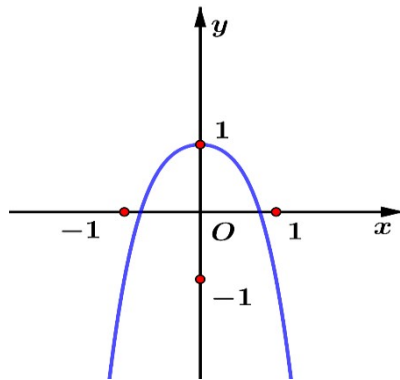


- Câu 1.** Số phức $z = 3 - 5i$ có phần ảo bằng
A. $-5i$. **B.** 3 . **C.** -5 . **D.** 5 .
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm của mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2 = 0$.
A. $(2; -4; 0)$. **B.** $(1; -2; 1)$. **C.** $(-1; 2; 0)$. **D.** $(1; -2; 0)$.
- Câu 3.** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{3x+5}{x-1}$?
A. $A(2; -11)$. **B.** $B(0; 5)$. **C.** $C(-1; 1)$. **D.** $D(3; 7)$.
- Câu 4.** Thể tích V của khối cầu bán kính $r = 3$ là
A. $V = 36\pi$. **B.** $V = 9\pi$. **C.** $V = 27\pi$. **D.** $V = 108\pi$.
- Câu 5.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ là
A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \ln x + C$. **B.** $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \ln x + C$.
C. $\int f(x)dx = 2x - \frac{1}{x^2} + C$. **D.** $\int f(x)dx = 2x + \frac{1}{x^2} + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:
- | | | | | | | | | |
|---------|-----------|------|------|-----|-----|-----|-----------|-----|
| x | $-\infty$ | -3 | -1 | 1 | 2 | 4 | $+\infty$ | |
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ |
- Số điểm cực đại của hàm số đã cho là
A. 2 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 5 .
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 27$ là
A. $(3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 3]$. **C.** $[3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.
- Câu 8.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 1011$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. 2022 . **B.** 3033 . **C.** 6066 . **D.** 4044 .
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = (\pi - 1)^x$ là
A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.
- Câu 10.** Nghiệm của phương trình $\log_4(x+2) = 3$ là:
A. $x = 66$. **B.** $x = 62$. **C.** $x = 64$. **D.** $x = 10$.

- Câu 11.** Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$, $\int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^5 2f(x)dx$ bằng:
- A.** 6. **B.** -1. **C.** 8. **D.** 7.
- Câu 12.** Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $2\bar{z} + i$
- A.** $4 - 9i$. **B.** $4 + 10i$. **C.** $2 + 11i$. **D.** $4 + 11i$
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z + 6 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?
- A.** $A(2; 0; -5)$. **B.** $C(1; 5; 2)$. **C.** $D(2; -5; -5)$. **D.** $B(2; 5; 9)$.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm M, N thỏa mãn hệ thức $\vec{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$ và $\vec{ON} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{MN}$ là
- A.** $M = (1; 2; -2)$. **B.** $M = (1; -1; 2)$. **C.** $M = (-1; -2; 2)$. **D.** $M = (2; 0; 1)$.
- Câu 15.** Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là
- A.** $\bar{z} = 2 - i$. **B.** $\bar{z} = -1 + 2i$. **C.** $\bar{z} = -1 - 2i$. **D.** $\bar{z} = 1 + 2i$.
- Câu 16.** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 7}{x + 2}$ có tọa độ
- A.** $(-2; 3)$. **B.** $(3; -2)$. **C.** $(-3; 2)$. **D.** $(2; -3)$.
- Câu 17.** Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\log_5 5^{a+b} = \log_5 25$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** $a + b = 2$. **B.** $ab = 2$. **C.** $a + b = 5$. **D.** $ab = 5$.
- Câu 18.** Đồ thị hàm số trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



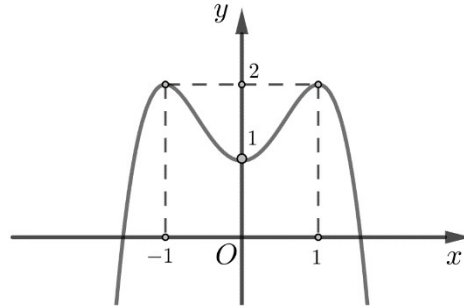
- A.** $y = x^4 + x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - x^2 + 1$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) là
- A.** $u_1 = (1; -1; 2)$. **B.** $u_2 = (1; 2; -1)$. **C.** $u_3 = (1; 1; -2)$. **D.** $u_4 = (-1; 1; 2)$.
- Câu 20.** Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh và sắp xếp vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh?
- A.** 10^5 . **B.** 5^{10} . **C.** C_{10}^5 . **D.** A_{10}^5 .
- Câu 21.** Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{2}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Câu 22. Hàm số $y = \log_2(x^2 - 3x + 2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\mathbb{R}$. B. $(1; 2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 24. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $r = 1$, thể tích $V = 5\pi$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng.

- A. $S = 12\pi$. B. $S = 11\pi$. C. $S = 10\pi$. D. $S = 7\pi$.

Câu 25. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$, $\int_2^5 f(x)dx = -1$ thì $\int_1^5 2f(x)dx$ bằng

- A. -2 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là:

- A. $S_{10} = -125$. B. $S_{10} = -250$. C. $S_{10} = 200$. D. $S_{10} = -200$.

Câu 27. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$.

- A. $\int f(x)dx = e^{-x} + C$. B. $\int f(x)dx = e^x + x + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x + e^{-x} + C$. D. $\int f(x)dx = e^x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		$ $	$-$	0	$+$
y		2		-3	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.
B. Hàm số có một điểm cực trị.
C. Hàm số có hai điểm cực trị.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên trên đoạn $[-3; 2]$ như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$. Tính $M + 2m$

x	-3	-2		0		1		2
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$		4		-1		5		-2

- A.** $M + 2m = 3$. **B.** $M + 2m = 1$. **C.** $M + 2m = -1$. **D.** $M + 2m = -2$.

