

1. MỞ ĐẦU

- Lí do chọn đề tài.

Từ đề thi đại học của các năm gần đây cho thấy rằng bài toán phương pháp tọa độ trong mặt phẳng là một nội dung khó lấy điểm đối với học sinh đồng thời cũng là nội dung khó để giáo viên có thể giảng dạy đem lại hứng thú cho học sinh. Đặc biệt từ năm 2014 bộ giáo dục đã đưa nội dung này vào mức điểm 8 trong đề thi đại học và đến năm 2015 phần này còn được đánh giá ở mức độ lấy điểm 8,5 đến 9 trong đề thi THPT quốc gia thêm vào đó phần này lại được học từ lớp 10 sau 2 năm các em mới thi nên càng khó khăn hơn. Trong phần này có 3 đối tượng chính đó là đường thẳng, đường tròn và elíp, trong 3 nội dung trên thì đường thẳng được coi là nội dung số 1 nó vừa là nội dung khó vừa là nội dung xuất hiện nhiều hơn cả trong đề thi. Trong phần đường thẳng thì bài toán tìm tọa độ đỉnh, viết phương trình các cạnh trong tam giác khi biết trước một số yếu tố của tam giác là dạng toán hay và tương đối khó, để giải bài toán dạng này đòi hỏi học sinh phải nắm vững kiến thức hình học phẳng, mối quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác và các điểm đặc biệt của tam giác như: Trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và các tính chất khác của hình học phẳng ở cấp THCS.

Hiện tại đã có rất nhiều tài liệu viết về nội dung này, tuy nhiên các tài liệu phù hợp với đối tượng học sinh trường THPT Lê Lai thì chưa nhiều bởi chất lượng học sinh của nhà trường rất thấp chỉ có 1 hoặc 2 lớp mũi nhọn thì mới có khả năng tiếp thu được những phần kiến thức này để phục vụ cho việc thi đại học. Do vậy năm học 2015 – 2016 tôi được giao nhiệm vụ đảm nhiệm lớp mũi nhọn 10A1, tôi đã trăn trở tìm hiểu tài liệu và phân loại bài tập phần đường thẳng trong tam giác đồng thời chọn làm nội dung làm sáng kiến kinh nghiệm trong năm học này với tên gọi ***“Hướng dẫn học sinh lớp 10 nâng cao kỹ năng giải các bài toán liên quan đến đường thẳng trong tam giác”***.

- Mục đích nghiên cứu.

Với mục đích giúp học sinh không cảm thấy khó khăn khi gặp dạng toán này tôi đưa ra phương pháp phân loại bài tập từ dễ đến khó để học sinh tiếp cận một cách đơn giản, dễ nhớ và từng bước giúp học sinh hình thành lối tư duy giải quyết vấn đề. Qua đó giúp các em học tốt hơn về phần phương pháp tọa độ trong mặt phẳng nói chung và phần đường thẳng nói riêng, tạo cho các em tự tin hơn khi làm các bài tập hình học và tạo tâm lý không “sợ” khi giải bài tập hình tọa độ trong mặt phẳng

- Đối tượng nghiên cứu.

Phân dạng bài tập và phương pháp giải các dạng toán về phương trình đường thẳng và tìm điểm trong tam giác. Đề tài này được thực hiện trong phạm vi các lớp 10A1, 10A2 ở trường THPT Lê Lai

- Phương pháp nghiên cứu.

Nghiên cứu tài liệu:

Nghiên cứu những tài liệu có liên quan đến đề tài:

- Sách giáo khoa hình học 10 chuẩn và nâng cao, sách bài tập.

- Các tài liệu tham khảo khác về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng.

Điều tra:

- Thực dạy và kết quả kiểm tra:

Trong quá trình nghiên cứu đề tài, tôi đã tiến hành kiểm tra tại các lớp 10B8, 10B7 năm học 2014-2015 và thực dạy các lớp 10A1, 10A2 năm học 2015- 2016.

Năm học 2015-2016: Lớp 10A1,10A2: thực nghiệm.

- Dự giờ: Thường xuyên dự giờ để biết được mức độ hiểu biết và khả năng giải toán lập phương trình đường thẳng và các dạng toán liên quan đến đường thẳng trong tam giác cùng cách giải quyết vấn đề của đồng nghiệp, từ đó để đánh giá chính xác kết quả phương pháp của mình.

- Đàm thoại:

+ Trao đổi với đồng nghiệp để có kinh nghiệm và phương pháp dạy phù hợp với phân môn.

+ Trao đổi với các em học sinh về các bài toán lập phương trình đường thẳng và các dạng toán liên quan đến đường thẳng trong tam giác để biết được cách tìm ra hướng giải bài toán của các em, từ đó có cách dạy tốt hơn.

2. NỘI DUNG SÁNG KIẾN.

2.1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm.

Nhằm giúp học sinh có kiến thức, kỹ năng làm bài tập phần phương trình đường thẳng trong các kỳ thi đặc biệt là kỳ thi THPT quốc gia. Bản thân tôi đã nghiên cứu chương trình SGK, tài liệu tham khảo và phân thành các dạng toán và gắn với phương pháp giải cụ thể. Trong bài toán viết phương trình đường thẳng thì phương pháp chung nhất là đi xác định véc tơ chỉ phương hoặc véc tơ pháp tuyến của đường thẳng và toạ độ một điểm mà đường thẳng đi qua sau đó áp dụng các dạng phương trình đường thẳng trên để viết phương trình, tùy theo kỹ năng ra đề của người ra đề mà họ sẽ dấu đi 1 trong 2 yếu tố trên hay cả hai buộc học sinh phải vận dụng kiến thức đã học để tìm các yếu tố đó thì mới giải quyết được bài toán trên. Ví dụ như đề toán năm 2015 của bộ như sau:

Câu 8 (1,0 điểm): Trong mặt phẳng hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu của A trên cạnh BC; D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu của vuông góc C trên đường thẳng AD. Giả sử H (-5;-5), K (9;-3) và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng : $x - y + 10 = 0$. Tìm toạ độ điểm A

Hoặc trong đề khối D năm 2014 của bộ.

