(2) y = \frac{\cos 2x}{x}.$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ là tập đối xứng do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Đặt $y = f(x) = \frac{\cos 2x}{x}$.

Xét $x = \frac{p}{3} \in D \Rightarrow -x = -\frac{p}{3} \in D$.

$$f\left(\frac{p}{3}\right) = \frac{\cos \frac{2p}{3}}{\frac{p}{3}} = \frac{3 \cos \frac{2p}{3}}{p}; \quad f\left(-\frac{p}{3}\right) = \frac{\cos \left(-\frac{2p}{3}\right)}{-\frac{p}{3}} = -\frac{3 \cos \frac{2p}{3}}{p}$$

Ta thấy $f\left(\frac{p}{3}\right) \neq f\left(-\frac{p}{3}\right)$ nên hàm số đã cho không là hàm số chẵn

Và $f\left(\frac{p}{3}\right) \neq -f\left(-\frac{p}{3}\right)$ nên hàm số đã cho không là hàm số lẻ.

$$(3) y = \tan^2 2x \cdot \sin 5x.$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + k\pi \right\}$ là tập đối xứng do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.



Đặt $y = f(x) = \frac{\cos 2x}{x}$.

Ta có $\forall x \in D: f(-x) = \frac{\cos(-2x)}{-x} = -\frac{\cos(2x)}{x} = -f(x)$.

Do đó hàm số đã cho là hàm số lẻ.

(4) $y = \tan^7 2x \cdot \sin 5x$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Đặt $y = f(x) = \tan^7 2x \cdot \sin 5x$.

Ta có $\forall x \in D: f(-x) = \tan^7(-2x) \sin(-5x) = -\tan^7(2x) \sin(5x) = -f(x)$.

Do đó hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Chú ý

Đôi khi người ta còn phát biểu bài toán dưới dạng:

» Với câu (1) $y = \cos x + \sin 2x$:

Chúng minh đồ thị hàm số $y = 2x \sin x$ nhận trục tung làm trục đối xứng.

» Với câu (3) $y = \tan^7 2x \cdot \sin 5x$:

Chúng minh đồ thị hàm số $y = \tan^7 2x \cdot \sin 5x$ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

» Đồ thị của hàm số lẻ nhận **gốc tọa độ** làm **tâm đối xứng**.

» Đồ thị của hàm số chẵn nhận **trục Oy** làm **trục đối xứng**.



Dạng 3. Tính tuần hoàn



Phương

► **Tính tuần hoàn** hàm số lượng giác cơ bản:

(1) Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

(2) Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

► Các kết quả có thể áp dụng:

(1) Hàm số $y = A \cdot \sin(ax + b)$ ($A, a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$

(2) Hàm số $y = A \cdot \cos(ax + b)$ ($A, a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$

(3) Hàm số $y = A \cdot \tan(ax + b)$ ($A, a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|a|}$

(4) Hàm số $y = A \cdot \cot(ax + b)$ ($A, a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|a|}$

(5) Nếu hàm số $y = f(x)$ chỉ chứa các hàm số lượng giác có chu kỳ lần lượt là $T_1, T_2, \dots, T_n$ thì hàm số f có chu kỳ T là bội chung nhỏ nhất của $T_1, T_2, \dots, T_n$.

(6) Nếu hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ T thì hàm số $y = f(x) + c$ (c là hằng số) cũng là hàm số tuần hoàn với chu kỳ T .



Chú ý

Một số dấu hiệu nhận biết hàm số $y = f(x)$ không phải là hàm tuần hoàn

Hàm số $y = f(x)$ không phải là hàm tuần hoàn khi **một** trong các điều kiện sau bị vi phạm:

(1) Tập xác định của hàm số là tập hữu hạn.

(2) Tồn tại số a sao cho hàm số không xác định với $x > a$ hoặc $x < a$.

(3) Phương trình $f(x) = k$ có nghiệm nhưng số nghiệm hữu hạn.

(4) Phương trình $f(x) = k$ có vô số nghiệm sắp thứ tự:

$$x_1 < x_2 < \dots, |x_n - x_{n-1}| \rightarrow 0, \dots$$



Ví dụ 3.1.

Tìm chu kỳ (nếu có) của các hàm số sau:

(1) $y = 1 - \sin 5x$

(2) $y = \cos^2 x - 1$

(3) $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right)$

(4) $y = \cos x + \cos(\sqrt{3}x)$

Lời giải

(1) $y = \cos^2 x - 1$



Hàm số $y = \cos^2 x - 1$ tuần hoàn và có chu kỳ $T_1 = \frac{2p}{5}$.

(2) $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right)$

Hàm số $y = \cos^2 x - 1 = \frac{\cos 2x - 1}{2}$ tuần hoàn và có chu kỳ $T_2 = p$.

(3) $y = \cos x + \cos(\sqrt{3}x)$

Hàm số $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{4}{5}x\right)$ tuần hoàn và có chu kỳ $T_2 = \frac{5p}{2}$.

(4) $y = \cos x + \cos(\sqrt{3}x)$

Hàm số $y = \cos x + \cos(\sqrt{3}x)$ không tuần hoàn

Vì ta có hàm số $y = \cos x$ có chu kỳ $T_1 = 2p$ và hàm số $y = \cos(\sqrt{3}x)$ có chu kỳ $T_2 = \frac{2p}{\sqrt{3}}$ nhưng không tồn tại bội số chung nhỏ nhất của $T_1 = 2p$ và $T_2 = \frac{2p}{\sqrt{3}}$



Ví dụ 3.2.

Xét tính tuần hoàn và tìm chu kì (nếu có) của hàm số sau:

(1) $y = \cos^2 x - 1$

(2) $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right)$

(3) $y = \sin 4x$

(4) $y = \sin \frac{3x+1}{x^2-1}$

Lời giải

(1) $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right)$

Ta biến đổi: $y = \cos^2 x - 1 = \frac{1 + \cos 2x}{2} - 1 = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2}$.

Áp dụng: Hàm số $y = A \cdot \cos(\alpha x + b)$ ($A, \alpha \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2p}{|\alpha|}$

Do đó f là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2p}{2} = p$.

(2) $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right)$

Ta biến đổi: $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{4}{5}x\right)$.