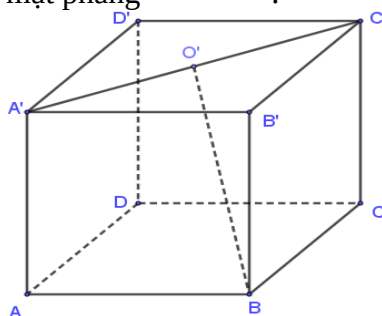
Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 10 để hàm số $y = \frac{x-3}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 31. Cho m, n là hai số dương không đồng thời bằng 1, biểu thức $\frac{m^{2\sqrt{2}} - n^{2\sqrt{3}}}{(m^{\sqrt{2}} - n^{\sqrt{3}})^2} - 1$ bằng

A. $\frac{2n^{\sqrt{3}}}{m^{\sqrt{2}} - n^{\sqrt{3}}}$. **B.** $\frac{-2n^{\sqrt{3}}}{m^{\sqrt{2}} - n^{\sqrt{3}}}$. **C.** $\frac{2m^{\sqrt{3}}}{m^{\sqrt{2}} - n^{\sqrt{3}}}$. **D.** $\frac{-2m^{\sqrt{3}}}{m^{\sqrt{2}} - n^{\sqrt{3}}}$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O' là trung điểm của $A'C'$. Tính $\tan \alpha$ với α là góc tạo bởi đường thẳng BO' và mặt phẳng $(ABCD)$.



- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 33. Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = mx$ (với $m < 2$) và parabol $(P): y = x(2 - x)$. Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục Ox . Với trị nào của tham số m thì $S_1 = \frac{1}{2}S_2$?

- A.** $2 - \sqrt[3]{4}$. **B.** $2 + \sqrt[3]{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0); C(0; 0; c)$ (trong đó $a > 0, b > 0, c > 0$). Mặt phẳng (ABC) đi qua $I(3; 4; 7)$ sao cho thể tích khối chóp $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

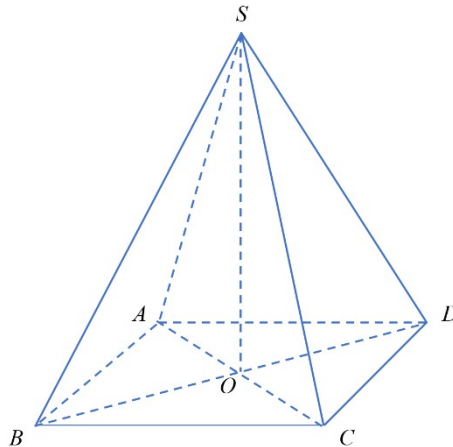
- A.** $21x + 28y + 12z - 259 = 0$. **B.** $12x + 21y + 28z - 316 = 0$.
C. $28x + 21y + 12z - 252 = 0$. **D.** $28x + 12y + 21z - 279 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z = z - 1$. Môđun của $\bar{z}$ bằng

- A.** $\frac{1}{\sqrt{10}}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** 1 . **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

- A.** $2\sqrt{2}$. **B.** 2 . **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Câu 37. Cho (u_n) là cấp số nhân, đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết $u_2 + S_4 = 43, S_3 = 13$. Tính S_6 .

- A.** 182. **B.** 728. **C.** 364. **D.** 121.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; -1), B(4; 5; -3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 10 = 0$. Đường thẳng d đi qua trung điểm của AB và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A.** $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$. **B.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$.

$$\text{C. } \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$\text{D. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z+2}{3}.$$

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $(3^{x+2} - \sqrt{3})(3^x - 2m) < 0$ chứa không quá 9 số nguyên?

A. 1094.

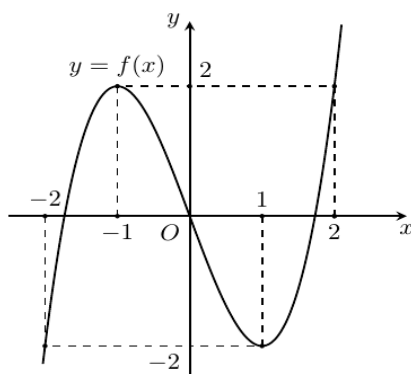
B. 3281.

C. 1093.

D. 3280.

Câu 40. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Với giá trị nào của

m thì hàm số $g(x) = \frac{\sqrt{m-x}}{f^2(x) - 2f(x)}$ có 5 tiệm cận đứng?



A. $m > 2$.

B. $m < 2$.

C. $m \leq 2$.

D. $m \geq 2$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 2x^2 - x - 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và tiếp tuyến của $F(x)$ tại điểm $M(0; 2)$ có hệ số góc bằng 0. Khi đó $F(1)$ bằng

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{-7}{2}$.

C. $\frac{-1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh là a . Tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V = \frac{3a^3}{32}$.

B. $V = \frac{3a^3}{4}$.

C. $V = \frac{3a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3}{16}$.

Câu 43. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $w+i$ và $2w-1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính tổng $S = a + b$

A. $\frac{13}{9}$

B. $\frac{-13}{9}$

C. $\frac{-5}{9}$

D. $\frac{5}{9}$

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| \leq 2$ và $|z - \bar{z}| \leq 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $T = |z - 2i|$. Tổng $M + m$ bằng

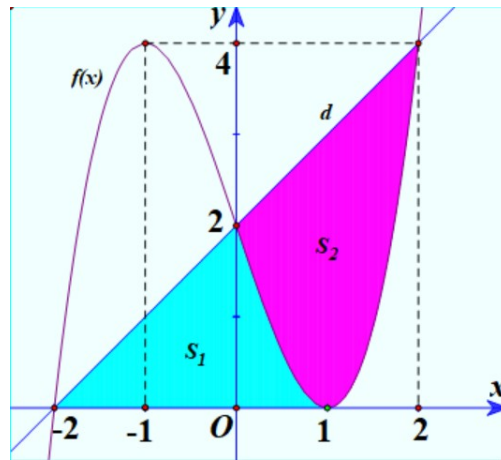
A. $1 + \sqrt{10}$.

B. $\sqrt{2} + \sqrt{10}$.

C. 4.

D. 1.

Câu 45. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đường thẳng $d: y = mx + n$ như hình vẽ và S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình bên. Biết $\frac{S_1}{S_2} = \frac{p}{q}$ với $p, q \in \mathbb{N}^*$ là một phân số tối giản. Tính $p + q + 2022$.



- A. 2043. B. 2045. C. 2049. D. 2051.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+3}{1}$. Đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A. $\frac{x-3}{-9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z+1}{22}$. B. $\frac{x-12}{9} = \frac{y+8}{-10} = \frac{z-23}{22}$.
C. $\frac{x-3}{-9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z-1}{-2}$. D. $\frac{x-3}{9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z-1}{22}$.