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC với chân đường phân giác trong của góc A là D(1; -1). Đường thẳng AB có phương trình là $3x + 2y - 9 = 0$; tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

2.2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm.

Trong năm học 2014 – 2015 tôi đã tiến hành kiểm tra kiến thức phần này đối với 2 lớp khối 10 của năm học đó là lớp 10B8 và 10B7 và nhận được kết quả không mấy khả quan cụ thể.

Bài 1: Tìm toạ độ các đỉnh A, B của tam giác ABC biết đỉnh C(-1;-2); đường trung tuyến kẻ từ A có phương trình: $5x + y - 9 = 0$ và đường cao kẻ từ B có phương trình là: $x + 3y - 5 = 0$

Bài 2: Lập phương trình các cạnh của ΔABC nếu cho C(-4;-5) và 2 đường cao xuất phát từ A và B có phương trình lần lượt là $2x - y + 1 = 0$ và $3x + 8y + 13 = 0$

Bài 3: Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC biết C(4;-1); đường trung tuyến hạ từ A có phương trình là: $2x + 3y = 0$; đường cao hạ từ đỉnh A có phương trình là: $2x - 3y + 12 = 0$

Số liệu cụ thể trước khi thực hiện đề tài :

Kết quả của lớp 10B7 (sĩ số 45)

	Làm đúng	Làm sai	Không có lời giải
Bài 1	20	18	7
Bài 2	19	17	9

Bài 3	16	20	9
Kết quả của lớp 10B8 (sĩ số 38)			
	Làm đúng	Làm sai	Số h/s không có lời Lời giải
Bài 1	25	10	3
Bài 2	27	9	2
Bài 3	25	10	3

2.3. Các sáng kiến kinh nghiệm hoặc các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề.

Nội dung đề tài được thể hiện qua 9 dạng toán trong tam giác và một vài ví dụ minh họa từ các đề thi của bộ giáo dục và đào tạo các năm gần đây, trong mỗi phần tác giả trình bày theo trình tự: Dạng toán và các phương pháp giải, một số ví dụ có lời giải cụ thể và bài tập tương tự.

A. Tiến hành về dạy lý thuyết:

1. Giáo viên khi dạy kiến thức phần đường thẳng cần coi trọng phương pháp giảng dạy trước đó có liên quan đến phần này. Đó là dạy các kiến thức về:

a. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d

Vector $u \neq 0$ và có giá song song hoặc trùng với d thì u là vector chỉ phương của d.

Nếu u là vector chỉ phương của d thì $k.u$ cũng là vector chỉ phương của d ($k \neq 0$)

b. Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d

Vector $n \neq 0$ và có giá vuông góc với d thì n là vector pháp tuyến của d

Nếu n là vector pháp tuyến của d thì $k.n$ cũng là vector pháp tuyến của d ($k \neq 0$)

c. Phương trình của đường thẳng

Nếu đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có véc tơ chỉ phương là $u(a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ thì:

+ Phương trình tham số của đường thẳng d là :
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số})$$

+ Phương trình chính tắc của đường thẳng d là :
$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} \quad (a.b \neq 0)$$

+ Phương trình tổng quát của đường thẳng d có dạng: $Ax + By + C = 0$

+ Phương trình đường thẳng d qua $M(x_0; y_0)$, có vector pháp tuyến $n(A; B)$ với $A^2 + B^2 \neq 0$ là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$

+ Phương trình đường thẳng d qua $M(x_0; y_0)$ có hệ số góc k: $y = k(x - x_0) + y_0$

+ Phương trình đoạn thẳng chắn trên các trục tọa độ: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

(đi qua 2 điểm $A(a; 0) \in Ox$; $B(0; b) \in Oy$)

+ Phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$ có dạng $Ax + By + m = 0$ ($m \neq C$)

+ Phương trình đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$ có dạng $Bx - Ay + m = 0$

+ Công thức góc giữa hai đường thẳng.

d, Các kiến thức khác

Cho $A(x_A; y_A)$; $B(x_B; y_B)$; $C(x_C; y_C)$

- Véc tơ $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

- Toạ độ trung điểm I của AB là $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

- Độ dài vector $\overrightarrow{AB}$ là $|\overrightarrow{AB}| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

- Nếu điểm $M(x_M; y_M)$ chia đoạn thẳng AB theo tỉ số $k \neq 1$ thì

$$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k} \end{cases}$$

- A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = k(x_C - x_A) \\ y_B - y_A = k(y_C - y_A) \end{cases}$

- Nếu A, B, C là 3 đỉnh 1 tam giác, gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì ta có:

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

Quy ước: Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng ký hiệu là $\vec{n}$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng ký hiệu là $\vec{u}$

2. Phần hướng dẫn bài tập về nhà phải dành một thời gian nhất định, hướng dẫn chu đáo, cụ thể và có yêu cầu cao với học sinh.