Áp dụng: Hàm số $y = A \cdot \sin(ax + b)$ ($A, a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$T = \frac{2\pi}{\left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{5\pi}{2}$$

Do đó f là hàm số tuần hoàn với chu kỳ

(3) $y = \cos x + \cos(\sqrt{3}x)$

Giả sử hàm số đã cho tuần hoàn $\Rightarrow$ có số thực dương T thỏa :

$$f(x+T) = f(x) \Leftrightarrow \cos(x+T) + \cos\sqrt{3}(x+T) = \cos x + \cos\sqrt{3}x$$

$$x=0 \Rightarrow \cos T + \cos\sqrt{3}T = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos T = 1 \\ \cos\sqrt{3}T = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = 2n\pi \\ \sqrt{3}T = 2m\pi \end{cases} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{m}{n} \text{ vô lí,}$$

Do $m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{m}{n}$ là số hữu tỉ.

Vậy hàm số đã cho không tuần hoàn.



▮ Dạng 4. Giá trị lớn nhất - nhỏ nhất



Phương

► Ta có tập giá trị của hàm số $y = \sin x; y = \cos x$ đều là $[-1; 1]$, tức là $\begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{cases}$.
Từ đó ta có các hệ quả sau:

$$(1) \begin{cases} 0 \leq |\sin x| \leq 1 \\ 0 \leq |\cos x| \leq 1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \\ 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 0 \leq \sqrt{\sin x} \leq 1 \\ 0 \leq \sqrt{\cos x} \leq 1 \end{cases}$$

$$a \leq P(x) \leq b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{P(x)} \geq \frac{1}{b}$$



Ví dụ 4.1.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

$$(1) y = 4 - 3 \sin 5x$$

$$(2) y = -2 |\sin x|$$

$$(3) y = \sqrt{2} \sin 2x + \cos 2x + 1$$

$$(4) y = \sin x, x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$$

🔗 Lời giải

$$(1) y = 4 - 3 \sin 5x$$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq -3 \sin x \leq 3 \Leftrightarrow -3 + 4 \leq 4 - 3 \sin x \leq 3 + 4 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 7$.

Do đó: $\max y = 7 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

$\min y = 1 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

$$(2) y = -2 |\sin x|$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $0 \leq |\sin x| \leq 1 \Leftrightarrow 0 \geq -2 |\sin x| \geq -2 \Leftrightarrow 3 \geq y \geq 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $3 \Leftrightarrow |\sin x| = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $1 \Leftrightarrow |\sin x| = 1 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$$(3) y = \sqrt{2} \sin 2x + \cos 2x + 1$$

$$y = \sqrt{2} \sin 2x + \cos 2x + 1 = \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin 2x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos 2x \right) + 1$$

$$\text{Đặt } \sin a = \frac{1}{\sqrt{3}}; \cos a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} (a \in (0; \pi))$$

$$\text{Ta có } y = \sqrt{3} (\cos a \sin 2x + \sin a \cos 2x) + 1 = \sqrt{3} \sin(2x + a) + 1$$

Ta có:



$$-1 \leq \sin(2x+a) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{3} \leq \sqrt{3} \sin(2x+a) \leq \sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3}+1 \leq \sqrt{3} \sin(2x+a)+1 \leq \sqrt{3}+1$$

Do đó: $\max y = 1 + \sqrt{3}$ đạt được khi $\sin(2x+a) = 1$

$\min y = 1 - \sqrt{3}$ đạt được khi $\sin(2x+a) = -1$.

(4) $y = \sin x, x \in \left[-\frac{p}{4}; \frac{p}{4}\right]$

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $(-p; p)$ nên

Với $x \in \left[-\frac{p}{4}; \frac{p}{4}\right] \Rightarrow \sin\left(-\frac{p}{4}\right) \leq \sin x \leq \sin\left(\frac{p}{4}\right) \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq y \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $\max y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ đạt được khi $x = \frac{p}{4}$; $\min y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ đạt được khi $x = -\frac{p}{4}$.



Ví dụ 4.2.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

(1) $y = -2\sin^2 x + 3\sin x - 1$

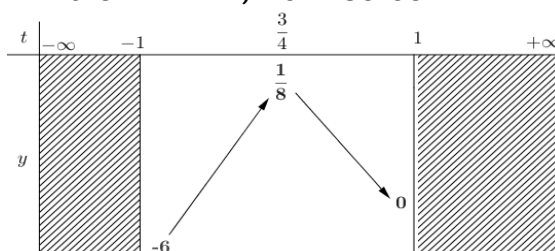
(2) $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2$

Lời giải

(1) $y = -2\sin^2 x + 3\sin x - 1$

Đặt $\sin x = t$ ($|t| \leq 1$), hàm số có dạng: $y = -2t^2 + 3t - 1$.

Xét hàm số $y = -2t^2 + 3t - 1$ trên $[-1; 1]$, hàm số có BBT như sau:



Nhìn vào BBT ta thấy:

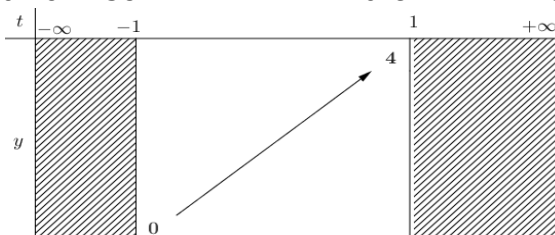
Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-6 \Leftrightarrow t = -1$ tức là $\sin x = -1$

Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\frac{1}{8} \Leftrightarrow t = \frac{3}{4}$ tức là $\sin x = \frac{3}{4}$

(2) $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2$

Hàm số được viết lại thành $y = 1 - \sin^2 x + 2\sin x + 2 = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$

Đặt $t = \sin x$ ($|t| \leq 1$), xét hàm số $y = -t^2 + 2t + 3$ trên $[-1; 1]$ có BBT như sau:



Nhìn vào BBT ta thấy:



- ⌘ Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0 $\Leftrightarrow t = -1$ tức $\sin x = -1$.
- ⌘ Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4 $\Leftrightarrow t = 1$ tức là $\sin x = 1$.



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + k2p \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là $2x \neq \frac{p}{2} + kp \Leftrightarrow x \neq \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

» Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là

A. $[-1; 1]$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

» Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2p, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{kp, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; p\}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq kp, k \in \mathbb{Z}$.

» Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin 2x + 1}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{2} + k2p, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{4} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{4} + k2p, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là $\sin 2x \neq -1 \Leftrightarrow 2x \neq -\frac{p}{2} + k2p \Leftrightarrow x \neq -\frac{p}{4} + kp, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{4} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.



» Câu 5. Hàm số $y = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x}$ **không** xác định trong khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(\frac{p}{2} + k2p; \frac{3p}{4} + k2p\right), k \in \mathbb{Z}$

B. $\left(\frac{3p}{4} + k2p; \frac{3p}{2} + k2p\right)$

C. $\left(p + k2p; \frac{3p}{2} + k2p\right), k \in \mathbb{Z}$

D. $\left(-\frac{p}{2} + k2p; \frac{p}{2} + k2p\right), k \in \mathbb{Z}$

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\begin{cases} \tan x \neq -1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{p}{4} + kp \\ x \neq \frac{p}{2} + kp \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$k=0 \rightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{p}{4} \\ x \neq \frac{p}{2} \end{cases}$$

Ta chọn nhưng điểm $-\frac{p}{4}$ thuộc khoảng $\left(-\frac{p}{2} + k2p; \frac{p}{2} + k2p\right)$.

Vậy hàm số không xác định trong khoảng $\left(-\frac{p}{2} + k2p; \frac{p}{2} + k2p\right)$.

» Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \cot 2x - \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z}\right\}$

B. $\mathbb{R} \setminus \{kp, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{p}{4} + k\frac{p}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{p}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\frac{p}{2} \\ x \neq \frac{p}{2} + kp \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{p}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Hàm số xác định khi

» Câu 7. Chọn phát biểu **đúng**:

A. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.

B. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.

C. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số chẵn

D. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn, hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ là các hàm số lẻ.

» Câu 8. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

A. $y = \tan x$

B. $y = \cos x$

C. $y = \sin x$

D. $y = \cot x$



Lời giải

Chọn B

Hàm số có đồ thị đối xứng qua trục tung là hàm số chẵn.

Vậy đáp án cần chọn là $y = \cos x$.

» Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào tuần hoàn với chu kỳ $2p$?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \tan x$. C. $y = \cot x$. D. $y = \cos 2x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $2p$.

Các hàm số lượng giác còn lại $y = \tan x$, $y = \cot x$, $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ p .

Xét $y = \cos 2x$: ta có $y(x+p) = \cos 2(x+p) = \cos(2x+2p) = \cos 2x = y(x)$ nên $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ p .

» Câu 10. Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $\tan x + \sin^2 x$ là

- A. $k2p$. B. $2p$. C. p . D. $4p$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\tan x + \sin^2 x = \tan x + \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$

Ta có:

+) $\tan x$ có chu kỳ là p .

+) $\cos 2x$ có chu kỳ là p .

Vậy hàm số đã cho có chu kỳ là p .

» Câu 11. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

- A. $y = 2x + \cos x$. B. $y = \cos 3x$. C. $y = x^2 \sin(x+3)$. D. $y = \frac{\cos x}{x^3}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{\cos x}{x^3}$. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \frac{\cos(-x)}{-x^3} = -\frac{\cos(x)}{x^3} = -f(x).$$

Do đó hàm số $y = \frac{\cos x}{x^3}$ là hàm số lẻ.

» Câu 12. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

- A. $y = \cot 4x$. B. $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$. C. $y = \tan^2 x$. D. $y = |\cot x|$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số lẻ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Ta kiểm tra được đáp án A là hàm số lẻ nên có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Đáp án B là hàm số không chẵn, không lẻ. Đáp án C và D là các hàm số chẵn.

» Câu 13. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$ và $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $f(x)$ lẻ và $g(x)$ chẵn.
B. $f(x)$ và $g(x)$ chẵn.
C. $f(x)$ chẵn, $g(x)$ lẻ.
D. $f(x)$ và $g(x)$ lẻ.

👉 **Lời giải**

Chọn B

● Xét hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$.
TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \frac{\cos(-2x)}{1 + \sin^2(-3x)} = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x} = f(x) \rightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

● Xét hàm số $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid (k \in \mathbb{Z}) \right\}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $g(-x) = \frac{|\sin(-2x)| - \cos(-3x)}{2 + \tan^2(-x)} = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x} = g(x) \rightarrow g(x)$ là hàm số chẵn.

Vậy $f(x)$ và $g(x)$ chẵn.

» Câu 14. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

- A. $y = \frac{1}{\sin^3 x}$. B. $y = \sin\left(x + \frac{p}{4}\right)$. C. $y = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{p}{4}\right)$. D. $y = \sqrt{\sin 2x}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Viết lại đáp án B là $y = \sin\left(x + \frac{p}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x)$.

$$y = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{p}{4}\right) = \sin x + \cos x.$$

Viết lại đáp án C là

Kiểm tra được đáp án A là hàm số lẻ nên có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.
Ta kiểm tra được đáp án B và C là các hàm số không chẵn, không lẻ.
Xét đáp án D.

$$\Leftrightarrow \sin 2x \geq 0 \Leftrightarrow 2x \in [k2p; p + k2p] \Leftrightarrow x \in \left[kp; \frac{p}{2} + kp\right]$$

● Hàm số xác định

$$\rightarrow D = \left[kp; \frac{p}{2} + kp\right] \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

● Chọn $x = \frac{p}{4} \in D$ nhưng $-x = -\frac{p}{4} \notin D$. Vậy $y = \sqrt{\sin 2x}$ không chẵn, không lẻ.

» Câu 15. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) - 1$ lần lượt là:

- A. 4; -2. B. 2; -4. C. 1; -1. D. 3; -3.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.



+) $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có:

$$-1 \leq \sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) - 1 \leq 2$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) - 1$ là 2 khi $x = -\frac{p}{4}$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) - 1$ là -4 khi $x = \frac{3p}{4}$.

» Câu 16. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$y = 6\cos 2x - 7$ trên đoạn $\left[-\frac{p}{3}; \frac{p}{6}\right]$. Tính $M + m$

A. -14.

B. 3.

C. -11.

D. -10.

» LỜI GIẢI

Chọn C

Ta có: $-\frac{p}{3} \leq x \leq \frac{p}{6} \Leftrightarrow -\frac{2p}{3} \leq 2x \leq \frac{p}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -10 \leq 6\cos 2x - 7 \leq -1$.

