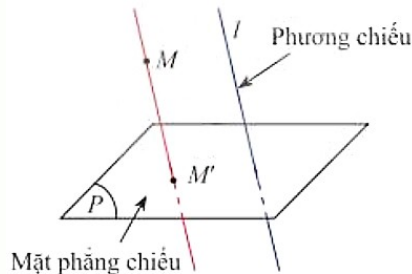


A. Tóm tắt kiến thức

1. Khái niệm phép chiếu song song

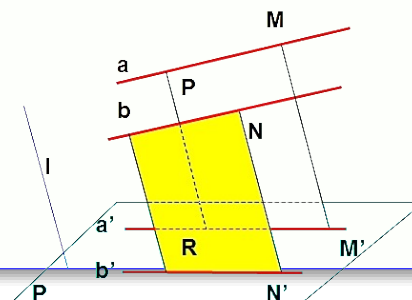
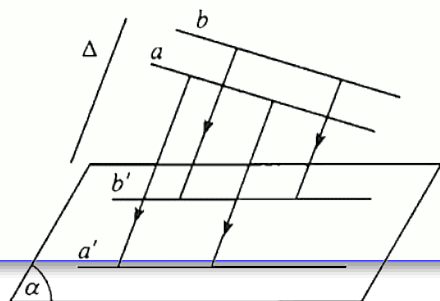
- ✓ Trong không gian, cho mặt phẳng (P) và đường thẳng l cắt (P) . Với mỗi điểm M trong không gian, vẽ một đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với l . Đường thẳng này cắt (P) tại M' .
- ✓ Phép cho tương ứng mỗi điểm M trong không gian với điểm M' trong (P) được gọi là phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l .



- ✓ Mặt phẳng (P) được gọi là mặt phẳng chiếu và đường thẳng l được gọi là phương chiếu của phép chiếu song song nói trên.
- ✓ Phép chiếu song song theo phương l còn được gọi tắt là phép chiếu theo phương l .
- ✓ Điểm M' gọi là ảnh của điểm M qua phép chiếu theo phương l .
- ✓ Cho hình H trong không gian. Ta gọi tập hợp P' các ảnh M' của tất cả những điểm M thuộc H qua phép chiếu song song theo phương l là hình chiếu song song của H lên mặt phẳng (P) .

2. Tính chất của phép chiếu song song

- ✓ Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- ✓ Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- ✓ Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- ✓ Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- ✓ Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.



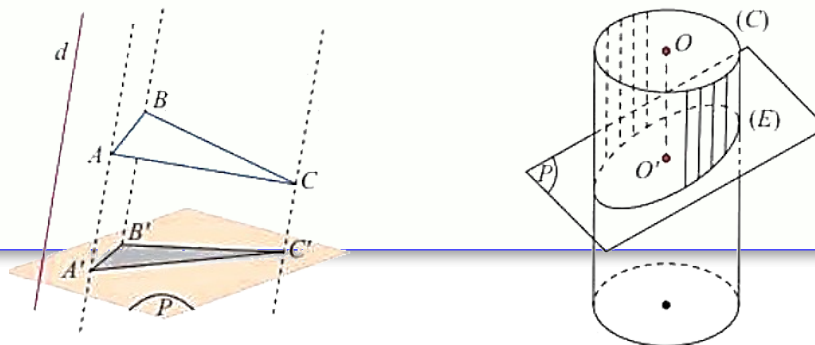
3. Hình biểu diễn của một số hình không gian trên mặt phẳng

- ✓ Hình biểu diễn của một hình H trong không gian là hình chiếu song song của H trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

✍ **Chú ý:**

Dựa theo tính chất của phép chiếu song song, ta phải tuân theo một số quy tắc khi vẽ hình biểu diễn, chẳng hạn như:

- a) Nếu trên hình H có hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) thì chúng được biểu diễn bằng hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) và tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng này phải bằng tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng tương ứng trên hình H .
 - b) Nếu hình phẳng nằm trong mặt phẳng không song song với phương chiếu thì
- ✓ Hình biểu diễn của một đường tròn thường là một elip.
 - ✓ Hình biểu diễn của một tam giác (vuông, cân, đều) là một tam giác.
 - ✓ Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành là hình bình hành.



Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng 1: Xác định ảnh của một hình qua phép chiếu song song cho trước

📖 **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'CD'$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương $A'B$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Xác định ảnh của tứ diện $ABCD$ qua phép chiếu song song có phương chiếu là đường thẳng MN , mặt phẳng chiếu là mặt phẳng (Q) bất kì cắt đường thẳng MN .

•Dạng 2: Vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian

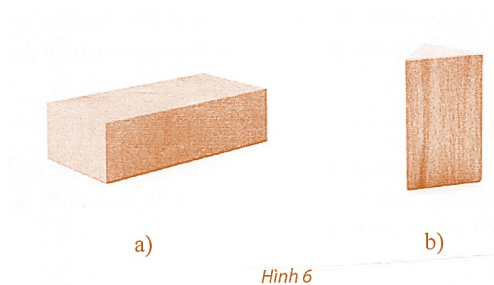
📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Vẽ hình biểu diễn của:

- Một tam giác vuông nội tiếp trong một đường tròn;
- Một lục giác đều.

Câu 2: Vẽ hình biểu diễn của hình lăng trụ có đáy là tam giác đều.

Câu 3: Vẽ hình biểu diễn của các vật sau.



©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. Chéo nhau. B. đồng qui. C. Song song. D. thẳng hàng.

Câu 2: Phép chiếu song song theo phương l không song song với a hoặc b , mặt phẳng chiếu là (P) , hai đường thẳng a và b biến thành a' và b' . Quan hệ nào giữa a và b không được bảo toàn đối với phép chiếu song song?

- A. Cắt nhau B. Chéo nhau C. Song song D. Trùng nhau

Câu 3: Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l . Trong các sau mệnh đề nào đúng?

- Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể song song với nhau
- Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau
- Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau thì song song với nhau
- Các mệnh đề trên đều sai

Câu 4: Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau không thể có vị trí nào trong các vị trí tương đối sau?

- A. Cắt nhau. B. Song song. C. Trùng nhau. D. Chéo nhau.

Câu 5: Cho tam giác ABC ở trong mp (α) và phương l . Biết hình chiếu của tam giác ABC lên mp (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $(\alpha) // (P)$ B. $(\alpha) \equiv (P)$
C. $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$ D. $A; B; C$ đều sai.

Câu 6: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang B. Hình bình hành
C. Hình chữ nhật D. Hình thoi

Câu 7: Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường tròn.
B. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đoạn thẳng.
C. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường elip.
D. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành một điểm.

Câu 8: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Câu 9: Hãy chọn câu trả lời **đúng**. Trong không gian

- A. Hình biểu diễn của một đoạn thẳng là một đoạn thẳng hoặc một điểm.
B. Hình biểu diễn của một hình tròn là một hình tròn.
C. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật hoặc một đoạn thẳng.
D. Hình biểu diễn của một góc là một góc bằng nó.

Câu 10: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau
B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau.
C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.
D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song nhau.

Câu 11: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật.
C. Hình thoi. D. Hình thang.

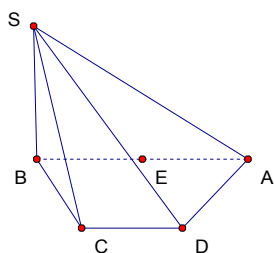
Câu 12: Phép chiếu song song theo phương không song song với hoặc, mặt phẳng chiếu là, hai đường thẳng và biến thành và. Quan hệ nào giữa và không được bảo toàn đối với phép chiếu song song?