Câu 47. Cho khối nón đỉnh S . Đáy có tâm O , bán kính $r = 5a$. Đáy có dây cung $AB = 8a$. Biết góc giữa SO với mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{25}{3}\pi a^3$. B. $25\sqrt{3}\pi a^3$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. D. $\frac{25\sqrt{3}\pi}{3}a^3$.

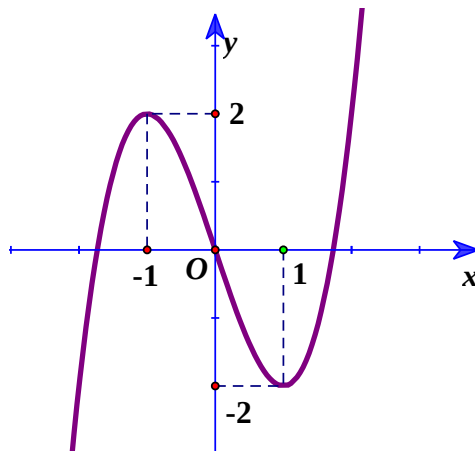
Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn: $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

- A. 55. B. 56. C. 57. D. 58.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ và hai điểm $A(3; 0; 0)$, $B(4; 2; 1)$. Điểm M bất kỳ thuộc mặt cầu (S) . Giá trị nhỏ nhất của $MA + 2MB$ bằng:

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{21}$. C. $6\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x+2) - 2022$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^3 - 6x + m + 1)$ có 6 điểm cực trị là:

A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	D	A	A	C	B	A	A	B	A	A	B	C	D	A	A	C	D	D	C	D	A	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	C	B	A	A	B	A	C	A	D	C	A	D	D	D	D	C	A	C	B	D	B	C	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Số phức $z = 3 - 5i$ có phần ảo bằng

A. $-5i$. B. 3. C. -5 . D. 5.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = 3 - 5i$ có phần ảo bằng -5 .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm của mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2 = 0$.

A. $(2; -4; 0)$. B. $(1; -2; 1)$. C. $(-1; 2; 0)$. D. $(1; -2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm với tọa độ là $(1; -2; 0)$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{3x+5}{x-1}$?

A. $A(2; -11)$. B. $B(0; 5)$. C. $C(-1; 1)$. D. $D(3; 7)$.

Lời giải

Chọn D

+ Đáp án A: Với $x = 2$ thay vào hàm số đã cho ta được $y = \frac{3 \cdot 2 + 5}{2 - 1} = 11 \neq -11$

Vậy điểm $A(2; -11)$ là điểm không thuộc đồ thị hàm số đã cho.

+ Đáp án B: Với $x=0$ thay vào hàm số đã cho ta được $y = \frac{3.0+5}{0-1} = -5 \neq 5$

Vậy điểm $B(0;5)$ là điểm không thuộc đồ thị hàm số đã cho.

+ Đáp án C: Với $x=-1$ thay vào hàm số đã cho ta được $y = \frac{3.(-1)+5}{-1-1} = -1 \neq 1$

Vậy điểm $C(-1;1)$ là điểm không thuộc đồ thị hàm số đã cho.

+ Đáp án D: $x=3$ thay vào hàm số đã cho ta được $y = \frac{3.3+5}{3-1} = 7$

Vậy điểm $D(3;7)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 4. Thể tích V của khối cầu bán kính $r=3$ là

- A.** $V=36\pi$. **B.** $V=9\pi$. **C.** $V=27\pi$. **D.** $V=108\pi$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính r là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3 = 36\pi$.

Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ là

- A.** $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \ln x + C$. **B.** $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \ln x + C$.
C. $\int f(x)dx = 2x - \frac{1}{x^2} + C$. **D.** $\int f(x)dx = 2x + \frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = \int \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) dx = \int x^2 dx + \int \frac{1}{x} dx = \frac{x^3}{3} + \ln x + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	4	$+\infty$	
f'(x)		+	0	-	0	+	0	-

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A.** 2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu ta có $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua 3 nghiệm $x=-3; x=1; x=4$ nên $f(x)$ có 3 điểm cực đại.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 27$ là

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 3]$. **C.** $[3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^x \leq 27 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 27$ là $(-\infty; 3]$.

Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=1011$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 2022.

B. 3033.

C. 6066.

D. 4044.

Lời giải

Chọn A

$$V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot 1011 \cdot 6 = 2022$$

Thể tích của khối chóp đã cho là

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (\pi - 1)^x$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$y = (\pi - 1)^x$ là hàm số mũ với cơ số $a = \pi - 1$ nên có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_4(x+2)=3$ là:

A. $x=66$.

B. $x=62$.

C. $x=64$.

D. $x=10$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_4(x+2)=3 \Leftrightarrow x+2=4^3 \Leftrightarrow x=62$.

Câu 11. Nếu $\int_1^3 f(x)dx=5$, $\int_3^5 f(x)dx=-2$ thì $\int_1^5 2f(x)dx$ bằng:

A. 6.

B. -1.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_1^5 2f(x)dx = 2 \left[\int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx \right] = 2(5 - 2) = 6$$

Câu 12. Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $2\bar{z}+i$

A. $4-9i$.

B. $4+10i$.

C. $2+11i$.

D. $4+11i$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2\bar{z}+i=2(2-5i)+i=4-9i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-3y+4z+6=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $A(2;0;-5)$.

B. $C(1;5;2)$.

C. $D(2;-5;-5)$.

D. $B(2;5;9)$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm M, N thỏa mãn hệ thức $OM = 2i + j$ và $ON = i - j + 2k$. Tọa độ của vectơ MN là
- A.** $M = (1; 2; -2)$. **B.** $M = (1; -1; 2)$. **C.** $M = (-1; -2; 2)$. **D.** $M = (2; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

- ♦ Điểm M thỏa mãn hệ thức $OM = 2i + j$ nên tọa độ điểm $M(2; 1; 0)$.
- ♦ Điểm N thỏa mãn hệ thức $ON = i - j + 2k$ nên tọa độ điểm $N(1; -1; 2)$.
- ♦ Khi đó $MN = (-1; -2; 2)$.

- Câu 15.** Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

- A.** $\bar{z} = 2 - i$. **B.** $\bar{z} = -1 + 2i$. **C.** $\bar{z} = -1 - 2i$. **D.** $\bar{z} = 1 + 2i$.