Suy ra $M = -1, m = -10$. Vậy $M + m = -11$.

» Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$.

A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} + 1$.

B. $\min y = -3\sqrt{2} - 2$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

C. $\min y = -3\sqrt{2}$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

D. $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

» LỜI GIẢI

Chọn D

Ta có: $y = 1 - \cos 2x + 3\sin 2x - 2(1 + \cos 2x) = 3\sin 2x - 3\cos 2x - 1 = 3\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{p}{4}\right) - 1$.
 $\Rightarrow -3\sqrt{2} - 1 \leq y \leq 3\sqrt{2} - 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

» Câu 18. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \tan 2x$ trên một chu kỳ tuần hoàn. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.



D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

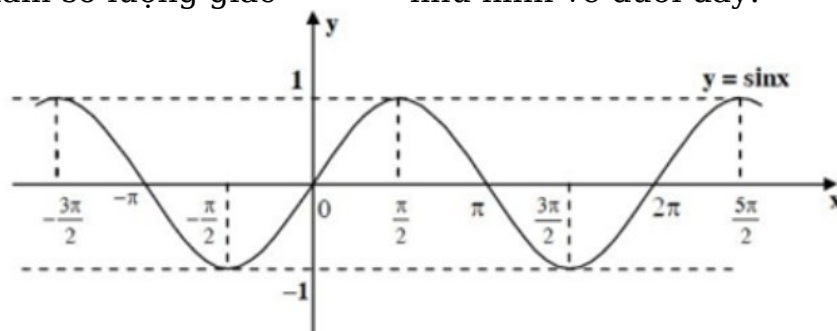
Tập xác định của hàm số đã cho là

Hàm số $y = \tan 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{2}$, dựa vào các phương án A; B; C; D thì ta sẽ xét tính đơn điệu của hàm số trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}$.

Dựa theo kết quả khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = \tan x$, có thể suy ra

với hàm số $y = \tan 2x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

» Câu 19. Cho đồ thị hàm số lượng giác $y = \sin x$ như hình vẽ dưới đây:



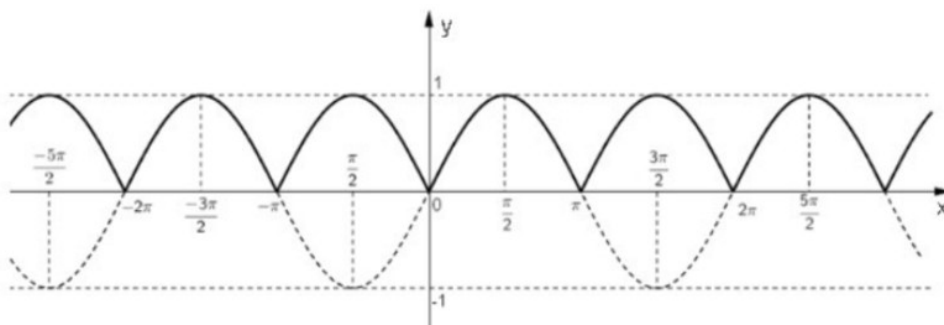
Hàm số $y = |\sin x|$ có bao nhiêu lần đạt giá trị bằng 1 trong đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$?

A. 5 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 7

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = |\sin x|$



Nhìn đồ thị ta thấy $y = |\sin x|$ có 5 lần đạt giá trị bằng 1 trong đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$



- » Câu 20. Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu tương ứng được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp của chúng ta được tính bằng huyết áp tâm thu/huyết áp tâm trương. Giả sử huyết áp của người đó thay đổi theo thời gian được cho bởi

công thức: $p(t) = 115 + 25\sin(160\pi t)$ trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimet thủy ngân) và thời gian t tính theo đơn vị phút. Khi đó, chỉ số huyết áp bằng

- A. $\frac{115}{90}$ B. $\frac{150}{60}$ C. $\frac{120}{80}$ D. $\frac{140}{90}$

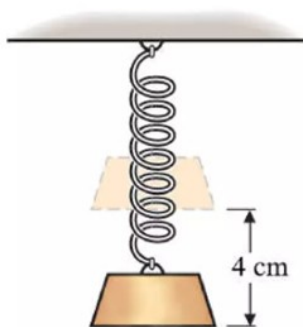
👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \forall x$ nên $115 - 25.1 \leq p(t) = 115 + 25\sin(160\pi t) \leq 115 + 25.1$
 $\Leftrightarrow 90 \leq p(t) \leq 140$

Vậy chỉ số huyết áp là $\frac{140}{90}$

- » Câu 21. Một con lắc lò xo sau khi được kéo xuống dưới vị trí cân bằng 4cm và thả ra thì nó dao động điều hòa với phương trình: $y = -4\cos 8t(\text{cm})$ (tham khảo hình vẽ).



Biên độ $A\text{cm}$ và chu kỳ T của dao động là

- A. $A = 4\text{cm}; T = \frac{p}{4}$ B. $A = 4\text{cm}; T = \frac{p}{2}$ C. $A = 8\text{cm}; T = \frac{p}{4}$ D. $A = 4\text{cm}; T = 2p$

👉 **Lời giải**

Chọn A

Biên độ của dao động là: $A = |-4| = 4(\text{cm})$.

$$T = \frac{2p}{|8|} = \frac{p}{4}.$$

Chu kỳ của dao động là:

- » Câu 22. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi

công thức $h = 3\cos\left(\frac{pt}{7 \cdot 8} + \frac{p}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi:

- A. $t = 13$ (giờ). B. $t = 14$ (giờ). C. $t = 15$ (giờ). D. $t = 16$ (giờ).

👉 **Lời giải**



Chọn B

Mức nước của kênh cao nhất khi h lớn nhất

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{pt}{8} + \frac{p}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{pt}{8} + \frac{p}{4} = k2p \quad \text{với } 0 < t \leq 24 \text{ và } k \in \mathbb{Z}.$$

Lần lượt thay các đáp án, ta được đáp án B thỏa mãn.

$$\text{Vì với } t=14 \text{ thì } \frac{pt}{8} + \frac{p}{4} = 2p \quad (\text{đúng với } k=1 \in \mathbb{Z}).$$

» Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + m - 1}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. 8.