- A. Cắt nhau. B. Chéo nhau.
C. Song song. D. Trùng nhau

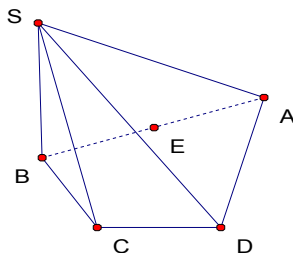
Câu 13: Cho tam giác ABC ở trong mp (α) và phương l . Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên mp (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(\alpha) // (P)$.
 B. $(\alpha) \equiv (P)$.
 C. $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$
 D. $A; B; C$ đều sai.

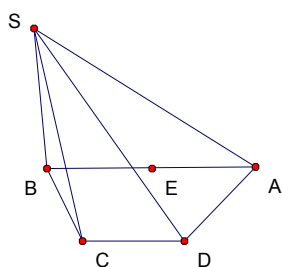
Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB gấp đôi đáy nhỏ CD , E là trung điểm của đoạn AB . Hình vẽ nào sau đây đúng quy tắc?



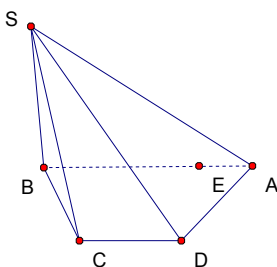
A.



B.



C.

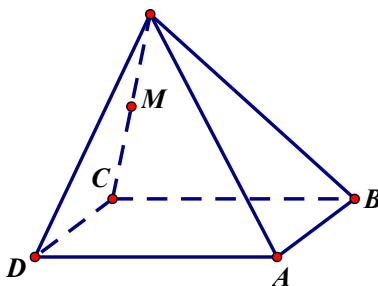


D.

Câu 15: Cho hình thoi $ABCD$. Qua các đỉnh A, B, C, D dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) không song song với $(ABCD)$ cắt bốn đường thẳng nói trên tại E, F, G, H . Hỏi tứ giác $EFGH$ là hình gì?

- A. Hình thang cân.
 B. Hình bình hành.
 C. Hình thang vuông.
 D. Hình thoi.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi M là trung điểm của SC (như hình vẽ).



Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

- A. Trung điểm của SB .
 B. Trung điểm của SD .
 C. Điểm D .
 D. Trung điểm của SA .

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành hoặc là một đoạn thẳng.		
b)	Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật hoặc là một đoạn thẳng.		
c)	Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông hoặc là một đoạn thẳng.		
d)	Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi hoặc là một đoạn thẳng.		

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AA' // CC'$		
b)	A' hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương CC' .		
c)	Gọi M là một điểm trên đoạn thẳng AB . Hình chiếu của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương BB' là điểm $M' \in A'B'$		
d)	Gọi O là tâm của hình bình hành $BCC'B'$. Ảnh của O qua phép chiếu song song theo phương AA' trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$.		

Câu 3. Cho các đoạn thẳng và đường thẳng không song song hoặc không trùng với phương chiếu.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.		
b)	Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.		
c)	Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.		
d)	Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Một phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N .
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

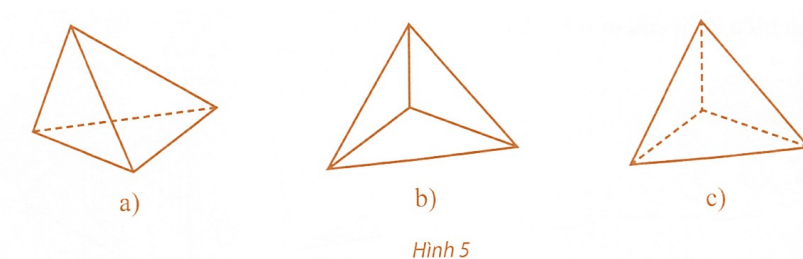
Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	N là hình chiếu song song của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương OM .		
b)	$\frac{AO}{AN} = \frac{1}{3}$		
c)	$\frac{AN}{AC} = 4$		
d)	$\frac{CN}{CA} = \frac{1}{4}$		

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'; I$ và I' lần lượt là trung điểm của đoạn AB và $A'B'$.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