B. Các dạng bài tập thường gặp:

Tôi đã phân loại bài tập cho học sinh và phương pháp giải từng dạng. Sau đây tôi xin đề cập tới một số dạng bài tập hay gặp trong đề thi đại học và cao đẳng.

Dạng 1: Tam giác ABC biết đỉnh A và 2 đường cao BH, CK. Tìm toạ độ các đỉnh B; C, lập phương trình các cạnh của tam giác ABC.

Phương pháp:

B1: Lập phương trình cạnh AB đi qua A và vuông góc với CK

Lập phương trình cạnh AC đi qua A và vuông góc với BH

B2: Tìm toạ độ điểm B, C.

B3: Lập phương trình cạnh BC

Ví dụ 1. Lập phương trình các cạnh của ΔABC biết $A(2; -1)$ và 2 đường cao xuất phát từ B và C có phương trình lần lượt là: $2x - y + 1 = 0$ và $3x + y + 2 = 0$.

Bài giải:

Vì $BH \perp AC$ nên cạnh AC có phương trình $x + 2y + m = 0$, AC qua A nên $2 - 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = 0$. Phương trình cạnh AC là: $x + 2y = 0$

Vì $CK \perp AB$ nên cạnh AB có phương trình $x - 3y + n = 0$, AB qua A nên $2 + 3 + n = 0 \Leftrightarrow n = -5$. Phương trình cạnh AB là: $x - 3y - 5 = 0$

$$\text{Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ } \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{4}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow C\left(-\frac{4}{5}; \frac{2}{5}\right)$$

$$\text{Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ } \begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{5} \\ y = -\frac{11}{5} \end{cases} \Rightarrow B\left(-\frac{8}{5}; -\frac{11}{5}\right)$$

Khi đó $\overrightarrow{BC} = \left(\frac{4}{5}; \frac{13}{5}\right) = \frac{1}{5}(4; 13)$ nên vector pháp tuyến của BC là $\overrightarrow{n_{BC}} = (13; -4)$.

$$\text{Phương trình cạnh BC có dạng: } 13\left(x + \frac{8}{5}\right) - 4\left(y + \frac{11}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow 13x - 4y + 12 = 0$$

Ví dụ 2. Tam giác ABC có $A(1; 2)$ và phương trình hai đường cao lần lượt là BH: $x + y + 1 = 0$ và CK: $2x + y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C của tam giác ABC

Bài giải:

Cạnh AB đi qua $A(1; 2)$ và vuông góc với CK: $2x + y - 2 = 0$ nên AB có phương trình: $1(x - 1) - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3 = 0$

Tương tự cạnh AC đi qua $A(1; 2)$ và vuông góc với BH: $x + y + 1 = 0$ nên AC có phương trình: $1(x - 1) - 1(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$

$$\text{Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ: } \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow B\left(-\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

$$\text{Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ: } \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

Bài tập tương tự:

1, Lập phương trình các cạnh của ΔABC nếu cho $A(1;3)$ và 2 đường cao xuất phát từ B và C có phương trình lần lượt là $5x + 3y - 2 = 0$ và $3x - 2y - 1 = 0$

2, Cho ΔABC có phương trình cạnh AB: $5x - 3y + 2 = 0$ và 2 đường cao xuất phát từ A và B có phương trình lần lượt là $4x + y - 1 = 0$ và $7x - 3y - 12 = 0$

Dạng 2: Tam giác ABC biết đỉnh A, biết hai trung tuyến xuất phát từ 2 đỉnh còn lại BM, CN. Tìm tọa độ B; C, viết phương trình các cạnh của tam giác.

Phương pháp: Cách 1:

B1: Tìm tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của ABC

B2: Tham số hóa tọa độ của $B(x_B; y_B)$; $C(x_C; y_C)$ theo phương trình BM, CN.

B3: Tìm tọa độ của B, C: áp dụng công thức:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

B4: Viết phương trình các cạnh.

Cách 2:

B1: Tìm tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của ABC

B2: Xác định điểm H đối xứng với A qua G theo công thức trung điểm.

Khi đó tứ giác BGCH là hình bình hành.

B3: Lập phương trình đường thẳng HC qua H và song song với trung tuyến BM. C là giao điểm của HC với CN.

B4: Lập phương trình đường thẳng HB qua H và song song với trung tuyến CN. B là giao điểm của HB với BM.

B5: Viết phương trình các cạnh.

Ví dụ: Cho tam giác ABC có $A(-2;3)$ và hai đường trung tuyến BM: $x - 2y + 1 = 0$ và CN: $x + y - 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C của tam giác ABC

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow G(1;3)$$

Vì B thuộc đường thẳng BM nên giả sử $B(x_B; y_B)$ thì:

$$x_B - 2y_B + 1 = 0 \Leftrightarrow y_B = \frac{x_B + 1}{2} \Rightarrow B\left(x_B; \frac{x_B + 1}{2}\right). \text{ Tương tự } C(x_C; 4 - x_C)$$

Mặt khác vì $G(1;3)$ là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có:

$$\begin{cases} 1 = \frac{-2 + x_B + x_C}{3} \\ 3 = \frac{3 + \frac{x_B + 1}{2} + 4 - x_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = 5 \\ x_B - 2x_C = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = \frac{2}{3} \\ x_C = \frac{13}{3} \end{cases}$$

Vậy $B\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{6}\right); C\left(\frac{13}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

Bài tập tương tự: Cho tam giác ABC có $A(-3;1)$ và hai đường trung tuyến BM: $2x + y - 1 = 0$ và CN: $3x + y - 1 = 0$. Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC

Dạng 3: Tam giác ABC biết hai cạnh AB, AC và biết trọng tâm G. Xác định tọa độ các đỉnh, lập phương trình cạnh còn lại.