B. 9.

C. 12.

D. 13.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ khi chỉ khi: $\sin^2 x - 2\sin x + m - 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow m \geq -\sin^2 x + 2\sin x + 1 = 2 - (\sin x - 1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max_{(-\infty; +\infty)} (-\sin^2 x + 2\sin x + 1) = 2 \Leftrightarrow m \geq 2$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z}; m \in [-10; 10] \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}.$$

» Câu 24. Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2021 được

cho bởi một hàm số $y = 4 \sin\left|\frac{p}{178}(t - 60)\right| + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất?

A. 28 tháng 5.

B. 29 tháng 5.

C. 30 tháng 5.

D. 31 tháng 5.

👉 **Lời giải**

Chọn B

$$\sin\left|\frac{p}{178}(t - 60)\right| \leq 1 \Rightarrow y = 4 \sin\left|\frac{p}{178}(t - 60)\right| + 10 \leq 14$$

Vì

Ngày có ánh nắng mặt trời chiếu nhiều nhất

$$\Leftrightarrow y = 14 \Leftrightarrow \sin\left|\frac{p}{178}(t - 60)\right| = 1 \Leftrightarrow \frac{p}{178}(t - 60) = \frac{p}{2} + k2p \Leftrightarrow t = 149 + 356k$$

$$0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \leq \frac{54}{89}.$$

Mà

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Với $k = 0 \Rightarrow t = 149$ tức rơi vào ngày 29 tháng 5

Vì ta đã biết tháng 1 và 3 có 31 ngày, tháng 4 có 30 ngày,

Riêng đối với năm 2021 thì không phải năm nhuận nên tháng 2 có 28 ngày hoặc dựa vào dữ kiện $0 < t \leq 365$ thì ta biết năm này tháng 2 chỉ có 28 ngày).

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» Câu 25. Cho hàm số $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{p}{4}\right)$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
--	---------	--------	-----



(a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$		
(b)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4		
(d)	Tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$		

🔑 **Lời giải**

$$y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$

- (a) Ta có: hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
 $-1 \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 1 \geq -\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq -1 \Leftrightarrow 4 \geq 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 2 \Leftrightarrow 4 \geq y \geq 2$
 » **Chọn ĐÚNG.**
- (b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2.
 Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2.
 » **Chọn ĐÚNG.**
- (c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.
 Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.
 » **Chọn ĐÚNG.**
- (d) Tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$
 Do đó tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$.
 » **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \tan 2x - 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{8}$ bằng 0		
(b)	Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{3}$ bằng $-\sqrt{3} - 1$		
(c)	Có ba giá trị x thuộc $[0; \pi]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2.		
(d)	Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.		

🔑 **Lời giải**

- (a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{8}$ bằng 0
 Ta có:

$$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \tan\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) - 1 = 1 - 1 = 0$$

» **Chọn ĐÚNG.**



(b) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{p}{3}$ bằng $-\sqrt{3} - 1$

$$f\left(\frac{p}{3}\right) = \tan\left(2 \cdot \frac{p}{3}\right) - 1 = -\sqrt{3} - 1$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Có ba giá trị x thuộc $[0; p]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2 .

Ta có: $f(x) = -2 \Leftrightarrow \tan 2x - 1 = -2 \Leftrightarrow \tan 2x = -1$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{p}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{p}{8} + k\frac{p}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0; p]$ nên $x \in \left\{\frac{3p}{8}; \frac{7p}{8}\right\}$ (khi đó $k=1; k=2$).

» **Chọn SAI.**

(d) Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

Tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Với mọi $x \in D$, ta có: $x \pm \frac{p}{2} \in D$ và

$$f\left(x + \frac{p}{2}\right) = \tan 2\left(x + \frac{p}{2}\right) - 1 = \tan(2x + p) - 1 = \tan 2x - 1 = f(x)$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 27. Cho hàm số $f(x) = |x| \sin x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.		
(b)	$f(-p) = - (p)$.		
(c)	Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$.		
(d)	$f(-x) = - f(x)$.		

» **Lời giải**

(a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

» **Chọn SAI.**

(b) $f(-p) = - (p)$.

Ta có $f(p) = p \sin p$; $f(-p) = |-p| \sin(-p) = -p \sin(p) = - (p)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$.

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và $f(-x) = |-x| \sin(-x) = -|x| \sin x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ



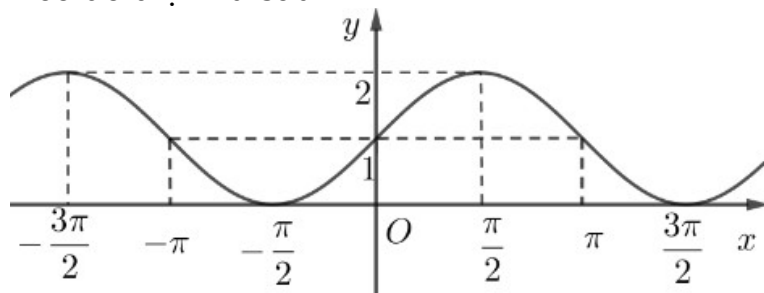
» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $f(-x) = -f(x)$

Ta có $f(-x) = -f(x)$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 28.** Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \left[-\frac{3p}{2}; \frac{3p}{2}\right]$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-p; 0)$.		
(c)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-p; -\frac{p}{2}\right)$.		
(d)	Tập giá trị của hàm số là $[0; 2]$.		

» **Lời giải**

(a) Hàm số có tập xác định $D = \left[-\frac{3p}{2}; \frac{3p}{2}\right]$.

Hàm số có dạng $f(x) = \sin x + 1 \Rightarrow$ hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

» **Chọn SAI.**

(b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-p; 0)$.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{p}{2}; \frac{p}{2}\right)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-p; -\frac{p}{2}\right)$.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-p; -\frac{p}{2}\right)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tập giá trị của hàm số là $[0; 2]$.

Tập giá trị của hàm số là $[0; 2]$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 29.** Cho hàm số $f(x) = |\tan x| + |x^3 - 3x|$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$D = \mathbb{I} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$ Tập xác định của hàm số:		
(b)	Hàm số đã cho là hàm số chẵn.		
(c)	$f(-p) = - (p)$		
(d)	Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$		

🔍 **Lời giải**

(a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{I} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{I} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

$\forall x \in D$, ta có: $-x \in D$ và $f(-x) = |\tan(-x)| + |(-x)^3 - 3(-x)| = |\tan x| + |x^3 - 3x| = f(x)$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $f(-p) = - (p)$

Do đó $f(-p) \neq - (p)$.