Lời giải

Chọn D

- ♦ Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$.
- ♦ Do đó số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là $\bar{z} = 1 + 2i$.

- Câu 16.** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 7}{x + 2}$ có tọa độ

- A.** $(-2; 3)$. **B.** $(3; -2)$. **C.** $(-3; 2)$. **D.** $(2; -3)$.

Lời giải

Chọn B

- ♦ Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 7}{x + 2}$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng $x = -2$ và đường tiệm cận ngang $y = 2$ nên có tọa độ là $(-2; 3)$.

- Câu 17.** Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\log_5 5^{a+b} = \log_5 25$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

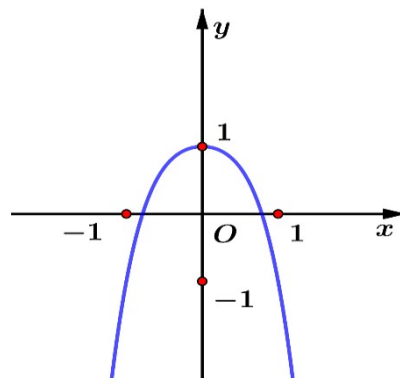
- A.** $a + b = 2$. **B.** $ab = 2$. **C.** $a + b = 5$. **D.** $ab = 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_5 5^{a+b} = \log_5 25 \Leftrightarrow \log_5 5^{a+b} = \log_5 5^2 \Leftrightarrow a + b = 2$.

- Câu 18.** Đồ thị hàm số trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A.** $y = x^4 + x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

♦ Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$ và đồ thị hàm số có một điểm cực trị nên $ab > 0$. Suy ra chọn hàm số $y = -x^4 - x^2 + 1$

$$(d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) là

- A. $u_1 = (1; -1; 2)$. B. $u_2 = (1; 2; -1)$. C. $u_3 = (1; 1; -2)$. D. $u_4 = (-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 20. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh và sắp xếp vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh?

- A. 10^5 . B. 5^{10} . C. C_{10}^5 D. A_{10}^5 .

Lời giải

Chọn D

Số cách sắp xếp 5 học sinh vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh là: A_{10}^5 .

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{2}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 22. Hàm số $y = \log_2(x^2 - 3x + 2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\mathbb{R}$. B. $(1; 2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

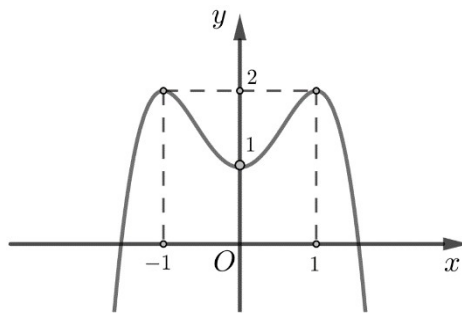
$$y' = \frac{(x^2 - 3x + 2)'}{(x^2 - 3x + 2)\ln 2} = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x + 2)\ln 2}$$

Ta có

$$y' > 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x + 2)\ln 2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ x \in D \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0;1)$ (từ trái sang phải đồ thị có hướng đi lên).

Câu 24. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $r = 1$, thể tích $V = 5\pi$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng.

- A.** $S = 12\pi$. **B.** $S = 11\pi$. **C.** $S = 10\pi$. **D.** $S = 7\pi$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{5\pi}{\pi \cdot 1^2} = 5$.

Diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng là: $S_{\text{tp}} = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 1 \cdot 5 + 2\pi \cdot 1^2 = 12\pi$.

Câu 25. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 2f(x) dx$ bằng

- A.** -2 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^5 2f(x) dx = 2 \int_1^2 f(x) dx + 2 \int_2^5 f(x) dx = 2(3 - 1) = 4$.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là:

- A.** $S_{10} = -125$. **B.** $S_{10} = -250$. **C.** $S_{10} = 200$. **D.** $S_{10} = -200$.

Lời giải

Chọn A

Gọi u_1 , d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

Ta có: $\begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}$.

Vậy $S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot [2 \cdot (-35) + 9 \cdot 5] = -125$.

Câu 27. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$.

A. $\int f(x)dx = e^{-x} + C$

B. $\int f(x)dx = e^x + x + C$

C. $\int f(x)dx = e^x + e^{-x} + C$

D. $\int f(x)dx = e^x + C$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx = \int (e^x + 1)dx = e^x + x + C$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+		-	0	+	
y	$-\infty$		2		-3		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số có một điểm cực trị.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Lời giải

Chọn C

Tại $x = 0$ và $x = 1$ ta có y' đổi dấu và y tồn tại nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên trên đoạn $[-3; 2]$ như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$. Tính $M + 2m$

x	-3	-2		0		1		2
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	-3	4		-1		5		-2

A. $M + 2m = 3$

B. $M + 2m = 1$

C. $M + 2m = -1$

D. $M + 2m = -2$

Lời giải

Chọn B

Quan sát vào bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ ta có
 + Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng $M = 5$.
 + Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng $m = -2$.
 $\Rightarrow M + 2m = 1$

- Câu 30.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 10 để hàm số $y = \frac{x-3}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$?
- A.** 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -3m) \cup (-3m; +\infty)$.

$$y' = \frac{3m+3}{(x+3m)^2}$$

Ta có

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ thì $y' > 0, \forall x \in (-2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m+3 > 0 \\ -3m \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \geq \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{2}{3}$$

Vậy có 10 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán

- Câu 31.** Cho m, n là hai số dương không đồng thời bằng 1, biểu thức $\frac{m^2\sqrt{2} - n^2\sqrt{3}}{(m\sqrt{2} - n\sqrt{3})^2} - 1$ bằng
- A.** $\frac{2n\sqrt{3}}{m\sqrt{2} - n\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{-2n\sqrt{3}}{m\sqrt{2} - n\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{2m\sqrt{3}}{m\sqrt{2} - n\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{-2m\sqrt{3}}{m\sqrt{2} - n\sqrt{3}}$.