Phương pháp:

B1 (Chung cho 2 cách): Tìm tọa độ điểm A là giao điểm của AB và AC

Suy ra tọa độ điểm M là trung điểm của BC nhờ: $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GM}$ hoặc

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG}$$

Cách 1:

B2: Tham số hoá tọa độ của $B(x_B; y_B); C(x_C; y_C)$ theo phương trình AB, AC

B3: Tìm tọa độ của B; C nhờ:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases}$$

B4: Lập phương trình của BC.

Cách 2:

B2: Viết phương trình đường thẳng MN qua M và song song với AC với N là trung điểm của AB. Tìm tọa độ điểm N.

B3: Từ $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN}$ suy ra tọa độ điểm B. Phương trình cạnh BC qua B và nhận $\overrightarrow{BM}$ làm vectơ chỉ phương. Từ đó tìm tọa độ C.

Ví dụ 1. Tam giác ABC biết phương trình AB: $4x + y + 15 = 0$; AC: $2x + 5y + 3 = 0$ và trọng tâm $G(-2; -1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, viết phương trình BC.

Bài giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 4x + y + 15 = 0 \\ 2x + 5y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-4; 1)$$

Gọi $M(x; y)$ là trung điểm của BC, vì G là trọng tâm tam giác ABC nên:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - x_A = \frac{3}{2}(x_G - x_A) \\ y_M - y_A = \frac{3}{2}(y_G - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-1; -2)$$

Gọi N là trung điểm của AB. Phương trình đường thẳng MN // AC có dạng:

$$2x + 5y + m = 0. \text{ Điểm } M \in MN \Rightarrow -2 - 10 + m = 0 \Leftrightarrow m = 12.$$

Phương trình MN là: $2x + 5y + 12 = 0$

Tọa độ điểm N là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + 5y + 12 = 0 \\ 4x + y + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{2} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow N\left(-\frac{7}{2}; -1\right)$

Ta có $\vec{AB} = 2\vec{AN} \Rightarrow \begin{cases} x_B - x_A = 2(x_N - x_A) \\ y_B - y_A = 2(y_N - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -3 \\ y_B = -3 \end{cases} \Rightarrow B(-3; -3)$

Đường thẳng BC qua B và nhận $\vec{BM} = (2; 1)$ làm vector chỉ phương có dạng:

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{1} \Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 2y - 3 = 0 \\ 2x + 5y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow C(1; -1)$

Ví dụ 2. Tam giác ABC biết phương trình AB: $x + y - 1 = 0$; AC: $x - y + 3 = 0$ và trọng tâm $G(1; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC

Bài giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-2; 1)$$

Gọi $M(x; y)$ là trung điểm của BC, vì G là trọng tâm nên:

$$\vec{AG} = 2\vec{GM} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2(x - 1) \\ 1 = 2(y - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

Vì B thuộc AB nên tọa độ $B(x_B; y_B)$ với $x_B + y_B - 1 = 0 \Leftrightarrow y_B = 1 - x_B$ nên $B(x_B; 1 - x_B)$. Tương tự $C(x_C; x_C + 3)$

Mà $M\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của BC nên ta có:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} = \frac{x_B + x_C}{2} \\ \frac{5}{2} = \frac{1 - x_B + x_C + 3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = 5 \\ -x_B + x_C = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 1 \\ x_C = 4 \end{cases}$$

nên $B(1; 0)$; $C(4; 7)$

Bài tập tương tự: Tam giác ABC biết phương trình AB: $2x - 3y - 7 = 0$; AC: $x + 9y + 28 = 0$ và trọng tâm $G(4; -2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC

Dạng 4: Tam giác ABC biết 1 đỉnh A, phương trình đường cao BH và trung tuyến xuất CK. Xác định tọa độ đỉnh B, C; lập phương trình các cạnh.

Phương pháp:

B1: Lập phương trình cạnh AC đi qua A và vuông góc với BH.

Từ đó tìm được tọa độ điểm C là giao điểm của AC và trung tuyến CK.

B2: Tham số hoá tọa độ $B(x_B; y_B)$; $K(x_K; y_K)$ (với K là trung điểm của AB)

theo phương trình BH, CK. Tìm tọa độ B nhờ:

$$\begin{cases} x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_K = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

B3: Lập phương trình cạnh AB; BC

Ví dụ 1: Xác định tọa độ của các đỉnh A; C của ΔABC biết $B(0; -2)$ và đường cao (AH): $x - 2y + 1 = 0$; trung tuyến (CM): $2x - y + 2 = 0$.

Bài giải:

Theo bài ra BC đi qua $B(0; -2)$ và vuông góc với (AH): $x - 2y + 1 = 0$ nên phương trình cạnh BC là: $2x + y + 2 = 0$

Suy ra tọa độ C là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ vậy } C(-1; 0)$$

Giả sử $A(x_A; y_A)$ ta có:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + 0}{2} \\ y_M = \frac{y_A - 2}{2} \end{cases}$$

Vì M thuộc trung tuyến CM nên $2 \cdot \frac{x_A}{2} - \frac{y_A - 2}{2} + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x_A - y_A + 6 = 0$

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x_A - 2y_A + 1 = 0 \\ 2x_A - y_A + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{11}{3} \\ x_A = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{11}{3}; -\frac{4}{3}\right)$$

Vậy $A\left(-\frac{11}{3}; -\frac{4}{3}\right)$; $C(-1; 0)$

Ví dụ 2. Xác định tọa độ của các đỉnh B; C của ΔABC biết $A(4; -1)$ và đường cao (BH): $2x - 3y = 0$; trung tuyến (CK): $2x + 3y = 0$.

