

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 02/10/2015

Thời gian làm bài: 180 phút

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài I (3,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2$, có đồ thị (C) . Tìm trên trục hoành các điểm mà từ đó kẻ được đến đồ thị (C) ba tiếp tuyến phân biệt, trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Bài II (5,0 điểm)

1) Giải phương trình $2\sqrt{-2x^2 + 5x + 7} = x^3 - 3x^2 - x + 12.$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + xy^2 = y^6 + y^4 \\ 3\sqrt{7 + 2x^2} + \sqrt{3 - 2y^4} = 10 \end{cases}.$$

Bài III (3,0 điểm)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 1. Chứng minh

$$4\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}\right) \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + 9.$$

Bài IV (5,0 điểm)

Cho hai tia Ax, By chéo nhau, có AB là đoạn vuông góc chung. Điểm M di động trên tia Ax (M khác A), điểm N di động trên tia By (N khác B) sao cho $AM + BN = MN$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AB , H là hình chiếu vuông góc của O trên MN .

1) Chứng minh $HM = AM$ và $HN = BN$.

2) Chứng minh H thuộc một đường tròn cố định.

Bài V (4,0 điểm)

Cho dãy số (x_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = x_n^{2016} + x_n, n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Xét dãy số (y_n) với $y_n = \frac{x_1^{2015}}{x_2} + \frac{x_2^{2015}}{x_3} + \dots + \frac{x_n^{2015}}{x_{n+1}}, n = 1, 2, \dots$

1) Chứng minh $y_n = 1 - \frac{1}{x_{n+1}}.$

2) Tính $\lim y_n.$

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: Số báo danh: