|  |  |
| --- | --- |
|  **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **LÀO CAI****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN****NĂM HỌC: 2023 - 2024****MÔN CHUYÊN: TOÁN** Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề*(Đề thì gồm 01 trang, 07 câu)***Ngày thi: 04/06/2023** |

Câu 1. (2 điểm).

a)Cho biểu thức  : với x0, x4, x9.

Tìm các giá trị x để P nhận giá trị nguyên.

b)Cho a, b, c là các số thực thõa mãn điều kiện abc0 và a+b+c0. Chứng minh rằng nếu

thì 

Câu 2. (0.5 điểm)***:*** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trên mặt xuất hiện của con súc sắc trong hai lần gieo không lớn hơn 6.

Câu 3. (1 điểm): Lúc 7 giờ 30 phút hai xe ô tô cùng xuất phát từ A đến B với vận tốc của mỗi xe không thay đổi trên cả quãng đường. Xe thứ hai đến B sớm hơn xe thứ nhất đúng 1 giờ. Lúc quay trở về, xe thứ nhất tăng vận tốc thêm 5 km / h, xe thứ hai vẫn giữ nguyên vận tốc như lúc đi nhưng dùng ở trạm nghỉ 36 phút, do đó xe thứ hai về đến A cùng lúc với xe thứ nhất. Biết rằng quãng đường từ A đến B là 180 km . Hỏi lúc đi, xe thứ nhất đến B lúc mấy giờ?

Câu 4 (1,0 điểm):

a) Cho a 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

b) Cho ba số thực dương a,b,c thỏa mãn a+b+c1. Chứng minh rằng:

12.

Câu 5.(1,0 điểm):

1. Số nguyên dương m được gọi là *số tốt* nếu tổng các bình phương của tất cả các ước dương của nó(không tính 1 và m) bằng 6m+8. Chứng minh rằng nếu có hai số a pq là số tốt thì pq + 2 là số chính phương.
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn 

Câu 6.(1,0 điểm): Cho phương trình , với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt x1 , x2 thõa mãn điều kiện:



Câu 7.(3,5 điểm): Cho tam giác nhọn ABC (AB<AC) nội tiếp đường tròn (O). Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm I và tiếp xúc với BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F. Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là điểm M.

1. Chứng minh rằng MB=MC=MI.
2. Đường thẳng DM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K. Chứng minh rằng tứ giác AKFE nội tiếp.
3. Đường thẳng đi qua A và song song với BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF tại điểm thứ hai là P. Chứng minh rằng KP vuông góc với KD.

**.....HẾT…..**

***Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

**TUYỂN SINH TOÁN- VĂN- ANH NĂM HỌC 2023-2024 LIÊN HỆ THEO SỐ:0866855096**

**LỜI GIẢI THAM KHẢO ĐỀ TOÁN (CHUYÊN)**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TỈNH LÀO CAI NĂM HỌC 2023-2024**

***Từ năm học 2023-2024 trung tâm Pytago tuyển sinh cả 3 môn Toán – Văn – Anh***

***Từ lớp 7 đến lớp 12***

Câu 1. (2 điểm).

a)Cho biểu thức  : với x0, x4, x9.

Tìm các giá trị x để P nhận giá trị nguyên.

b)Cho a, b, c là các số thực thõa mãn điều kiện abc0 và a+b+c0. Chứng minh rằng nếu

thì 

**Lời giải.**

a)Vói x0, x4, x9.

 :
:





Do 



Nên -2P<1

{-2;-1;0}

(Thỏa mãn)

( Thỏa mãn)

(Không thỏa mãn)

Vậy {0; }

b)Từ abc 0 a,b,c 0



**©TRUNG TÂM PYTAGO 1 D/c: 095 Kim Sơn, 273 Trần Hưng Đạo**

**TUYỂN SINH TOÁN- VĂN- ANH NĂM HỌC 2023-2024 LIÊN HỆ THEO SỐ:0866855096**







TH1: 

Tương tự cho TH2, TH3 điều phải chứng minh

***\*\*\*Tuyển sinh Toán – Văn – Anh ( Liên hệ theo số: 0866855096)\*\*\****

Câu 2. (0.5 điểm)***:*** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trên mặt xuất hiện của con súc sắc trong hai lần gieo không lớn hơn 6.

**Lời giải.**

Kí hiệu (i;j) là sau khi gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần lien tiếp ta được lần thứ nhất xuất hiện mặt có số chấm là i, lần thứ hai xuất hiện mặt có số chấm là j (với i,j {1;2;…;6})

Không gian mẫu  ={(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (1;6), (2;1) , (2;2) , (2;3) , (2;4) , (2;5) , (2;6), (3;1) , (3;2) , (3;3) , (3;4) , (3;5) , (3;6), (4;1) , (4;2) , (4;3 ), (4;4 ), (4;5), (4;6), (5;1) , (5;2) , (5;3) , (5;4) , (5;5) , (5;6), (6;1) , (6;2) , (6;3) , (6;4) , (6;5) , (6;6)}.

Số phần tử của không gian mẫu n()=36

Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của con xúc sắc trong hai lần gieo không lớn hơn 6”

A={(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (2;1) , (2;2) , (2;3) , (2;4) , (3;1) , (3;2) , (3;3), (4;1) , (4;2), (5;1)}

Số phần tử của A là n(A)=15

Vậy số xác suất cần tìm là P(A)= 

***\*\*\*Tuyển sinh Toán – Văn – Anh ( Liên hệ theo số: 0866855096)\*\*\****

Câu 3. (1 điểm): Lúc 7 giờ 30 phút hai xe ô tô cùng xuất phát từ A đến B với vận tốc của mỗi xe không thay đổi trên cả quãng đường. Xe thứ hai đến B sớm hơn xe thứ nhất đúng 1 giờ. Lúc quay trở về, xe thứ nhất tăng vận tốc thêm 5 km / h, xe thứ hai vẫn giữ nguyên vận tốc như lúc đi nhưng dùng ở trạm nghỉ 36 phút, do đó xe thứ hai về đến A cùng lúc với xe thứ nhất. Biết rằng quãng đường từ A đến B là 180 km . Hỏi lúc đi, xe thứ nhất đến B lúc mấy giờ?

**©TRUNG TÂM PYTAGO 2 D/c: 095 Kim Sơn, 273 Trần Hưng Đạo**

**TUYỂN SINH TOÁN- VĂN- ANH NĂM HỌC 2023-2024 LIÊN HỆ THEO SỐ:0866855096**

**Lời giải.**

**Nếu lúc quay trở về mà hai xe cùng xuất phát một lúc thì ta có lời giải bên dưới**

Gọi vận tốc của xe 1 là x (km/h), x>0

Gọi vận tốc của xe 2 là y (km/h), y>0

Khi đi hai xe cùng xuất phát và xe hai đến B sớm hơn xe một 1 giờ, ta có phương trình:

 (1)

Khi trở về xe một tang tốc thêm 5km/h, xe hai giữ nguyên vận tốc và dừng ở trạm nghỉ 36 phút và hai xe về đến A cùng lúc ta có phương trình:  (2)

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta được

Thời gian xe thứ nhất đi đến B là 4 giờ.

Vậy lúc đi xe thứ nhất đến B lúc 11 giờ 30 phút.

**Nếu lúc quay trở về mà hai xe không cùng xuất phát một lúc thi ta có lời giải như sau.**

Gọi vận tốc của xe 1 là x (km/h), x>0

Gọi vận tốc của xe 2 là y (km/h), y>0

Thời gian xe thứ nhất đi từ A đến B là (h)

Thời gian xe thứ hai đi từ A đến B là (h)

Thời gian xe thứ nhất đi từ B đến về A là (h)

Thời gian xe thứ hai đi từ B về A ( tính cả thời gian nghỉ) là (h)

Vì lúc đi hai xe xuất phát cùng lúc và xe thứ hai đến B sớm hơn xe thứ nhất 1 giờ nên ta có phương trình  (1)

Vì hai xe xuất phát cùng một thời điểm và về A cùng lúc nên tổng thời gian lúc đi và về của hai xe là bằng nhau nên ta có phương trình (2)

Thay (1) vào (2) ta có 

Ta có 

Phương trình (\*) có 2 nghiệm x=( thỏa mãn)

 X=( không thỏa mãn)

Với x= thì 6,8( giờ) ( thỏa mãn điều kiện)

***\*\*\*Tuyển sinh Toán – Văn – Anh ( Liên hệ theo số: 0866855096)\*\*\****

**©TRUNG TÂM PYTAGO 3 D/c: 095 Kim Sơn, 273 Trần Hưng Đạo**

**TUYỂN SINH TOÁN- VĂN- ANH NĂM HỌC 2023-2024 LIÊN HỆ THEO SỐ:0866855096**

**Câu 4 (1,0 điểm):**

a) Cho a 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

b) Cho ba số thực dương a,b,c thỏa mãn a+b+c1. Chứng minh rằng:

12.

**Lời giải.**

a)Dự đoán Q đạt giá trị nhỏ nhất tại a=3.

 Ta có 

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho ba số  ta được:



Mà .

Dấu “=” xảy ra 

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức Q=  tại a=3.

b)Ta đặt 

Đặt 

Áp dụng bất đẳng thức Cauchuy-Schwarz ta có



Ta có:

 

Từ (1) và (2) suy ra P12.

Dấu “=” xảy ra a=b=c=đpcm.

***\*\*\*Tuyển sinh Toán – Văn – Anh ( Liên hệ theo số: 0866855096)\*\*\****

**©TRUNG TÂM PYTAGO 4 D/c: 095 Kim Sơn, 273 Trần Hưng Đạo**

**TUYỂN SINH TOÁN- VĂN- ANH NĂM HỌC 2023-2024 LIÊN HỆ THEO SỐ:0866855096**

Câu 5.(1,0 điểm):

1. Số nguyên dương m được gọi là *số tốt* nếu tổng các bình phương của tất cả các ước dương của nó(không tính 1 và m) bằng 6m+8. Chứng minh rằng nếu có hai số a pq là số tốt thì pq + 2 là số chính phương.
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn 

**Lời giải.**

a)Do p. q là các số nguyên nên pq có các ước dương là 1, p, q, pq.

Vì p, q là số tốt nên 

 

Từ (1) 

Do  nên 

 ( Do 2 là số nguyên tố)

 (3)

Từ (2) và (3)  là số chính phương.

b) . Đặt 

Do x,y Z phương trình đã cho trở thành 

Xét 

Do  với mọi n  (1)

Xét 

Do  với mọi n.

Suy ra  (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

Suy ra [

\*TH1: 

 Với 

Với  không có giá trị nào của y  thỏa mãn.

Thay y=1 vào phương trình đã cho



**©TRUNG TÂM PYTAGO 5 D/c: 095 Kim Sơn, 273 Trần Hưng Đạo**

**TUYỂN SINH TOÁN- VĂN- ANH NĂM HỌC 2023-2024 LIÊN HỆ THEO SỐ:0866855096**



\*TH2: 

 không là số chính phương.

Suy ra không có giá trị n.

\*TH3: 

( loại vì n không thuộc Z)

Với 

Thay y=-1 vào phương trình ban đầu ta có:



Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên 

***\*\*\*Tuyển sinh Toán – Văn – Anh ( Liên hệ theo số: 0866855096)\*\*\****

Câu 6.(1,0 điểm): Cho phương trình , với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt x1 , x2 thõa mãn điều kiện:



**Lời giải.**



Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x1, x2 với mọi m.

Áp dụng định lí Vi-ét: 



Ta có: 



**©TRUNG TÂM PYTAGO 6 D/c: 095 Kim Sơn, 273 Trần Hưng Đạo**

**TUYỂN SINH TOÁN- VĂN- ANH NĂM HỌC 2023-2024 LIÊN HỆ THEO SỐ:0866855096**



Vậy m=4.

***\*\*\*Tuyển sinh Toán – Văn – Anh ( Liên hệ theo số: 0866855096)\*\*\****

Câu 7.(3,5 điểm): Cho tam giác nhọn ABC (AB<AC) nội tiếp đường tròn (O). Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm I và tiếp xúc với BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F. Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là điểm M.

1. Chứng minh rằng MB=MC=MI.
2. Đường thẳng DM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K. Chứng minh rằng tứ giác AKFE nội tiếp.
3. Đường thẳng đi qua A và song song với BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF tại điểm thứ hai là P. Chứng minh rằng KP vuông góc với KD.



**Lời giải.**

1. Do AI là tia phân giác của góc BAC nên M là điểm chính giữa cung BC không chứa A của (O) MB=MC.

Từ đó ta có biến đổi góc sau: 

Do đó tam giác MBI cân tại M hay MB=MI. Mặt khác ta cũng có MB=MC. Vậy MB=MC=MIđpcm.

**©TRUNG TÂM PYTAGO 7 D/c: 095 Kim Sơn, 273 Trần Hưng Đạo**

**TUYỂN SINH TOÁN- VĂN- ANH NĂM HỌC 2023-2024 LIÊN HỆ THEO SỐ:0866855096**

1. Gọi K là giao điểm thứ hai của (AEF) và (O). Ta sẽ chứng minh KK’. Thật vậy:

Do tứ giác AK’FE nội tiếp nên  (1)

Mặt khác :  ( góc nội tiếp cùng chắn cung BC của (O). (2)

Từ (1) và (2) 

. Gọi K’ là giao điểm thứ hai của (AEF) và (O). Ta sẽ chứng minh KK’. Thật vậy:

Do tứ giác AK’FE nội tiếp nên  (1)

Mặt khác :  ( góc nội tiếp cùng chắn cung BC của (O). (2)

Từ (1) và (2) 



Mặt khác: 

Từ đó suy ra 

 

 K’D là phân giác của góc BK’C.

 Mà M cũng chính là điểm chính giữa cung BC không chứa K’ của (O) K’, D, M thẳng hang.

 Vậy KK’.

1. Xét hai tam giác MBD và MKB, ta có:



 Xét hai tam giác MID và MKI, ta có:

 

 Ta có: . Mà 

 Mặt khác : Từ đó suy ra P,I,D thẳng hàng.



 Từ (3) và (4) hay 

***\*\*\*Tuyển sinh Toán – Văn – Anh ( Liên hệ theo số: 0866855096)\*\*\****

**©TRUNG TÂM PYTAGO 8 D/c: 095 Kim Sơn, 273 Trần Hưng Đạo**