Bài giải:

Theo bài ra AC đi qua $A(4; -1)$ và vuông góc với (BH): $2x - 3y = 0$ nên phương trình cạnh AC là: $3x + 2y - 10 = 0$

Suy ra tọa độ C là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 10 = 0 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow C(6; -4)$$

Giả sử $B(x_B; y_B)$ ta có: $2x_B - 3y_B = 0$. Tương tự tọa độ của $K\left(x_K; -\frac{2}{3}x_K\right)$.

Vì K là trung điểm của AB nên ta có:

$$\begin{cases} x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_K = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K = \frac{4 + x_B}{2} \\ -\frac{2x_K}{3} = \frac{-1 + \frac{2}{3}x_B}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_K - x_B = 4 \\ 4x_K + 2x_B = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K = \frac{11}{8} \\ x_B = -\frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow B\left(-\frac{5}{4}; -\frac{5}{6}\right)$$

Bài tập tương tự: Lập phương trình các cạnh của ΔABC biết $C(3; -2)$ và phương trình đường cao và đường trung tuyến xuất phát từ 1 đỉnh lần lượt là $5x + 2y - 3 = 0$ và $4x + 3y - 7 = 0$

Dạng 5: Tam giác ABC biết hai cạnh AB, AC và trực tâm H. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, viết phương trình cạnh BC.

Phương pháp:

B1: Tìm tọa độ điểm A là giao điểm của AB và AC

B2: Tham số hóa tọa độ của $B(x_B; y_B)$ theo AB

B3: Tìm tọa độ của B:

Vì H là trực tâm nên $\vec{HB}$ là vector pháp tuyến của AC. Vậy $\vec{HB} \cdot \vec{u}_{AC} = 0$

B4: Phương trình cạnh BC qua B và có $\vec{HA}$ là véc tơ pháp tuyến.

Ví dụ: Tam giác ABC biết phương trình cạnh AB: $5x - 2y + 6 = 0$ và cạnh AC: $4x + 7y - 21 = 0$ và $H(0;0)$ là trực tâm của tam giác. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình cạnh BC.

Bài giải:

Tọa độ của A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 4x + 7y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(0;3)$$

$$\text{Vì } B(x_B; y_B) \in AB \Rightarrow 5x_B - 2y_B + 6 = 0 \Leftrightarrow y_B = \frac{5x_B + 6}{2} \Rightarrow B\left(x_B; \frac{5x_B + 6}{2}\right)$$

Mặt khác vì H là trực tâm nên $HB \perp AC$ Suy ra $\vec{HB}$ là vector pháp tuyến của AC. Suy ra: $\vec{HB} \cdot \vec{u}_{AC} = 0 \Leftrightarrow 7x_B - 4 \frac{5x_B + 6}{2} = 0 \Leftrightarrow x_B = -4 \Rightarrow B(-4; -7)$

Tương tự, $\vec{HA}$ là vector pháp tuyến của BC. Vậy phương trình cạnh BC là:
 $0(x + 4) + 3(y + 7) = 0 \Leftrightarrow y + 7 = 0$

Tọa độ đỉnh C là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} y + 7 = 0 \\ 4x + 7y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{35}{2} \\ y = -7 \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{35}{2}; -7\right)$$

Bài tập tương tự: Tam giác ABC biết phương trình cạnh AB: $3x + y - 1 = 0$ và cạnh AC: $x + 2y - 3 = 0$ và $H(2; -4)$ là trực tâm của tam giác. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình cạnh BC.

Dạng 6: Tam giác ABC biết đỉnh A, hai đường phân giác trong của góc B và góc C. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Phương pháp:

B1: Tìm điểm A_1 là điểm đối xứng của A qua đường phân giác trong của góc B.

Suy ra A_1 thuộc đường thẳng BC

B2: Tìm điểm A_2 là điểm đối xứng của A qua đường phân giác trong của góc C.

Suy ra A_2 thuộc BC

B3: Lập phương trình đường thẳng BC đi qua $A_1; A_2$

B4: Tọa độ của B là giao điểm của BC với đường phân giác trong của góc B

Tìm tọa độ của C là giao điểm của BC với đường phân giác trong của góc C

Chú ý: Bài toán: Tìm điểm đối xứng M' của M qua đường thẳng Δ

Phương pháp:

B1: Lập phương trình của d qua M và d vuông góc với Δ

B2: Gọi I là giao điểm của d với Δ . Tìm được I

B3: Gọi M' là điểm đối xứng với M qua Δ . Khi đó I là trung điểm của MM'

Vậy tìm được M' nhờ:
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_{M'}}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_{M'}}{2} \end{cases}$$

Ví dụ 1: Cho $\Delta: x + 3y + 2 = 0$ và $M(-1; 3)$. Tìm điểm M' đối xứng với M qua Δ

Bài giải:

Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc với Δ . Ta có $\vec{n_d} = \vec{u_\Delta} = (3; -1)$

Vậy phương trình tổng quát của d: $3(x + 1) - 1(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 6 = 0$

Gọi I là giao điểm của d với Δ , tọa độ của I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + 3y + 2 = 0 \\ 3x - y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(-2; 0)$$

Giả sử $M'(x_{M'}; y_{M'})$ là điểm đối xứng với M qua Δ . Ta có:

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_{M'}}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_{M'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = \frac{-1 + x_{M'}}{2} \\ 0 = \frac{3 + y_{M'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = -3 \\ y_{M'} = -3 \end{cases} \Rightarrow M'(-3; -3)$$

Ví dụ 2: Tam giác ABC biết $A(2; -1)$ và phương trình hai đường phân giác trong của góc B là $(d_B): x - 2y + 1 = 0$ và của góc C là $(d_C): 2x - 3y + 6 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Bài giải:

Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua $(d_B): x - 2y + 1 = 0$. Vì AA_1 qua A và vuông góc với d_B nên AA_1 có phương trình:

$$2(x - 2) + 1(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0.$$

Khi đó tọa độ giao điểm I của d_B và AA_1 là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1; 1) \text{ và } I \text{ là trung điểm của } AA_1.$$

Từ đó suy ra $A_1(0; 3)$

Gọi A_2 là điểm đối xứng của A qua $(d_C): 2x - 3y + 6 = 0$.

Phương trình đường thẳng AA_2 qua A và vuông góc với d_C có dạng:

$$3(x - 2) + 2(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 4 = 0.$$

Khi đó tọa độ giao điểm J của d_C và AA_2 là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 4 = 0 \\ 2x - 3y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow J(0; 2). \text{ Tọa độ của } A_2(-2; 5)$$

Khi đó A_1 và A_2 thuộc BC.

Vậy phương trình cạnh BC: (A_1A_2) là: $1(x - 0) - 1(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 3 = 0$

Suy ra tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-5; -2)$

tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - 3y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-3; 0)$

Bài tập tương tự: Tam giác ABC biết $A(2; -1)$ và phương trình hai đường phân giác trong của góc B là $(d_B): x - 2y + 1 = 0$ và của góc C là $(d_C): x + y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Dạng 7: Tam giác ABC biết hai cạnh AB, AC và I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Xác định tọa độ các đỉnh và lập phương trình cạnh BC.

Phương pháp:

B1: Tìm tọa độ điểm A là giao của AB và AC

Gọi M là trung điểm cạnh AB. Vì I là trực tâm nên $IM \perp AB \Rightarrow M$

Tìm tọa độ của B nhờ M là trung điểm của AB

B2: Gọi N là trung điểm của AC. Vì I là trực tâm nên $IN \perp AC \Rightarrow N$

Tìm tọa độ của C nhờ N là trung điểm của AC

B3: Lập phương trình cạnh BC

Ví dụ: Tam giác ABC biết phương trình cạnh AB: $x + y - 1 = 0$; cạnh AC: $2x - y - 2 = 0$ và $I(1;1)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Xác định tọa độ các đỉnh.

Bài giải:

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1;0)$

Gọi $M(x_M; y_M)$ là trung điểm của AB. Ta có

$$x_M + y_M - 1 = 0 \Leftrightarrow y_M = 1 - x_M \Rightarrow M(x_M; 1 - x_M)$$

Vì $IM \perp AB$ nên $IM \cdot u_{AB} = 0 \Leftrightarrow -1(x_M - 1) + (-x_M) = 0 \Leftrightarrow x_M = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Tương tự $N(x_N; 2x_N - 2)$ trung điểm của AC

Ta có: $IN \cdot u_{AC} = 0 \Leftrightarrow 1(x_N - 1) + 2(2x_N - 3) = 0 \Leftrightarrow x_N = \frac{7}{5} \Rightarrow N\left(\frac{7}{5}; \frac{4}{5}\right)$

Mặt khác vì M là trung điểm của AB nên suy ra $B(0;1)$

Tương tự vì N là trung điểm của AC nên suy ra $C\left(\frac{9}{5}; \frac{8}{5}\right)$

Dạng 8: Tam giác ABC biết A, đường cao BH, đường phân giác trong của góc C. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Phương pháp:

B1: Lập phương trình cạnh AC vuông góc với BH và đi qua A.

Suy ra tọa độ điểm C

B2: Tìm điểm đối xứng A' của A qua đường phân giác trong của góc C.

Suy ra A' thuộc BC.

B3: Lập phương trình cạnh BC đi qua 2 điểm C, A'

B4: Tìm tọa độ điểm B là giao điểm của BH và BC. Lập phương trình cạnh AB.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC biết $A(-1;3)$, đường cao BH: $x - y = 0$. Đường phân giác trong của góc C nằm trên đường thẳng $\Delta: x + 3y + 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Bài giải:

Theo bài AC vuông góc với BH. Vậy phương trình cạnh AC:

$$1(x + 1) + 1(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$$

Tọa độ C là nghiệm hệ: $\begin{cases} x + 3y + 2 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow C(4; -2)$

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường phân giác $\Delta: x + 3y + 2 = 0$

Phương trình đường thẳng AA': $3(x + 1) - 1(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 6 = 0$

Ta có trung điểm I của AA' là giao của AA' với Δ .

Tọa độ trung điểm I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - y + 6 = 0 \\ x + 3y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(-2;0)$

Vậy $I(-2;0)$ nên $A'(-3;-3)$ và A' thuộc BC.

Vậy phương trình BC chính là phương trình CA' :

$$1(x+3) - 7(y+3) = 0 \Leftrightarrow x - 7y - 18 = 0$$

Suy ra tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y = 0 \\ x - 7y - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow B(-3;-3) \equiv A'$

Phương trình cạnh AB: $3x - y + 6 = 0$

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC biết $B(2;-1)$, đường cao AH: $3x - 4y + 27 = 0$.