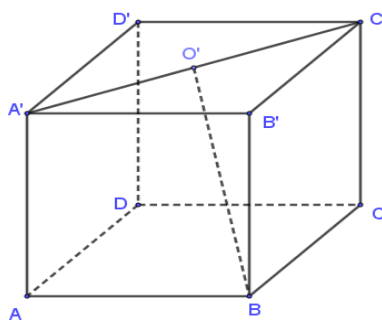
Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{m^2\sqrt{2} - n^2\sqrt{3}}{(m\sqrt{2} - n\sqrt{3})^2} - 1 &= \frac{m^2\sqrt{2} - n^2\sqrt{3} - (m\sqrt{2} - n\sqrt{3})^2}{(m\sqrt{2} - n\sqrt{3})^2} = \frac{m^2\sqrt{2} - n^2\sqrt{3} - m^2\sqrt{2} - n^2\sqrt{3} + 2m\sqrt{2}n\sqrt{3}}{(m\sqrt{2} - n\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{-2n\sqrt{3} + 2m\sqrt{2}n\sqrt{3}}{(m\sqrt{2} - n\sqrt{3})^2} = \frac{2n\sqrt{3}(m\sqrt{2} - n\sqrt{3})}{(m\sqrt{2} - n\sqrt{3})^2} = \frac{2n\sqrt{3}}{m\sqrt{2} - n\sqrt{3}} \end{aligned}$$

- Câu 32.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O' là trung điểm của $A'C'$. Tính $\tan \alpha$ với α là góc tạo bởi đường thẳng BO' và mặt phẳng $(ABCD)$.



A. $\sqrt{3}$.

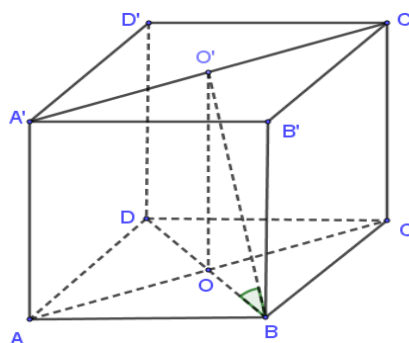
B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là trung điểm của $AC \Rightarrow OO' \perp (ABCD)$. Suy ra, $\angle O'BO$ là góc giữa đường thẳng $O'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$.

Gọi a là cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Khi đó: $OO' = a$, $OB = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\tan \angle O'BO = \frac{OO'}{OB} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

Ta có, $\triangle O'BO$ vuông tại O , suy ra

Vậy $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 33. Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = mx$ (với $m < 2$) và parabol $(P): y = x(2 - x)$. Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục Ox . Với trị nào của tham số m thì $S_1 = \frac{1}{2}S_2$?

A. $2 - \sqrt[3]{4}$.

B. $2 + \sqrt[3]{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải:

Chọn A

* Tính S_2

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục Ox là:

$$x(2 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$S_2 = \int_0^2 |2x - x^2| dx = \frac{4}{3}.$$

Do đó

* Tính S_1

Phương trình hoành độ giao điểm của của (P) với đường thẳng $y = mx$ là:

$$mx = 2x - x^2 \Leftrightarrow x^2 + (m - 2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 - m \end{cases}.$$

$$S_1 = \int_0^{2-m} |2x - x^2 - mx| dx = \int_0^{2-m} (-x^2 + (2 - m)x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{(2 - m)x^2}{2} \right) \Big|_0^{2-m}.$$

Do đó

$$= \frac{(2 - m)^3}{6}.$$

* Khi đó $S_1 = \frac{1}{2} S_2$ nên $\frac{(2 - m)^3}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt[3]{4}.$

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0); C(0; 0; c)$ (trong đó $a > 0, b > 0, c > 0$). Mặt phẳng (ABC) đi qua $I(3; 4; 7)$ sao cho thể tích khối chóp $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $21x + 28y + 12z - 259 = 0$. B. $12x + 21y + 28z - 316 = 0$.
C. $28x + 21y + 12z - 252 = 0$. D. $28x + 12y + 21z - 279 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Do $I \in (ABC)$ nên $\frac{3}{a} + \frac{4}{b} + \frac{7}{c} = 1$.

Lại có $1 = \frac{3}{a} + \frac{4}{b} + \frac{7}{c} \geq 3\sqrt{\frac{3}{a} \cdot \frac{4}{b} \cdot \frac{7}{c}} = 3\sqrt{\frac{84}{abc}} \Rightarrow abc \geq 27 \cdot 84 = 2268$

Khi đó: $V_{OABC} = \frac{1}{6} OAOB \cdot OC = \frac{1}{6} abc \geq 378$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{1}{3} = \frac{3}{a} = \frac{4}{b} = \frac{7}{c} \Rightarrow a = 9; b = 12; c = 21$

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{9} + \frac{y}{12} + \frac{z}{21} = 1 \Leftrightarrow 28x + 21y + 12z - 252 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z = \bar{z} - 1$. Môđun của $\bar{z}$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. B. $\frac{1}{10}$. C. 1. D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$(2+3i)z = z - 1$$

Ta có

$$\Leftrightarrow (1+3i)z = -1$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-1}{1+3i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-1 \cdot (1-3i)}{10}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-1}{10} + \frac{3i}{10}$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{-1}{10} - \frac{3i}{10}$$

Vậy $|\bar{z}| = \sqrt{\left(\frac{-1}{10}\right)^2 + \left(\frac{-3}{10}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

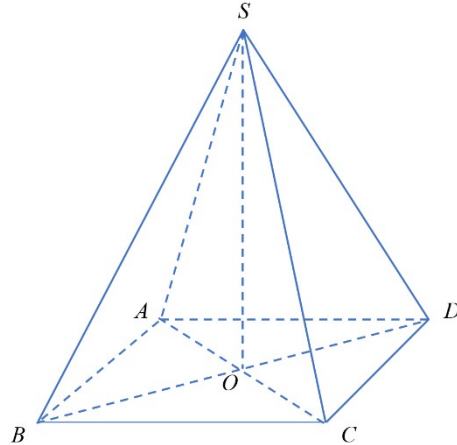
Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải

Chọn D

Gọi $O = AC \cap BD$.

Có $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$, suy ra $OC \perp SO$.

Mà $ABCD$ là hình vuông nên $CO \perp BD$.

Do đó $CO \perp (SBD)$ tại O .

Câu 37. Cho (u_n) là cấp số nhân, đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết $u_2 + S_4 = 43$, $S_3 = 13$. Tính S_6 .

A. 182.

B. 728.

C. 364.

D. 121.

Lời giải

Chọn C

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

Ta có $S_3 = 13 \neq 0$ nên $u_1 \neq 0$.

