

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Số nào có căn bậc hai là 3 và -3 ?

- A. 9 . B. -9 . C. 81 . D. -81 .

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{2}{3} - 2x$. B. $y = 1 + x$. C. $y = 6 + 2(1 - x)$. D. $y = 6 - 2(1 + x)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = (m + 5)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số trên là hàm số bậc nhất

- A. $m > 5$. B. $m < -5$. C. $m \neq 5$. D. $m \neq -5$.

Câu 4: Cặp số $(2; 3)$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x - 2y = -4 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x + y = 5 \\ -3x - 2y = 12 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x - y = -1 \\ -3x + 2y = 12 \end{cases}$.

Câu 5: Mua 5 chiếc thước và 3 chiếc bút chì hết 38000 đồng, mỗi chiếc thước rẻ hơn 1 bút chì

là 2000 đồng. Hỏi giá tiền mỗi chiếc thước và mỗi chiếc bút chì?

- A. Thước: 4000 đ, bút chì: 6000 đ. B. Thước: 6000 đ, bút chì: 4000 đ.
C. Thước: 3000 đ, bút chì: 5000 đ. D. Thước: 5000 đ, bút chì: 7000 đ.

Câu 6: Tìm giá trị của a , biết rằng đồ thị hàm số $y = ax^2$ với $a \neq 0$ đi qua điểm $A(1; 1)$?

- A. $a = -1$. B. $a = 2$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = 1$.

Câu 7: Tính Δ của phương trình $2x^2 + 2\sqrt{11}x + 3 = 0$.

- A. $\Delta = 5$. B. $\Delta = 38$. C. $\Delta = \sqrt{5}$. D. $\Delta = 20$.

Câu 8: Giả sử phương trình $x^2 - 16x - 8 = 0$ có hai nghiệm. Giá trị của biểu thức $x_1 + x_2$ bằng

- A. -8 . B. 24 . C. -16 . D. 16 .

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Hệ thức nào sau đây đúng?

- A. $AC^2 = BH \cdot BC$. B. $AC^2 = CH \cdot BH$. C. $AC^2 = AH \cdot BC$. D. $AC^2 = BC \cdot CH$.

Câu 10: Cho tam giác $DABC$ vuông tại A có $B = 48^\circ$, $BC = 50$ cm. Tính độ dài AB (làm

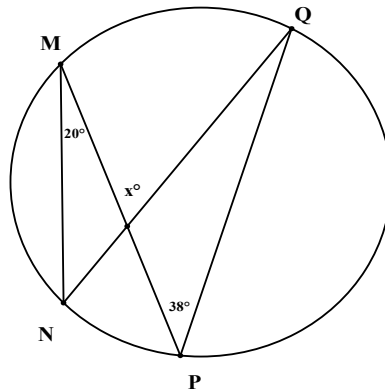
tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

- A. 33 cm. B. 33,5 cm. C. 33,4 cm. D. 34 cm.

Câu 11: Tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $CH = 16\text{cm}, BC = 25\text{cm}$. Khi đó AC bằng

A. 25 cm. B. 32 cm. C. 20 cm. D. 400 cm.

Câu 12: Cho hình bên, biết $\angle NMP = 20^\circ$, $\angle QPM = 38^\circ$, giá trị của x bằng



- A. 68° . B. 58° . C. 48° . D. 38° .

II. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 3}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{4\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{16}{9}$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm x để $\frac{A - 1}{B} \leq -\frac{1}{2}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 5x - m + 2$ (m là tham số).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ y_1, y_2 thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25$.

Câu 3. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp

điểm). Vẽ cát tuyến MCD với (O) sao cho $MC < MD$ và tia MD nằm giữa hai tia MA và MO

Gọi E là trung điểm của CD .

a) Chứng minh tứ giác $MAEO; MEOB$ nội tiếp.

b) Kẻ AB cắt MD tại I , cắt MO tại H . Chứng minh $EA \cdot EB = EI \cdot EM$.

c) Chứng minh: $\widehat{MHC} = \widehat{OCE}$.

d) Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với OA , cắt AE tại K . Chứng minh: $IK \parallel AC$.

