# **PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ**

## **1. NGUYÊN HÀM CỦA MỘT HÀM SỐ**

Cho hàm số  xác định trên một khoảng  (hoặc một đoạn, hoặc một nửa khoảng). Hàm số  được gọi là một nguyên hàm của hàm số  trên  nếu  với mọi  thuộc .

**Chú ý.** Trường hợp  thì các đẳng thức  và  được hiểu là đạo hàm bên phải tại điểm  và đạo hàm bên trái tại điểm  của hàm số , tức là



1. Cho hàm số . Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số  trên ?

**a)** ;

**b)** .

**Giải**

Ta có: .

Vì  với mọi  nên hàm số  là một nguyên hàm của  trên .

Hàm số  không là nguyên hàm của  trên  vì với , ta có



Giả sử hàm số  là một nguyên hàm của  trên . Khi đó:

**a)** Với mỗi hằng số , hàm số  cũng là một nguyên hàm của  trên ;

**b)** Nếu hàm số  là một nguyên hàm của  trên  thì tồn tại một hằng số  sao cho  với mọi .

Như vậy, nếu  là một nguyên hàm của  trên  thì mọi nguyên hàm của  trên  đều có dạng  ( là hằng số). Ta gọi  là họ các nguyên hàm của  trên , kí hiệu bởi .

**Chú ý**

**a)** Để tìm họ các nguyên hàm (gọi tắt là tìm nguyên hàm) của hàm số  trên , ta chỉ cần tìm một nguyên hàm  của  trên  và khi đó

 là hằng số

**b)** Người ta chứng minh được rằng, nếu hàm số  liên tục trên khoảng  thì  có nguyên hàm trên khoảng đó.

**c)** Biểu thức  gọi là vi phân của nguyên hàm , kí hiệu là .

Vậy .

**d)** Khi tìm nguyên hàm của một hàm số mà không chỉ rõ tập ,



1. Tìm một nguyên hàm của hàm số  trên . Từ đó hãy tìm .

**Giải**

Vì  nên  là một nguyên hàm của hàm số  trên .

Do đó, .

## **2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA NGUYÊN HÀM**

Cho  là hàm số liên tục trên  là một hằng số khác 0. Giả sử  là một nguyên hàm của  trên .



1. Sử dụng kết quả của Ví dụ 2, hãy tìm:

**a)** 

**b)** 

**Giải**

Ta có:

**a)** .

**b)** .

Cho  và  là hai hàm số liên tục trên . Giả sử  là một nguyên hàm của ,  là một nguyên hàm của  trên .

.

.

1. Sử dụng kết quả của Luyện tập 3 và tính chất cơ bản của nguyên hàm, hãy tìm:

**a)** 

**b)** 

**Giải**

Ta có:

**a)** .

**b)** .

1. Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi , với  là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 30 giây thì máy bay cất cánh rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là bao nhiêu mét?



**Giải**

Gọi  là quãng đường máy bay di chuyển được sau  giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà.

Ta có . Do đó,  là một nguyên hàm của hàm số vận tốc . Sử dụng tính chất của nguyên hàm ta được



Theo giả thiết,  nên  và ta được .

Máy bay rời đường băng khi  (giây) nên .

Vậy quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi nó rời đường băng là .

## **3. NGUYÊN HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP**

### **a) Nguyên hàm của hàm số luỹ thừa**



1. Tìm:

**a)** 

**b)** ;

**c)** .

**Giải**

**a)** .

**b)** .

**c)** .

### **b) Nguyên hàm của hàm số lượng giác**



1. Tìm:

**a)** ;

**b)** 

**Giải**

**a)** .

**b)** .

### **c) Nguyên hàm của hàm số mũ**

.

.

1. Tìm:

**a)** ;

**b)** ;

**c)** .

**Giải**

**a)** .

**b)** .

**c)** .

Ta tổng kết lại bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp như sau.

|  |  |
| --- | --- |
|    |    |
|    |    |
|    |    |
|    |    |
|    |    |

Dựa vào bảng nguyên hàm của các hàm số thường gặp và tính chất cơ bản của nguyên hàm, ta có thể tìm được nguyên hàm của nhiều hàm số khác.