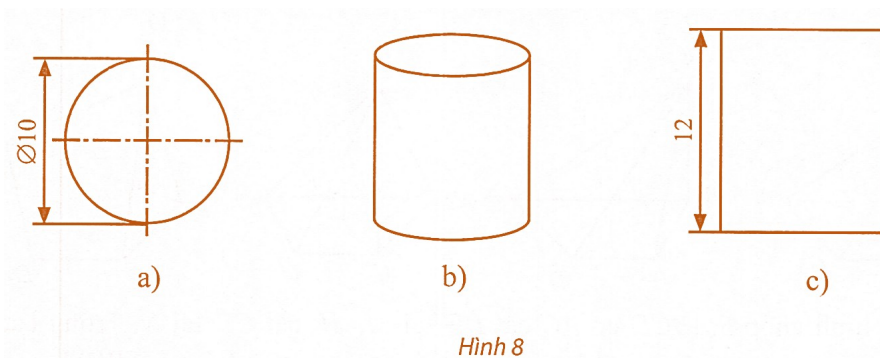
Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$AI' \parallel IB'$		
b)	Hình chiếu song song của I trên mặt phẳng $(A'B'C')$ phương AI là điểm C' .		
c)	Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, vẽ hình bình hành $A'C'MI'$. Suy ra $ACMI'$ là hình bình hành.		
d)	M là hình chiếu song song của C theo phương AI' trên mặt phẳng $(A'B'C')$.		

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

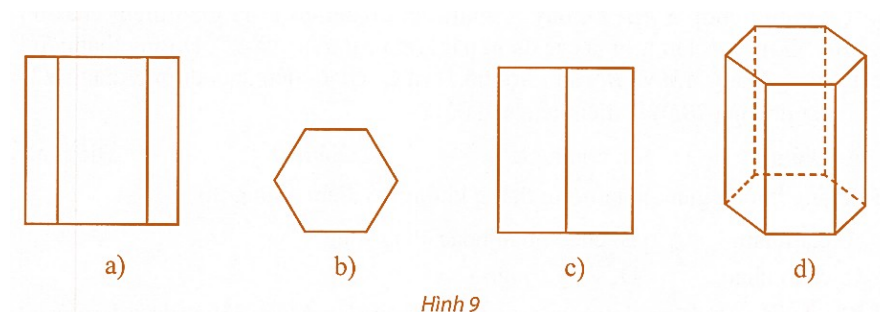
Câu 1: Trong Hình 5, hãy cho biết hình nào là hình biểu diễn của tứ diện?



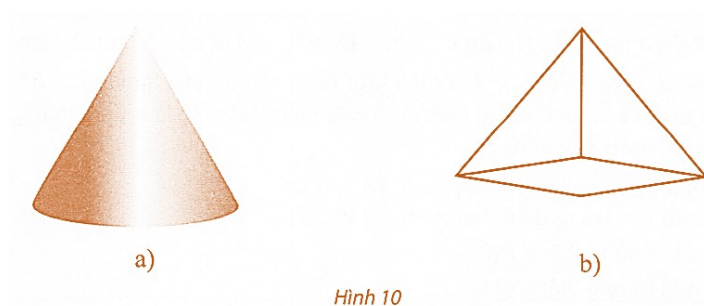
Câu 2: Trong Hình 8, hãy cho biết hình nào là hình biểu diễn của hình trụ?



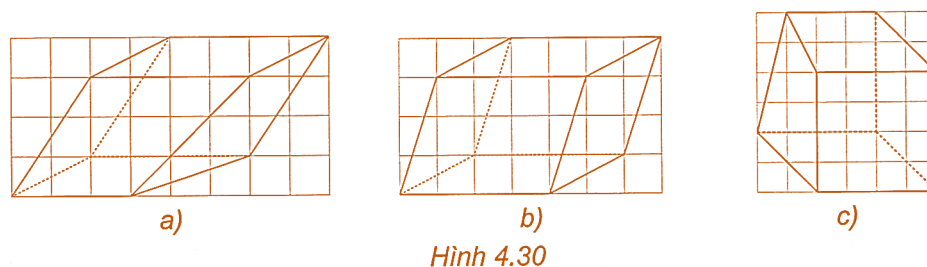
Câu 3: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của hình lăng trụ đứng có đáy là lục giác đều?



Câu 4: Vẽ hình biểu diễn của các vật sau.

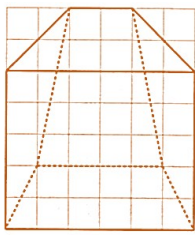


Câu 5: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của một hình hộp? Giải thích vì sao.

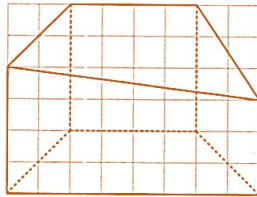


Câu 6: Vẽ hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông.

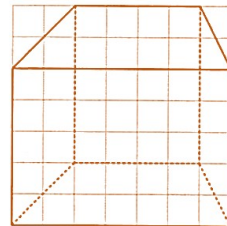
Câu 7: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của hình lăng trụ tứ giác có hai đáy là hình thang?



a)



b)



c)

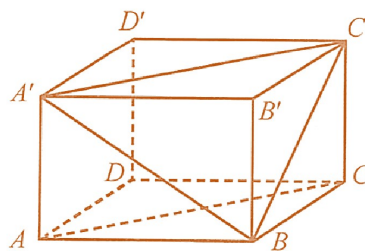
Hình 4.31

Câu 8: Hình biểu diễn của hai đường thẳng cắt nhau có thể là hai đường thẳng song song được không? Vì sao?

Câu 9: Hình biểu diễn của hai đường thẳng chéo nhau có thể là hai đường thẳng song song được không? Vì sao?

Câu 10: Cho mặt phẳng (P) , đoạn thẳng AB và đường thẳng l cắt mặt phẳng (P) . Cho biết AB không song song với l . Nêu cách xác định hình chiếu song song của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) theo phương l .

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'C'B$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương DD' .



Hình 4

Câu 12: Cho mặt phẳng (P) , tam giác ABC và đường thẳng l cắt mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng AB, BC, CA đều không song song hoặc trùng với đường thẳng l . Xác định hình chiếu song song của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) theo phương l trong mỗi trường hợp sau:

a) Mặt phẳng (ABC) không song song với l ;

b) Mặt phẳng (ABC) song song hoặc chứa l .

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$.

a) Xác định hình chiếu M' của M qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương AA' .

b) Chứng minh rằng $M'B' = 2M'C'$.

Câu 14: Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Gọi O' là hình chiếu của O qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' .

Chứng minh rằng O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không là hình thang.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

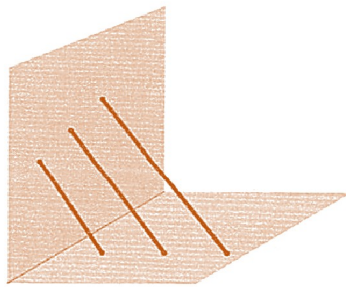
b) Xác định hình chiếu của điểm A qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (SCD) theo phương SB .

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD và (P) là mặt phẳng cố định không song song với MN . Gọi A', B', C', D', M', N' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, D, M, N qua phép chiếu lên mặt phẳng (P) theo phương MN .

a) Chứng minh rằng hai điểm M' và N' trùng nhau.

b) Chứng minh rằng bốn điểm A', B', C', D' là bốn đỉnh của một hình bình hành.

Câu 17: Ba chiếc gậy thẳng được đặt dựa vào tường và đôi một song song với nhau $(H.4.32)$. Giải thích vì sao nếu ba đầu gậy trên tường thẳng hàng thì ba đầu gậy trên mặt sàn cũng thẳng hàng.



Hình 4.32

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>