Câu 4. Cho biểu thức : $B = (1+x) \left(1 + \frac{1}{y} \right) + (1+y) \left(1 + \frac{1}{x} \right)$. Với $x > 0$, $y > 0$ và $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của B .

I. TRẮC NGHIỆM

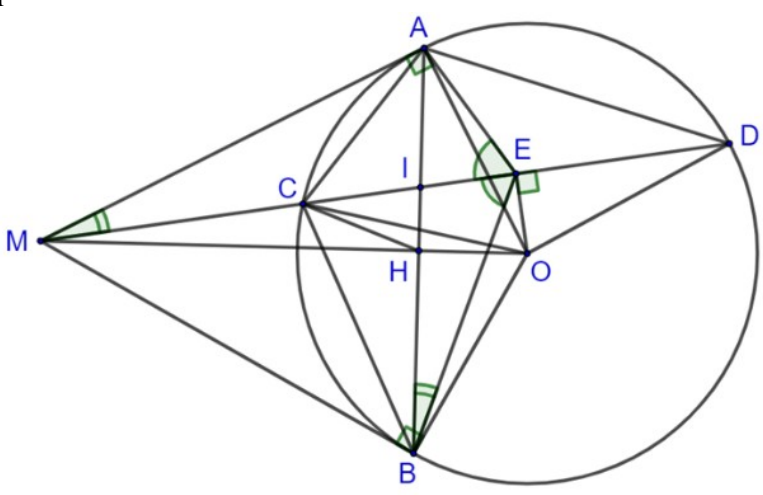
Mỗi câu trả lời đúng cho 0,25 điểm.

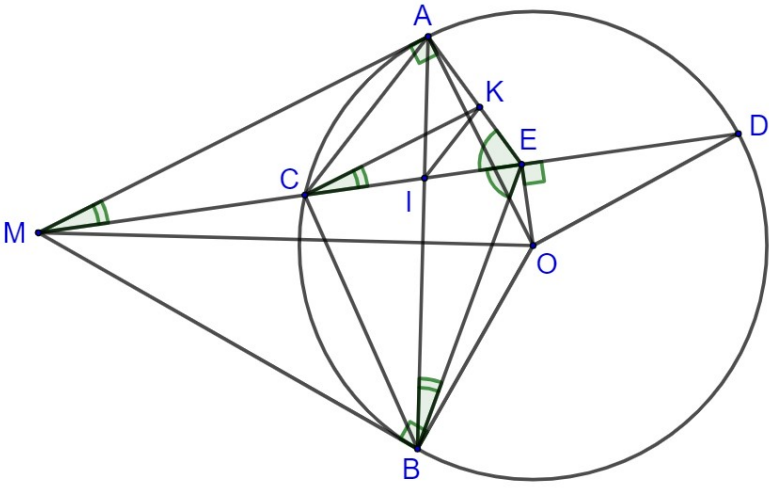
Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ĐA	A	B	D	B	A	D	A	D	D	B	C	B

II. TỰ LUẬN

Câu	Đáp án	Biểu điểm
1	Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$. a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{16}{9}$. b) Rút gọn biểu thức B. c) Tìm x để $\frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2}$.	1,5 đ
a	a) Thay $x = \frac{16}{9}$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A có: $A = \frac{\sqrt{\frac{16}{9}} - 1}{\sqrt{\frac{16}{9}} + 3} = \frac{\frac{4}{3} - 1}{\frac{4}{3} + 3}$	0,25đ
	$A = \frac{1}{3} : \frac{13}{3} = \frac{1}{13}$ Vậy $A = \frac{1}{13}$ khi $x = \frac{16}{9}$.	0,25đ
b	b) Ta có $B = \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} = \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{\sqrt{x}-1 + \sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x-1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ Vậy $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.	0,25
c	c) Ta có: $\frac{A-1}{B} = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} - 1 \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}-1-\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} = -\frac{4}{\sqrt{x}+1}$	0,25đ
	Khi đó: $\frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{4}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-7}{2(\sqrt{x}+1)} \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-7 \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 49$	0,25đ