Đường phân giác trong của góc C nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C và lập phương trình các cạnh BC, AC của tam giác.

Bài giải:

Theo bài BC vuông góc với AH. Vậy phương trình cạnh BC:

$$4(x-2) + 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 5 = 0$$

Tọa độ C là nghiệm hệ: $\begin{cases} 4x + 3y - 5 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow C(-1;3)$

Gọi K là điểm đối xứng của B qua đường phân giác $\Delta: 2x - y + 5 = 0$

Phương trình đường thẳng BK: $1(x-2) + 2(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y = 0$

Ta có trung điểm I của BK là giao của BK với Δ .

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-2;1)$

Vậy $I(-2;1)$ nên $K(-6;3)$ và K thuộc AC. Vậy phương trình AC chính là phương trình CK: $0(x+6) - 5(y-3) = 0 \Leftrightarrow y - 3 = 0$

Bài tập tương tự: Lập phương trình các cạnh của tam giác MNP biết $N(2;-1)$; đường cao hạ từ M xuống NP có phương trình là: $3x - 4y + 27 = 0$; đường phân giác trong hạ từ đỉnh P có phương trình là: $x + 2y - 5 = 0$

Dạng 9: Tam giác ABC biết đỉnh A, đường trung tuyến hạ từ đỉnh B, đường phân giác trong của góc C. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Phương pháp:

B1: Tìm A' là điểm đối xứng của A qua đường phân giác trong của góc C.

B2: Tham số hóa tọa độ của $C(x_C; y_C)$ theo đường phân giác trong của góc C

Tham số hóa tọa độ của $B_1(x_{B_1}; y_{B_1})$ theo đường trung tuyến hạ từ B.

B3: Tìm tọa độ của C nhờ B là trung điểm của AC .

Ví dụ 1. Tam giác ABC biết $A(4;4)$; trung tuyến $BB_1: x - 3y - 2 = 0$, đường phân giác trong của góc C có phương trình: $\Delta: x - 2y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác.

Bài giải:

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua $\Delta: x - 2y - 1 = 0$.

Phương trình đường thẳng AA' là $2(x - 4) + 1(y - 4) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 12 = 0$

Trung điểm I của AA' là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y - 12 = 0 \\ x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow I(5; 2) \text{ Ta có } A'(6; 0)$$

Giả sử $C(x_C; y_C)$ vì $C \in \Delta$ nên: $x_C - 2y_C - 1 = 0 \Rightarrow C(2y_C + 1; y_C)$

Tương tự điểm $B_1(x_{B_1}; y_{B_1})$ thuộc $BB_1: x - 3y - 2 = 0$ nên $B_1(3y_{B_1} + 2; y_{B_1})$

Mà B_1 là trung điểm của AC nên:

$$\begin{cases} x_{B_1} = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_{B_1} = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y_{B_1} + 2 = \frac{4 + 2y_C + 1}{2} \\ y_{B_1} = \frac{4 + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y_{B_1} - 2y_C = 1 \\ 2y_{B_1} - y_C = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_{B_1} = -\frac{7}{2} \\ y_C = -11 \end{cases}$$

Vậy $B_1\left(-\frac{17}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ và $C(-21; -11)$

Phương trình cạnh BC đi qua C và A_1 có dạng:

$$3(x + 21) - 5(y + 11) = 0 \Leftrightarrow 3x - 5y + 8 = 0$$

$$\text{Tọa độ đỉnh } B \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} x - 3y - 2 = 0 \\ 3x - 5y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{17}{2} \\ y = -\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(-\frac{17}{2}; -\frac{7}{2}\right)$$

Ví dụ 2. Tam giác ABC biết $C(4; 3)$; đường phân giác trong và đường trung tuyến của góc A có phương trình lần lượt là $x + 2y - 5 = 0$ và $4x + 13y - 10 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Bài giải:

Ta có $AD \cap AM = \{A\}$ nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 4x + 13y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow A(9; -2)$$

Phương trình cạnh AC là: $1(x - 4) + 1(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + y - 7 = 0$

Gọi $N(x_1; y_1)$ là điểm đối xứng với C qua phân giác AD . Suy ra $N \in AB$

Phương trình đường thẳng CN là: $2x - y - 5 = 0$.

$CN \cap AD = \{I\}$ nên tọa độ điểm I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(3; 1)$$

Vì I là trung điểm của CN nên $N(2; -1)$

Phương trình cạnh AB qua A và N nên có phương trình là:

$$1(x - 9) + 7(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 7y + 5 = 0$$

$$\text{M là trung điểm của BC nên } \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{x_B + 4}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{y_B + 3}{2} \end{cases}$$

$B(x_B; y_B) \in AB$ và M thuộc đường trung tuyến nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_B + 7y_B + 5 = 0 \\ 4\left(\frac{x_B + 4}{2}\right) + 13\left(\frac{y_B + 3}{2}\right) - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 7y_B = -5 \\ 4x_B + 13y_B = -35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -12 \\ y_B = 1 \end{cases} \Rightarrow B(-12; 1)$$

Phương trình cạnh BC là: $1(x - 4) - 8(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x - 8y + 20 = 0$

Bài tập tương tự: Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC biết $C(-1; 3)$; đường trung tuyến hạ từ A có phương trình là: $x + 2y - 5 = 0$; đường phân giác trong hạ từ đỉnh A có phương trình là: $4x + 13y - 10 = 0$

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường.

