

ĐỀ LỄ

Câu 1 (1đ). Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x+1}{7x+1}$.

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2+5x-1}+3x)$.

Giải

a. $\dots = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8+\frac{1}{x}}{7+\frac{1}{x}} = \frac{8}{7} \dots (0,25 \times 2)$

b. $\dots = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{\sqrt{9x^2+5x-1}-3x} = \dots = -\frac{5}{6} \dots (0,25 \times 2)$

Câu 2 (1đ). Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-6}{x^2-9}, & x \neq 3 \\ \frac{5}{6} & x = 3 \end{cases}$ tại $x_0 = 3$.

Giải

$f(3) = \frac{5}{6} \dots (0,25)$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-x-6}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x+3} = \frac{5}{6} \dots (0,25)$

$\Rightarrow f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \dots (0,25)$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 3$. $\dots (0,25)$

Câu 3 (1đ). Tính đạo hàm các hàm số sau:

a. $y = x^3 + 2x + 2022$.

b. $y = \sin(7x+1) - \sqrt{\tan 6x}$.

Giải

a. $y' = 3x^2 + 2 \dots (0,25 \times 2)$

b. $y' = 7 \cos(7x+1) - \frac{3}{\cos^2 6x \sqrt{\tan 6x}} \dots (0,25 \times 2)$

Câu 4 (1đ). Cho hàm số $y = 2x^3 - \sin^2 x$. Chứng minh $2y + y'' + 2 \cos^2 x = 4x^3 + 12x$.

Giải

$y' = 6x^2 - 2 \sin x \cos x = 6x^2 - \sin 2x \dots (0,25)$

$y'' = 12x - 2 \cos 2x \dots (0,25)$

$VT = 4x^3 - 2 \sin^2 + 12x - 2 \cos 2x + 2 \cos^2 x = \dots = VP \dots (0,25 \times 2)$

Câu 5 (1đ). Cho hàm số $y = f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

Giải

$y' = 4x^3 + 4x \dots (0,25)$

$y(1) = 4 \dots (0,25)$

$y'(1) = 8 \dots (0,25)$

Phương trình tiếp tuyến $y = 8(x-1) + 4 = 8x - 4 \dots (0,25)$

Câu 6 (1đ). Quỹ đạo chuyển động $S(t)$ của một chất điểm theo thời gian t được biểu diễn theo công thức $S(t) = t^3 - 3t^2 - 8t + 1$, $t > 0$, trong đó t tính bằng giây, S tính bằng mét. Tìm gia tốc tức thời của vật tại thời điểm vận tốc tức thời bằng 1.

Giải

$v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t - 8 \dots (0,25)$

$v(t) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (\text{loại}) \\ t = 3 & (\text{nhận}) \end{cases} \dots (0,25)$

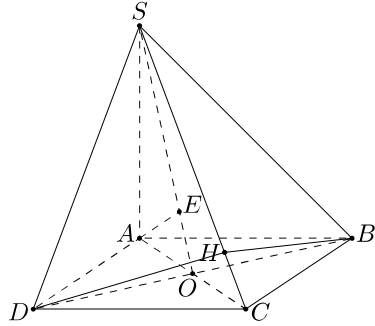
$a(t) = v'(t) = 6t - 6 \dots (0,25)$

$a(3) = 12 \text{ m/s}^2 \dots (0,25)$

Câu 7 (1đ). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a , SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

- Chứng minh $BC \perp (SAB)$ và $(SBC) \perp (SAB)$.
- Chứng minh $BO \perp (SAC)$ và tính góc giữa SB và (SAC) .
- Trong (SBC) , kẻ $BH \perp SC$. Tính góc giữa (SBC) và (SCD) .
- Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .

Giải



$$\begin{aligned}
 &\text{a. } BC \perp AB, BC \perp SA \dots\dots\dots (0,25 \times 2) \\
 &\Rightarrow BC \perp (SAB) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\Rightarrow (SBC) \perp (SAB) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\text{b. } BO \perp AC, BO \perp SA \Rightarrow BO \perp (SAC) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &S = SB \cap (SAC) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\Rightarrow (SB, (SAC)) = \widehat{OSB} \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\dots \cos \widehat{OSB} = \frac{OB}{SB} = \frac{\sqrt{14}}{14} \Rightarrow \widehat{OSB} \approx 15,5^\circ \dots\dots\dots (0,25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{c. } \dots HD \perp SC \dots\dots\dots (0,25) \\
 &((SBC), (SCD)) = (BH, HD) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\dots \cos \widehat{DHB} = \frac{HD^2 + HB^2 - BD^2}{2 \cdot HD \cdot HB} = -\frac{1}{7} \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\Rightarrow \cos(BH, DH) = \frac{1}{7} \Rightarrow (HD, HB) \approx 82^\circ \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\text{d. Kẻ } AE \perp SO \dots\dots\dots (0,25) \\
 &AE \perp BD \Rightarrow AE \perp (SBD) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\Rightarrow d(A, (SBD)) = AE \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\dots \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{78}}{13} \dots\dots\dots (0,25)
 \end{aligned}$$

ĐỀ CHẨN

Câu 1 (1đ). Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x+1}{9x+1}$.