» **Chọn SAI.**

(d) Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$

Do hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Nên hàm số không đối xứng qua gốc tọa độ.

» **Chọn SAI.**

» Câu 30. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + 1$ và $g(x) = \sin x + \tan x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{I}$.		
(b)	Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.		
(c)	Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{I} \setminus \left\{ \frac{p}{3} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
(d)	Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.		

🔍 **Lời giải**

(a) Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{I}$.

Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{I}$.

» **Chọn ĐÚNG.**



(b) Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm 2p \in D$ và $f(x+2p) = 2\cos(x+2p) + 1 = 2\cos x + 1 = f(x)$.
Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{3} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Tập xác định hàm số:

» **Chọn SAI.**

(d) Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm 2p \in D$ và

$$f(x+2p) = \sin(x+2p) + \tan(x+2p) = \sin x + \tan x = f(x)$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 31.** Cho hàm số $f(x) = \tan x$ và $g(x) = \cot^2 x - \frac{\sin 2x}{2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
(b)	Hàm số $f(x)$ là hàm không tuần hoàn.		
(c)	Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \{kp \mid k \in \mathbb{Z}\}$.		
(d)	Hàm số $g(x)$ là hàm tuần hoàn.		

» **Lời giải**

(a) Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Tập xác định hàm số:

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $f(x)$ là hàm không tuần hoàn.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm p \in D$ và $f(x+p) = \tan(x+p) = \tan x = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn SAI.**

(c) Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \{kp \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{kp \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Hàm số $g(x)$ là hàm tuần hoàn.



Với mọi $x \in D$ thì $x \pm p \in D$ và

$$f(x+p) = \cot^2(x+p) - \frac{\sin 2(x+p)}{2} = \cot^2 x - \frac{\sin 2x}{2} = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 32. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3 \cos x$ và $g(x) = \sin x + \cos x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5		
(b)	Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = p + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$)		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$		
(d)	Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3p}{4} + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$)		

» **Lời giải**

(a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3 \cos x \leq 3 \Rightarrow -1 \leq 2 + 3 \cos x \leq 5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = p + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5, khi đó $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1, khi đó $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = p + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$).

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{p}{4} \right).$$

Ta có:

» **Chọn SAI.**

(d) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3p}{4} + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin \left(x + \frac{p}{4} \right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{p}{4} \right) \leq \sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\sqrt{2}$, khi đó $\sin \left(x + \frac{p}{4} \right) = 1$

$$\Leftrightarrow x + \frac{p}{4} = \frac{p}{2} + k2p \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{p}{4} + k2p \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-\sqrt{2}$, khi đó $\sin \left(x + \frac{p}{4} \right) = -1$

$$\Leftrightarrow x + \frac{p}{4} = -\frac{p}{2} + k2p \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{3p}{4} + k2p \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

» **Chọn ĐÚNG.**



» Câu 33. Cho các hàm số sau: $f(x) = \sqrt{5 - 3\sin^2 x}$; $g(x) = \tan x - x \cos x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.		
(b)	Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số lẻ.		
(c)	Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
(d)	Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.		

» Lời giải

(a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

Tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R}$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Với mọi $x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = \sqrt{5 - 3\sin^2(-x)} = \sqrt{5 - 3\sin^2 x} = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

» Chọn SAI.

(c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Tập xác định hàm số là:

» Chọn ĐÚNG.

(d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Với mọi $x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = \tan(-x) - (-x) \cos(-x) = -\tan x + x \cos x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 34. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) được cho bởi công thức

$$h(t) = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} \right) + 14$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công thức tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.		
(b)	Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m .		
(c)	Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14m .		
(d)	Thời gian để mực nước cao nhất là $t = 9$.		

» Lời giải



(a) Công thức tuần hoàn với chu kì $T=2p$.

Công thức có dạng $y=\cos(ax+b)$ tuần hoàn với chu kì $T=\frac{2p}{|a|}$ nên chu kì cần tìm là $T=\frac{2p}{\frac{p}{6}}=12$.

» **Chọn SAI.**

(b) Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m .

Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) + 14 \leq 17$
 $\Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Vậy chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m .
 » **Chọn ĐÚNG.**

(c) Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14m .

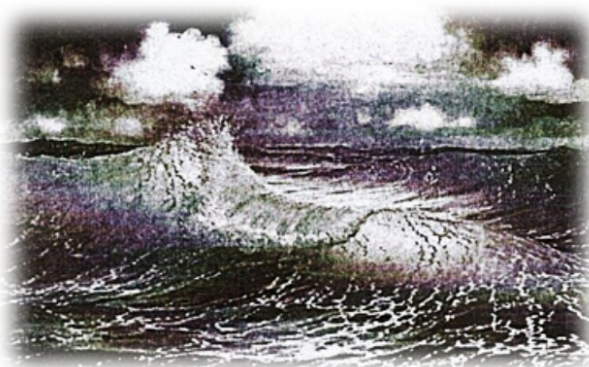
Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) + 14 \leq 17$
 $\Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17m .
 » **Chọn SAI.**

(d) Thời gian để mực nước cao nhất là $t=9$.

Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) + 14 \leq 17$
 $\Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17m .
 $\text{Max } h=17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{pt}{6} + \frac{p}{4} = k2p \Leftrightarrow t = -3 + 12k, k \in \mathbb{Z}$.
 Vì thời gian không âm và $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $t=9$.
 Vậy thời gian ngắn nhất $t = -3 + 12 = 9$.
 » **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 35.** Chiều cao so với mực nước biển trung bình tại thời điểm t (giây) của mỗi con

sóng được cho bởi hàm số $h(t) = 75 \sin\left(\frac{pt}{8}\right)$, trong đó $h(t)$ được tính bằng centimét.