	$(\text{vì } 2(\sqrt{x}+1) > 0).$	
2	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 5x - m + 2$ (m là tham số). a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2)$. b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ $y_1; y_2$ thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25$.	2 đ
a	Đường thẳng $(d): y = 5x - m + 2$ đi qua điểm $A(1;2)$ nên thay $x=1; y=2$ ta có: $2 = 5 \cdot 1 - m + 2 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5$ Vậy khi $m = 5$ là giá trị cần tìm	0,5đ 0,25đ 0,25đ
b	$(d): y = 5x - m + 2$; $(P): y = x^2$ Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) $x^2 = 5x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + m - 2 = 0(1)$ Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = (-5)^2 - 4(m - 2) > 0 \Leftrightarrow 33 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{33}{4} (*)$ Với điều kiện (*) gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của PT (1). Theo định lí Vi-et, ta có: $x_1 + x_2 = 5; x_1 x_2 = m - 2$ Ta có: $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2^2 = 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1^2 x_2^2 = 25$ $\Leftrightarrow 5^2 - 2(m - 2) + (m - 2)^2 = 25 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow (m - 2)(m - 4) = 0$ $\Leftrightarrow m = 2 \text{ (t/m) hoặc } m = 4 \text{ (t/m)}$ Vậy $m = 2; m = 4$ là giá trị cần tìm.	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
3	Câu 3. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD với (O) sao cho $MC < MD$ và tia MD nằm giữa hai tia MA và MO. Gọi E là trung điểm của CD. a) Chứng minh tứ giác $MAEO; MEOB$ nội tiếp. b) Kẻ AB cắt MD tại I, cắt MO tại H. Chứng minh $EAEB = EI \cdot EM$. c) Chứng minh: $MHC = OCE$. d) Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với OA, cắt AE tại	3,0 đ

	K Chứng minh: $IK \parallel AC$.	
	Vẽ hình 	
	Chứng minh tứ giác $MAEO$; $MEOB$ nội tiếp.	1 đ
a	Xét (O) có: MA là tiếp tuyến (O) $\Rightarrow \angle MAO = 90^\circ$ (tính chất) Xét (O) có: E là trung điểm của dây $CD \Rightarrow OE \perp CD$ (định lý) $\Rightarrow \angle MEO = 90^\circ$. Ta có: $\angle MEO = \angle MAO = 90^\circ$. Hai đỉnh A, E kề nhau cùng nhìn cạnh MO dưới một góc 90° nên tứ giác $MAEO$ nội tiếp.	0,25đ
	Xét (O) có: MB là tiếp tuyến $\Rightarrow \angle MBO = 90^\circ$ (tính chất) Ta có: $\angle MEO = 90^\circ$ (cmt) Ta có: $\angle MEO + \angle MBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Mà hai góc này ở vị trí đối nhau. Suy ra, tứ giác $MEOB$ nội tiếp.	0,25đ
		0,25đ
	Chứng minh $EAEB = EI \cdot EM$	1,0 đ
b	Tứ giác $MAEO$ nội tiếp; tứ giác $MEOB$ nội tiếp Do đó, năm điểm M, A, E, O, B cùng thuộc đường tròn đường kính OM. Ta có $\angle AME = \angle ABE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AE}$) Hay $\angle AME = \angle IBE$ (1)	0,25đ
	Xét (O) có: MA, MB là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M $\Rightarrow MA = MB$ (tính chất)	0,25đ
	Xét đường tròn đường kính OM có: $MA = MB \Rightarrow \widehat{MA} = \widehat{MB}$	0,25đ

	$\sphericalangle AEM = \sphericalangle BEM$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)(2) Từ (1) và (2) Suy ra $\triangle EAM \sim \triangle EIB$ (g.g) $\sphericalangle \frac{EA}{EI} = \frac{EM}{EB} \Rightarrow EA \cdot EB = EI \cdot EM$ (điều phải chứng minh).	0,25đ
	Chứng minh $\sphericalangle MHC = \sphericalangle OCE$.	0,5 đ
c	Ta có $AB \perp OM$ tại H (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) Xét $\triangle OAM$ vuông tại A, đường cao AH có: $MH \cdot MO = MA^2$ (hệ thức lượng) (3) Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có: $\sphericalangle MAC = \sphericalangle MDA = \frac{1}{2} \sphericalangle AOC$ và $\sphericalangle AMC$ chung $\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA} \Rightarrow MC \cdot MD = MA^2$ (4) Từ (3)(4), suy ra: $MH \cdot MO = MC \cdot MD \Rightarrow \frac{MH}{MC} = \frac{MD}{MO}$. Xét $\triangle MCH$ và $\triangle MOD$ có: $\frac{MH}{MC} = \frac{MD}{MO}$ và $\sphericalangle HMC$ chung $\Rightarrow \triangle MCH \sim \triangle MOD$ (c.g.c) $\Rightarrow \sphericalangle MHC = \sphericalangle MDO$	0,25 đ
	Xét $\triangle OCD$ có: $OC = OD$ (bán kính) $\Rightarrow \triangle OCD$ cân tại O. $\Rightarrow \sphericalangle MDO = \sphericalangle OCE$. Vậy $\sphericalangle MHC = \sphericalangle OCE$ (điều phải chứng minh).	0,25 đ
d	Chứng minh $IK \parallel AC$. 	0,5 đ