Mặt khác

$$\begin{aligned} \begin{cases} u_2 + S_4 = 43 \\ S_3 = 13 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_2 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 43 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 13 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q + u_1 + u_1 q + u_1 q^2 + u_1 q^3 = 43 \\ u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = 13 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 13u_1(1 + 2q + q^2 + q^3) = 43u_1(1 + q + q^2) \\ u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = 13 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 13q^3 - 30q^2 - 17q - 30 = 0 \\ u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$S_6 = \frac{u_1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{1(1 - 3^6)}{1 - 3} = 364$$

Vậy

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; -1)$, $B(4; 5; -3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 10 = 0$. Đường thẳng d đi qua trung điểm của AB và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$

B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$

C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z+2}{3}$

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(3; 1; -2)$.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên có một vectơ chỉ phương là $a = (1; -1; 3)$.

Do đường thẳng d đi qua điểm $I(3; 1; -2)$ nên phương trình đường thẳng d là $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $(3^{x+2} - \sqrt{3})(3^x - 2m) < 0$ chứa không quá 9 số nguyên?

A. 1094.

B. 3281.

C. 1093.

D. 3280.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 3^x, (t > 0)$ bất phương trình $(3^{x+2} - \sqrt{3})(3^x - 2m) < 0$ trở thành $(9t - \sqrt{3})(t - 2m) < 0$.

Nếu $2m \leq \frac{\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow m \leq \frac{\sqrt{3}}{18} < 1$ thì không có số nguyên dương m nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Nếu $2m > \frac{\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow m > \frac{\sqrt{3}}{18}$ thì bất phương trình (2) $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{9} < t < 2m$.

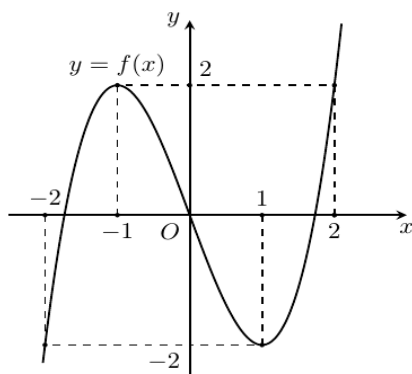
Khi đó tập nghiệm của bất phương trình (1) là $S = \left(-\frac{3}{2}; \log_3(2m) \right)$.

Để S chứa không quá 9 số nguyên thì $\log_3(2m) \leq 8 \Leftrightarrow 0 < m \leq \frac{3^8}{2}$

Vậy có 3280 số nguyên dương m thỏa mãn.

Câu 40. Cho Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Với giá trị nào của

m thì hàm số $g(x) = \frac{\sqrt{m-x}}{f^2(x) - 2f(x)}$ có 5 tiệm cận đứng?



A. $m > 2$.

B. $m < 2$.

C. $m \leq 2$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Chọn D

$$g(x) = \frac{\sqrt{m-x}}{f^2(x) - 2f(x)}$$

Xét hàm số

Biểu thức $\sqrt{m-x}$ xác định khi $m-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq m$ (1)

Ta có

$$f^2(x) - 2f(x) = 0 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (-2; -1) \\ x = 0 \\ x = x_2 \in (1; 2) \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Hàm số có 5 tiệm cận đứng khi phương trình (2) có 5 nghiệm thỏa mãn điều kiện của (1)
 $\Leftrightarrow m \geq 2$

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 2x^2 - x - 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và tiếp tuyến của $F(x)$ tại điểm $M(0;2)$ có hệ số góc bằng 0. Khi đó $F(1)$ bằng

- A. $\frac{7}{2}$. B. $-\frac{7}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Vì tiếp tuyến của $F(x)$ tại điểm $M(0;2)$ có hệ số góc bằng 0 $\Rightarrow \begin{cases} F'(0) = f(0) = 0 \\ F(0) = 2 \end{cases}$

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2x^2 - x - 3) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x + C$.

Do $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

Vậy $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x$.

Mà $\int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0)$

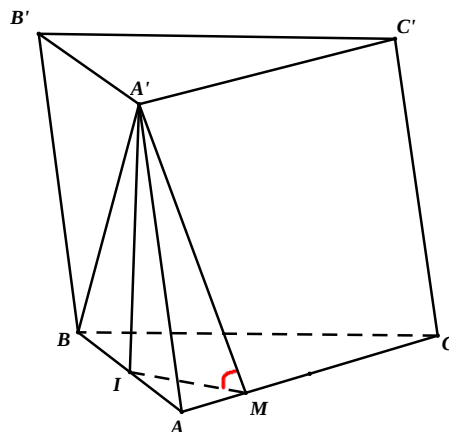
Suy ra $F(1) = \int_0^1 f(x) dx + F(0) = \int_0^1 \left(\frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x \right) dx + 2 = \frac{1}{2}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh là a . Tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $V = \frac{3a^3}{32}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{3a^3}{8}$. D. $V = \frac{3a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của AB .

Tam giác $A'AB$ cân tại A' nên $A'I \perp AB$.

$$\begin{cases} (A'BA) \perp (ABC) \\ (A'BA) \cap (ABC) = AB \\ A'I \perp AB, A'I \subset (A'BA) \Rightarrow A'I \perp (ABC) \end{cases}$$

Theo giả thiết, ta có

Kẻ $IM \perp AC$.

Ta có
$$\begin{cases} IM \perp AC \\ A'I \perp AC \Rightarrow (A'IM) \perp AC \Rightarrow A'M \perp AC \end{cases}$$

Lại có
$$\begin{cases} (ACC'A') \cap (ABC) = AC \\ A'M \perp AC \\ IM \perp AC \end{cases} \Rightarrow ((ACC'A'); (ABC)) = (A'M; IM) = \angle A'MI = 45^\circ$$

Xét tam giác IAM vuông tại M nên $IM = A'I \cdot \sin \angle IAM = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác $A'MI$ vuông tại I nên $A'I = IM \cdot \tan \angle A'MI = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối lăng trụ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'I \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16}.$$

Câu 43. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $w+i$ và $2w-1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính tổng $S = a + b$

A. $\frac{13}{9}$

B. $\frac{-13}{9}$

C. $\frac{-5}{9}$

D. $\frac{5}{9}$

Lời giải

Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Vì $a, b \in \mathbb{R}$ và phương trình $z^2 + az + b = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = w + i$, $z_2 = 2w - 1$ (z_2 là số phức) nên z_1, z_2 là 2 số phức liên hợp