(Tất cả kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	----------------	-------------	------------



(a)	Chiều cao của sóng tại các thời điểm 5 giây bằng $69,3 \text{ (cm)}$		
(b)	Chiều cao của sóng tại các thời điểm 20 giây bằng 75 (cm)		
(c)	Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 6 giây		
(d)	Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 18 giây		

Lời giải

(a) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 5 giây bằng $69,3 \text{ (cm)}$

$$h(5) = 75 \sin\left(\frac{p \cdot 5}{8}\right) \approx 69,3 \text{ (cm)}$$

Khi $t=5$, ta có:

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 20 giây bằng 75 (cm)

$$h(20) = 75 \sin\left(\frac{p \cdot 20}{8}\right) = 75 \text{ (cm)}$$

Khi $t=20$, ta có:

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 6 giây

$$\text{Ta có: } \sin\left(\frac{pt}{8}\right) \leq 1 \Rightarrow 75 \sin\left(\frac{pt}{8}\right) \leq 75 \text{ hay } h(t) \leq 75.$$

$$\text{Giá trị lớn nhất của } h(t) \text{ là } 75, \text{ khi đó } \sin\left(\frac{pt}{8}\right) = 1 \Rightarrow \frac{pt}{8} = \frac{p}{2} + k2p (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow t = 4 + 16k (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vì } t \in [0; 30] \Rightarrow t \in [4; 20] \text{ (ứng với } k \text{ bằng 0 và 1).}$$

» **Chọn SAI.**

(d) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 18 giây

Vậy tại các thời điểm 4 giây hoặc 20 giây (trong 30 giây đầu tiên) thì con sóng đạt chiều cao cực đại (là 75 cm).

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 36.** Tập giá trị của hàm số: $y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x$ có dạng $[a; b]$ với $a; b$ là các số nguyên. Tính giá trị $S = a^2 - 2ab$

Lời giải

✓ **Trả lời: -33**

$$y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x$$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x = 5 + 2 \sin 4x$$

$$\text{Do } -1 \leq \sin 4x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin 4x \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq 5 + 2 \sin 4x \leq 7 \Leftrightarrow 3 \leq y \leq 7.$$

$$\text{Vậy giá trị của hàm số là } T = [3; 7] \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow S = -33$$



» Câu 37. Tập giá trị của hàm số: $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ có dạng $\left[\frac{a}{b}; 1\right]$ với a, b là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a + ab^2$

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 17**

$$y = \sin^6 x + \cos^6 x$$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có:

$$y = \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$$

$$\text{Do } 0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \geq -\frac{3}{4} \sin^2 2x \geq -\frac{3}{4} \Leftrightarrow 1 \geq 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 \geq y \geq \frac{1}{4}$$

$$T = \left[\frac{1}{4}; 1\right] \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow S=17$$

Vậy giá trị của hàm số là

» Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[0; 10]$ để hàm số $y = \sqrt{m - 2 \sin x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 9**

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow m - 2 \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 2 \sin x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 2.$$

Vậy $m \geq 2$.

Khi đó trong đoạn $[0; 10]$ có 9 giá trị thỏa mãn.

» Câu 39. Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một

năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{p}{182}(t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 353**

$$\text{Do } \sin \left[\frac{p}{182}(t - 80) \right] \geq -1 \Rightarrow 3 \sin \left[\frac{p}{182}(t - 80) \right] \geq -3$$

$$\Rightarrow 3 \sin \left[\frac{p}{182}(t - 80) \right] + 12 \geq 9 \Rightarrow d(t) \geq 9$$

Vậy thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất khi và chỉ khi:

$$\sin \left[\frac{p}{182}(t - 80) \right] = -1 \Leftrightarrow \frac{p}{182}(t - 80) = -\frac{p}{2} + k2p$$

$$\Leftrightarrow t - 80 = 182 \left(-\frac{1}{2} + 2k \right) \Leftrightarrow t = 364k - 11, k \in \mathbb{Z}$$



Mặt khác: $0 \leq 364k - 11 \leq 365 \Leftrightarrow \frac{11}{364} \leq k \leq \frac{376}{364} \Leftrightarrow k=1$ (do $k \in \mathbb{Z}$)
 $\Rightarrow t = 364 - 11 = 353$

Vậy thành phố T có ít giờ ánh sáng Mặt Trời nhất là 9 giờ khi $t = 353$, tức là vào ngày thứ 353 trong năm.

» **Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{\sin x - 1}{\cos x + m}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 18**

Điều kiện xác định: $\cos x + m \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -m$

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -m < -1 \\ -m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$.

Khi đó trong đoạn $[-10; 10]$ có $9 + 9 = 18$ giá trị thỏa mãn.

» **Câu 41.** Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số:

$$y = 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) - 1$$

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -2**

$$y = f(x) = 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) - 1$$

TXD: $D = \mathbb{R}$.

$$-1 \leq \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -3 \leq 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) - 1 \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$f_{\max}(x) = 1 \Leftrightarrow \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$f_{\min}(x) = -3 \Leftrightarrow \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = -1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -2

» **Câu 42.** Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số:

$$y = \sqrt{1 + \sin x} - 3. \text{ Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.}$$

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -4,59**

$$y = f(x) = \sqrt{1 + \sin x} - 3$$

Do $\sin x \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 0 \leq 1 + \sin x \leq 2, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -3 \leq \sqrt{1 + \sin x} - 3 \leq \sqrt{2} - 3, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -3 \leq f(x) \leq \sqrt{2} - 3, \forall x \in \mathbb{R}$$



$$f_{\min}(x) = -3 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$f_{\max}(x) = \sqrt{2} - 3 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng
 $-3 + \sqrt{2} - 3 = -6 + \sqrt{2} \approx -4,59$

» Câu 43. Hàm số $y = 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = \frac{a}{b}\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, với $a; b$

là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a + ab^2$

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

Ta có: $\cos^2 x \geq 0 \Rightarrow -\cos^2 x \leq 0 \Rightarrow 1 - \cos^2 x \leq 1$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \cos^2 x} \leq 1 \Rightarrow -3\sqrt{1 - \cos^2 x} \geq -3 \Rightarrow 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x} \geq -2 \Rightarrow y \geq -2.$$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} = 0$$

(Dấu "=" xảy ra

$$\Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.)$$

Vậy tại $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ thì y đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

Khi đó $a=1; b=2 \Rightarrow S = 1 + 2^2 = 5$

» Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{\frac{m-1}{m} - 2\cos 4x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Để hàm số $y = \sqrt{\frac{m-1}{m} - 2\cos 4x}$ xác định trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{m-1}{m} - 2\cos 4x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{m-1}{2m} \geq \cos 4x \geq -1 \Leftrightarrow \frac{m-1}{2m} \geq -1 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0.$$