	Do $CK \parallel MA (\wedge OA) \Rightarrow \widehat{ECK} = \widehat{EMA}$ (đồng vị) Mà $\widehat{EMA} = \widehat{EBI}$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{ECK} = \widehat{EBI}$. Xét $\triangle DEKC$ và $\triangle DEIB$ có: $\widehat{ECK} = \widehat{EBI}$ và $\widehat{KEC} = \widehat{IEB}$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \triangle DEKC \sim \triangle DEIB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{EK}{EI} = \frac{CK}{BI}$ (5)	0,25đ
	Ta có: $\widehat{EKC} = \widehat{EIB}$ (do $\triangle DEKC \sim \triangle DEIB$) và $\widehat{EKC} + \widehat{AKC} = 180^\circ$; $\widehat{EIB} + \widehat{CIB} = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AKC} = \widehat{CIB}$. Lại có: $\widehat{ACK} = \widehat{CAM}$ (do $CK \parallel MA$); $\widehat{CAM} = \widehat{CBI} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AC}$ $\Rightarrow \widehat{ACK} = \widehat{CBI}$. Suy ra $\triangle ACK \sim \triangle CBI$ (g.g) $\Rightarrow \frac{CK}{BI} = \frac{AK}{CI}$ (6) Từ (5), (6) $\Rightarrow \frac{EK}{EI} = \frac{AK}{CI} \Rightarrow \frac{EK}{AK} = \frac{EI}{CI} \Rightarrow IK \parallel AC$ (định lí Ta-lét đảo).	0,25đ
4	Cho biểu thức: $B = (1+x) \left(1 + \frac{1}{y} \right) + (1+y) \left(1 + \frac{1}{x} \right)$. Với $x > 0$, $y > 0$ và $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của B.	0,5đ
	$B = (1+x) \left(1 + \frac{1}{y} \right) + (1+y) \left(1 + \frac{1}{x} \right) = 2 + x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ $= 2 + x + y + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ $= 2 + \left(x + \frac{1}{2x} \right) + \left(y + \frac{1}{2y} \right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + 1 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có: $x + \frac{1}{2x} \geq 2 \cdot \sqrt{x \cdot \frac{1}{2x}} = \sqrt{2} \quad (1)$ $y + \frac{1}{2y} \geq 2 \cdot \sqrt{y \cdot \frac{1}{2y}} = \sqrt{2} \quad (2)$ $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}} = 2 \quad (3)$ $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \geq \frac{1}{\sqrt{xy}}$ Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có:	0,25đ

	$xy \leq \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \Rightarrow \sqrt{xy} \leq \sqrt{\frac{1}{2}(x^2 + y^2)} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(x^2 + y^2)}} = \sqrt{2}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \geq \sqrt{2} \quad (4)$	
	Từ (1), (2), (3), (4) ta được: $2 + \left(x + \frac{1}{2x} \right) + \left(y + \frac{1}{2y} \right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \geq 4 + 3\sqrt{2}$ Vậy $\text{Min} B = 4 + 3\sqrt{2}$. $\begin{cases} x = y \\ x = \frac{1}{2x} \\ y = \frac{1}{2y} \\ x^2 + y^2 = 1; x > 0, y > 0 \end{cases}$ Dấu đẳng thức đồng thời xảy ra khi và chỉ khi: $\Leftrightarrow x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$	0,25đ

Hết