Ta có: $z_1 = \overline{z_2} \Leftrightarrow w + i = \overline{2w - 1} \Leftrightarrow x + yi + i = \overline{2(x + yi) - 1}$

$$\Leftrightarrow x + (y+1)i = (2x-1) - 2yi \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x-1 \\ y+1 = -2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow w = 1 - \frac{1}{3}i \Rightarrow \begin{cases} z_1 = w + i = 1 + \frac{2}{3}i \\ z_2 = 2w - 1 = 1 - \frac{2}{3}i \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = -a \\ 1 + \frac{4}{9} = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = \frac{13}{9} \end{cases}$$

Theo định lý Viet:

Vậy $S = a + b = -\frac{5}{9}$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| \leq 2$ và $|z - \bar{z}| \leq 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $T = |z - 2i|$. Tổng $M + m$ bằng

A. $1 + \sqrt{10}$.

B. $\sqrt{2} + \sqrt{10}$.

C. 4.

D. 1.

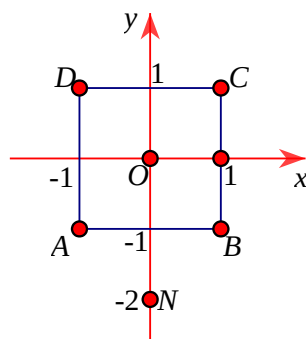
Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $\begin{cases} |2x| \leq 2 \\ |2yi| \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \leq 1 \\ |y| \leq 1 \end{cases}$.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Khi đó tập hợp các điểm M là hình vuông $ABCD$ (hình vẽ).

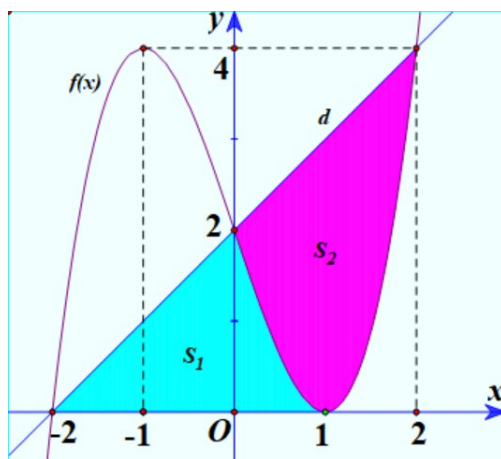


Điểm $N(0; -2)$ biểu diễn số phức, khi đó $T = |z - 2i| = MN$.

Dựa vào hình vẽ ta có $MN \geq d(M, AB) = 1$ nên $m = \min T = 1$, $MN \leq NC = \sqrt{10}$ nên $M = \max T = \sqrt{10}$, do đó $M + m = 1 + \sqrt{10}$.

Câu 45. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đường thẳng $d: y = mx + n$ như

hình vẽ và S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình bên. Biết $\frac{S_1}{S_2} = \frac{p}{q}$ với $p, q \in \mathbb{N}^*$ là một phân số tối giản. Tính $p + q + 2022$.



A. 2043.

B. 2045.

C. 2049.

D. 2051.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $(-1; 4)$ và $(1; 0)$ nên

$$\begin{cases} 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ -a + b - c + d = 4 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x + 2.$$

Vì đường thẳng $d: y = mx + n$ đi qua 2 điểm $(-2; 0), (0; 2)$ nên $d: y = x + 2$.

Ta có
$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2^2 + \int_0^1 (x^3 - 3x + 2) dx = 2 + \int_0^1 (x^3 - 3x + 2) dx = 2 + \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{11}{4}.$$

$$S_2 = \int_0^2 |(x+2) - (x^3 - 3x + 2)| dx = \int_0^2 (x+2 - x^3 + 3x - 2) dx = \int_0^2 (-x^3 + 4x) dx = 4$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{p}{q} = \frac{11}{16}.$$

Vậy $p + q + 2022 = 2049$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+3}{1}$. Đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-3}{-9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z+1}{22}$.

B. $\frac{x-12}{9} = \frac{y+8}{-10} = \frac{z-23}{22}$.

C. $\frac{x-3}{-9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z-1}{-2}$.

D. $\frac{x-3}{9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z-1}{22}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng cần lập.

Đường thẳng d có một VTCT $u = (2; 4; 1)$.

Theo đề, ta có $\Delta \cap d = B(2t; 4t; -3+t) \Rightarrow AB = (2t-3; 4t-2; t-4)$ là một VTCP của Δ .

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow AB \perp u \Leftrightarrow AB \cdot u = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2t-3) + 4 \cdot (4t-2) + 1 \cdot (t-4) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6}{7}.$$

$$AB = \left(-\frac{9}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{22}{7} \right) = -\frac{1}{7}(9; -10; 22)$$

Suy ra

$$\Delta: \frac{x-3}{9} = \frac{y-2}{-10} = \frac{z-1}{22} \quad \text{hay} \quad \Delta: \frac{x-12}{9} = \frac{y+8}{-10} = \frac{z-23}{22}.$$

Câu 47. Cho khối nón đỉnh S . Đáy có tâm O , bán kính $r = 5a$. Đáy có dây cung $AB = 8a$. Biết góc giữa SO với mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{25}{3}\pi a^3$.

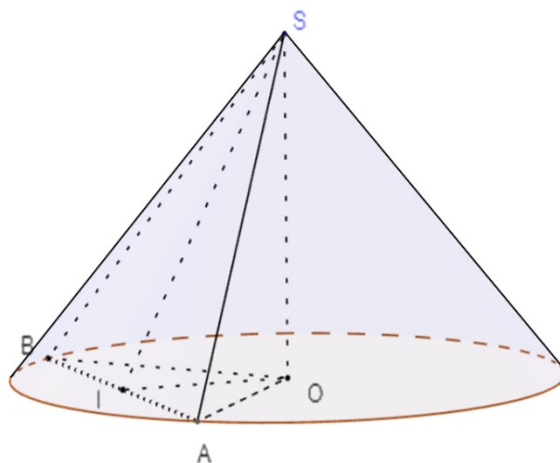
B. $25\sqrt{3}\pi a^3$.

C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

D. $\frac{25\sqrt{3}\pi}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm AB . Khi đó ta suy ra $(SIO) \perp (SAB) = SI \Rightarrow (SO, (SAB)) = \angle ISO = 30^\circ$.