Đây là mảng kiến thức đòi hỏi tư duy cao, nên nội dung đề tài được tác giả thực nghiệm sư phạm trong luyện thi đại học và bồi dưỡng học sinh giỏi. Kết quả cho thấy:

1) Sau khi giảng dạy chuyên đề này học sinh nắm sâu hơn về kiến thức về lập phương trình đường thẳng trong tam giác nói riêng và trong phần phương pháp tọa độ trong mặt phẳng nói chung...

2) Cách phân dạng bài tập giúp học sinh dễ hiểu, định hướng vấn đề, giải quyết vấn đề một cách logic hơn. Học sinh vận dụng làm tốt một số đề thi đại học, cao đẳng và đề thi học sinh giỏi các năm gần đây.

Các bài toán về phương trình đường thẳng và các dạng toán có liên quan là loại bài toán khó, đòi hỏi tư duy cao. Vì vậy, trong quá trình giảng dạy, giáo viên cần phải phân dạng bài tập một cách có hệ thống và trình bày rõ ràng.

Để kiểm nghiệm SKKN này tôi đã tổ chức cho các em học sinh lớp 10A1, 10A2 kiểm tra 45 phút với nội dung là các bài toán viết phương trình các đường thẳng thuộc dạng có trong SKKN. Kết quả là đa số các em đã nắm vững được phương pháp giải các dạng bài tập trên và nhiều em có lời giải chính xác, điểm tối đa với 10A1. Với lớp 12C1 ôn lại kiến thức lớp 10 và giúp các em nhận thức được đây là một trong những phần kiến thức quan trọng khi thi THPT quốc gia xét tuyển đại học, các em thực hiện tương đối tốt và hoàn chỉnh lời giải của bài toán. Các em có thêm hứng thú và tự tin vào bản thân khi chuẩn bị bước vào kỳ thi quan trọng.

Đồng thời nội dung sáng kiến này được các đồng nghiệp trong tổ đánh giá cao về chất lượng chuyên môn và được chọn là tài liệu cho chuyên đề hình giải tích phẳng trong ôn học sinh giỏi và luyện thi đại học.

3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

- Kết luận.

Để tiết học thành công và học sinh biết vận dụng kiến thức vào giải toán giáo viên cần soạn bài chu đáo, có hệ thống câu hỏi dẫn dắt học sinh xây dựng bài. Các câu hỏi khó có thể chế nhỏ để học sinh yếu nhận biết kiến thức. Cần quan tâm tới tất cả các đối tượng học sinh trong lớp. Sau mỗi phần lý thuyết giáo viên cần có ví dụ minh họa cho học sinh và củng cố lại phương pháp từng dạng bài. Với các phương pháp cụ thể mà tôi nêu ra trong SKKN đã giúp các em phân loại được bài tập, nắm khá vững phương pháp làm và trình bày bài, giúp các em tự tin hơn trong học tập cũng như khi đi thi. Mong muốn lớn nhất của tôi khi thực hiện SKKN này là học hỏi, đồng thời giúp các em học sinh bớt đi sự khó khăn khi gặp các bài toán tìm tọa độ đỉnh và viết phương trình các cạnh trong tam giác, đồng thời ôn luyện lại cho học sinh về mối quan hệ của đường thẳng, từ đó các em say mê học toán.

Qua cách phân loại và hình thành phương pháp giải đã trình bày trong sáng kiến tôi thấy học sinh chủ động trong kiến thức, nắm bài chắc hơn. Học sinh yêu môn toán và thích học toán hình hơn.

Giáo viên trong nhà trường nắm chắc và nghiên cứu sâu một chuyên đề cụ thể. Có thêm kinh nghiệm trong giảng dạy bộ môn.

Từ việc phân dạng và gắn với phương pháp giải tôi thấy học sinh nắm chắc kiến thức, không lúng túng trong giải bài tập. Học sinh phát huy được tính tự lực, phát triển khả năng sáng tạo của các em. Qua đó các em hiểu rõ bản chất kiến thức phân bài tập tìm tọa độ đỉnh và viết phương trình đường thẳng trong mặt phẳng. Giáo viên thấy rõ điểm mạnh, điểm yếu của học sinh để giúp các em điều chỉnh và có điểm cao trong các kỳ thi.

- Kiến nghị.

Với sở: Phổ biến rộng rãi các SKKN có giải để các giáo viên trong tỉnh tham khảo và học tập.

Với trường: Tổ chức các lớp ôn tập theo chuyên đề, ôn luyện, kiểm tra, đánh giá việc ôn tập của học sinh.

Mặc dù đã rất cố gắng, nhưng do thời gian và trình độ năng lực của bản thân còn hạn chế, nguồn tài liệu tham khảo cũng chưa nhiều. Chính vì vậy SKKN chắc chắn vẫn còn nhiều thiếu sót. Rất mong nhận được sự động viên, chia sẻ của quý thầy cô và các bạn đồng nghiệp để tôi có thể rút kinh nghiệm và hoàn thiện để cho SKKN này được hoàn chỉnh hơn cũng như trong quá trình giảng dạy của bản thân.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ
HIỆU TRƯỞNG

Thanh Hóa, ngày 29 tháng 4 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của
mình viết, không sao chép nội dung của
người khác.

Trần Hữu Hải

Lê Đức Quang

Tài liệu tham khảo

Dùng các tài liệu, sách tham khảo sau:

- Sách giáo khoa, sách giáo viên Hình học lớp 10 - Chương trình cơ bản
- Sách bài tập Hình học lớp 10 - Chương trình cơ bản
- Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kỹ năng môn Toán
- Đề thi đại học các năm từ 2009 - 2015