» Câu 45. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024; 2024]$ để hàm số $y = \sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + 1 - m}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2025**

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\sin^2 x - 2\sin x + 1 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

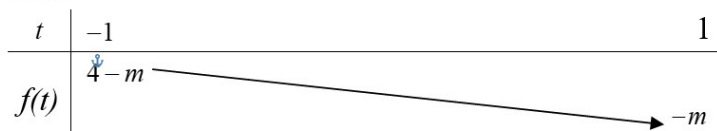
Đặt $t = \sin x \Rightarrow t \in [-1; 1]$

Lúc này ta đi tìm điều kiện của m để $f(t) = t^2 - 2t + 1 - m \geq 0, \forall t \in [-1; 1]$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow \min_{t \in [-1; 1]} f(t) \geq 0 \quad (2)$$

Ta có

Xét $f(t) = t^2 - 2t + 1 - m, t \in [-1; 1]$, ta có bảng biến thiên



Do đó (2) $\Leftrightarrow -m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Vì $m \in [-2024; 2024]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2024; -2023; \dots; 0\}$ nên có 2025 giá trị của tham số m .

» Câu 46. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3$. Tính $M + m$.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

$$y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3 = 2 \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) + 3 = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 3$$

Ta có

$$\forall x: -1 \leq \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 3 \leq 5 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 5.$$

Do

Vậy $m = \min y = 1$ khi $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ và $M = \max y = 5$ khi $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên $M + m = 6$.

» Câu 47. Trong các hàm số $y = \sin 2x$, $y = \tan |x|$, $y = \tan x + \cot x$, $y = 2 \sin x + 3$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

» Xét hàm số $y = \sin 2x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có: $f(-x) = \sin(-2x) = -\sin 2x = -f(x)$.

Do đó hàm số đã cho là hàm số lẻ.

» Xét hàm số $y = \tan |x|$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có: $f(-x) = \tan |-x| = \tan |x| = f(x)$.

Do đó hàm số đã cho là hàm số chẵn.

» Xét hàm số $y = \tan x + \cot x$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Ta có: $f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -(\tan x + \cot x) = -f(x)$

Do đó hàm số đã cho là hàm số lẻ.

» Xét hàm số $y = 2 \sin x + 3$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Ta có: $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 3 = 1$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 3 = 5$



$$\begin{cases} f\left(x - \frac{p}{2}\right) \neq \left(\frac{p}{2}\right) \\ f\left(x - \frac{p}{2}\right) \neq -\left(\frac{p}{2}\right) \end{cases}$$

Nhận thấy
Do đó hàm số không chẵn không lẻ.

- » Câu 48. Tìm chu kỳ tuần hoàn của hàm số $f(x) = \tan 2x$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,57**

Ta có : $f\left(x + \frac{p}{2}\right) = f(x), \forall x \in D$

Giả sử có số thực dương $T < \frac{p}{2}$ thỏa

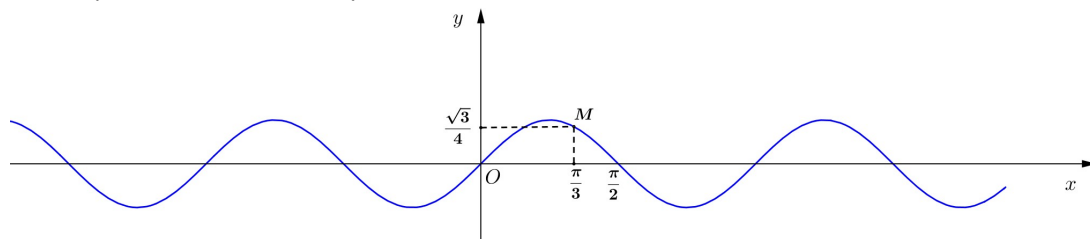
$$f(x+T) = f(x) \Leftrightarrow \tan(2x+2T) = \tan 2x, \forall x \in D \quad (**)$$

Cho $x=0 \Rightarrow VT(**) = \tan 2T \neq 0; \quad VP(**) = 0$

$\Rightarrow (**)$ không xảy ra với mọi $x \in D$. Vậy hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ

$$T_0 = \frac{p}{2} \approx 1,57$$

- » Câu 49. Cho hàm số $y = k \sin(tx)$ với $k, t \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số có tập giá trị là $[a, b]$. Tính $T = 2a + 6b$.



👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Vì hàm số đi qua $O(0,0), M\left(\frac{p}{3}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right), A\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ nên hàm số đã cho là $y = \frac{1}{2} \sin(2x)$

Vì $\forall x: -1 \leq \sin(2x) \leq 1$ nên $-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \sin(2x) \leq \frac{1}{2}$.

Suy ra tập giá trị của hàm số là $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

Vậy $T = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 6 \cdot \frac{1}{2} = 2$

- » Câu 50. Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2024

được cho bởi một hàm số $y = 4 \sin\left[\frac{p}{178}(t - 60)\right] + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào



ngày nào trong tháng 5 năm 2024 thì thành phố A có số giờ ánh sáng mặt trời chiếu nhiều nhất?

Lời giải

✓ **Trả lời: 28**

$$\text{Vì } \sin\left[\frac{p}{178}(t-60)\right] \leq 1 \Leftrightarrow 4 \sin\left[\frac{p}{178}(t-60)\right] \leq 4 \Leftrightarrow 4 \sin\left[\frac{p}{178}(t-60)\right] + 10 \leq 14 \Leftrightarrow y \leq 14$$

Ngày có ánh nắng mặt trời chiếu nhiều nhất khi $y=14$

$$\Leftrightarrow \sin\left[\frac{p}{178}(t-60)\right] = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{p}{178}(t-60) = \frac{p}{2} + 2kp, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t-60 = 89 + 356k \Leftrightarrow t = 149 + 356k$$

$$0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -149 < 356k \leq 216 \Leftrightarrow \frac{-149}{356} < k \leq \frac{54}{89}$$

Mà

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k=0$.

Với $k=0$ thì $t=149$.

Năm 2024 là năm nhuận nên tháng 1, tháng 3 và tháng 5 có 31 ngày, tháng 2 có 29 ngày, tháng 4 có 30 ngày.

Vậy ngày thứ 149 trong năm 2024 rơi vào ngày 28 tháng 5.

----- Hết -----

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>