Theo giả thiết, $OA = 5a$, $IA = 4a$, $\triangle OIA$ vuông tại $I \Rightarrow OI = 3a$.

Tam giác SIO vuông tại O nên suy ra $SO = OI \cdot \cot \angle ISO = \sqrt{3}a = h$

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 25a^2 \cdot \sqrt{3}a = \frac{25\sqrt{3}\pi}{3}a^3$$

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có không quá 242 số nguyên y thoả mãn: $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

A. 55.

B. 56.

C. 57.

D. 58.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0 \end{cases}$

Đặt $\log_3(x + y) = t$. Ta có: $\begin{cases} x^2 + y \geq 4^t \\ x + y = 3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x \geq 4^t - 3^t \\ y = 3^t - x \end{cases}$

Nhận xét: hàm số $f(t) = 4^t - 3^t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $f(t) > 0, \forall t > 0$

Gọi $n \in \mathbb{Z}$ thoả mãn $4^n - 3^n = x^2 - x$, khi đó $4^t - 3^t \leq x^2 - x \Rightarrow 4^t - 3^t \leq 4^n - 3^n \Leftrightarrow t \leq n$

Từ $x + y > 0 \Rightarrow -x < y = 3^t - x \leq 3^n - x$

Mặt khác, không quá 242 số nguyên y thoả mãn đề bài nên $3^n \leq 242 \Leftrightarrow n \leq \log_3 242$

$$\Rightarrow x^2 - x = 4^n - 3^n \leq 4^{\log_3 242} - 242 \Leftrightarrow -27,4 \leq x \leq 28,4 \Rightarrow x \in \{-27; -26; \dots; 28\}$$

$\Rightarrow$ có 56 số nguyên x thoả mãn đề bài.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ và hai điểm $A(3;0;0)$, $B(4;2;1)$. Điểm M bất kỳ thuộc mặt cầu (S) . Giá trị nhỏ nhất của $MA + 2MB$ bằng:

A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{21}$.

C. $6\sqrt{2}$.

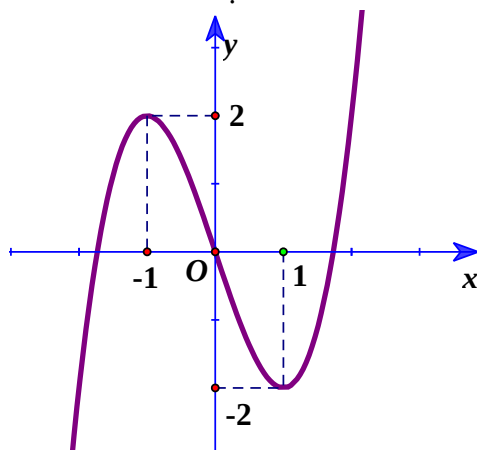
D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

- + Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;0)$, bán kính $R=2\sqrt{2}$.
 - + Ta có $IA=4\sqrt{2}=2R=2IM$; $IB=\sqrt{30}>R$ nên B nằm ngoài mặt cầu (S) .
 - + Lấy điểm K sao cho $IK=\frac{1}{4}IA$. Suy ra $K(0;3;0)$.
 - + Ta có $IK=\frac{1}{2}R=\frac{1}{2}IM$ nên K nằm trong mặt cầu (S) .
 - + Lại có $\triangle IAM \sim \triangle IMK$ (c.g.c) suy ra $\frac{MA}{KM}=\frac{IA}{IM}=2 \Leftrightarrow MA=2MK$.
 - + Khi đó $MA+2MB=2MK+2MB \geq 2BK=6\sqrt{2}$.
 - + Dấu đẳng thức xảy ra khi $M=BK \cap (S)$ và M nằm giữa B, K .
- Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA+2MB$ bằng $6\sqrt{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x+2)-2022$ có đồ thị như hình bên dưới.



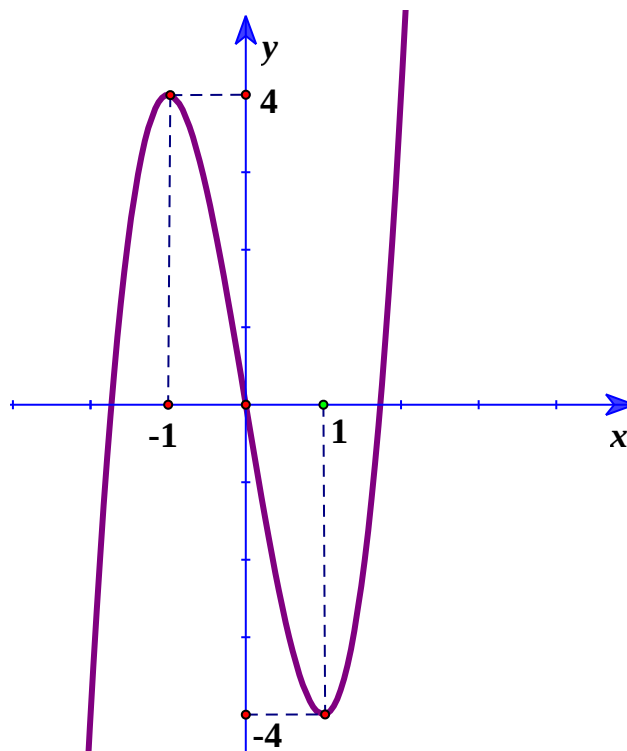
Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(2x^3-6x+m+1)$ có 6 điểm cực trị là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

- + Từ đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x+2)-2022$ có hai điểm cực trị là: $x=-1, x=1$. Do đó, hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=1, x=3$ hay $f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$
- $g'(x)=(6x^2-6)f'(2x^3-6x+m+1)$
- + Ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ 2x^3-6x+m+1=1 \\ 2x^3-6x+m+1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ 2x^3-6x=-m \quad (1) \\ 2x^3-6x=2-m \quad (2) \end{cases}$
- Nên
- + Xét hàm số $h(x)=2x^3-6x$ ta có đồ thị như hình vẽ



Do đó, $y = g(x)$ có 6 điểm cực trị khi

$$\begin{cases} -4 < 2 - m < 4 \\ -m \leq -4 \\ -4 < -m < 4 \\ 2 - m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m < 6 \\ -4 < m \leq -2 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-3; -2; 4; 5\}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m .

<http://vn teach.com> – Website tài liệu dành cho giáo viên và học sinh Việt Nam