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2+3x-1}+2x)$.

Giải

a. $\dots = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8+\frac{1}{x}}{9+\frac{1}{x}} = \frac{8}{9} \dots (0,25 \times 2)$

b. $\dots = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{\sqrt{4x^2+3x-1}-2x} = \dots = -\frac{3}{4} \dots (0,25 \times 2)$

Câu 2 (1đ). Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-6}{x^2-4}, & x \neq 2 \\ \frac{5}{4}, & x = 2 \end{cases}$ tại $x_0 = 2$.

Giải

$f(3) = \frac{5}{4} \dots (0,25)$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x+2} = \frac{5}{4} \dots (0,25)$

$\Rightarrow f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \dots (0,25)$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 2$. $\dots (0,25)$

Câu 3 (1đ). Tính đạo hàm các hàm số sau:

a. $y = x^3 - 2x + 2022$.

b. $y = \sin(3x+1) - \sqrt{\tan 4x}$.

Giải

a. $y' = 3x^2 - 2 \dots (0,25 \times 2)$

b. $y' = 3 \cos(3x+1) - \frac{2}{\cos^2 4x \sqrt{\tan 4x}} \dots (0,25 \times 2)$

Câu 4 (1đ). Cho hàm số $y = 2x^3 + \cos^2 x$. Chứng minh $2y + y'' - 2 \sin^2 x = 4x^3 + 12x$.

Giải

$y' = 6x^2 - 2 \sin x \cos x = 6x^2 - \sin 2x \dots (0,25)$

$y'' = 12x - 2 \cos 2x \dots (0,25)$

VT $= 4x^3 + 2 \cos^2 + 12x - 2 \cos 2x - 2 \sin^2 x = \dots = VP \dots (0,25 \times 2)$

Câu 5 (1đ). Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.

Giải

$y' = 4x^3 - 4x \dots (0,25)$

$y(2) = 9 \dots (0,25)$

$y'(1) = 24 \dots (0,25)$

Phương trình tiếp tuyến $y = 24(x-2) + 9 = 24x - 39 \dots (0,25)$

Câu 6 (1đ). Quỹ đạo chuyển động $S(t)$ của một chất điểm theo thời gian t được biểu diễn theo công thức $S(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 1$, $t > 0$, trong đó t tính bằng giây, S tính bằng mét. Tìm gia tốc tức thời của vật tại thời điểm vận tốc tức thời bằng 0.

Giải

$v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t - 9 \dots (0,25)$

$v(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (\text{loại}) \\ t = 3 & (\text{nhận}) \end{cases} \dots (0,25)$

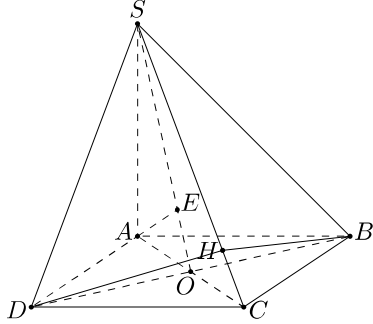
$a(t) = v'(t) = 6t - 6 \dots (0,25)$

$a(3) = 12 \text{ m/s}^2 \dots (0,25)$

Câu 7 (1đ). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a , SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

- Chứng minh $CD \perp (SAD)$ và $(SCD) \perp (SAD)$.
- Chứng minh $DO \perp (SAC)$ và tính góc giữa SD và (SAC) .
- Trong (SCD) , kẻ $DH \perp SC$. Tính góc giữa (SBC) và (SCD) .
- Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .

Giải



$$\begin{aligned}
 &\text{a. } CD \perp AD, CD \perp SA \dots\dots\dots (0,25 \times 2) \\
 &\Rightarrow CD \perp (SAD) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\Rightarrow (SCD) \perp (SAD) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\text{b. } DO \perp AC, DO \perp SA \Rightarrow DO \perp (SAC) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &S = SB \cap (SAC) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\Rightarrow (SD, (SAC)) = \widehat{OSD} \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\dots \cos \widehat{OSD} = \frac{OD}{SD} = \frac{\sqrt{14}}{14} \Rightarrow \widehat{OSB} \approx 15,5^\circ \dots\dots\dots (0,25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{c. } \dots HB \perp SC \dots\dots\dots (0,25) \\
 &((SBC), (SCD)) = (BH, HD) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\dots \cos \widehat{DHB} = \frac{HD^2 + HB^2 - BD^2}{2 \cdot HD \cdot HB} = -\frac{1}{7} \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\Rightarrow \cos(BH, DH) = \frac{1}{7} \Rightarrow (HD, HB) \approx 82^\circ \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\text{d. Kẻ } AE \perp SO \dots\dots\dots (0,25) \\
 &AE \perp BD \Rightarrow AE \perp (SBD) \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\Rightarrow d(A, (SBD)) = AE \dots\dots\dots (0,25) \\
 &\dots \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{78}}{13} \dots\dots\dots (0,25)
 \end{aligned}$$