**HỌC SINH GIỎI TOÁN 9 TAO ĐÀN 2023-2024**

**Câu 1.** (4 điểm)

Tính giá trị biểu thức: *A* =( với x

**Câu 2**. *(4 điểm)*

1. Giải phương trình *x*4 +3*x*3 −2*x*2 −6*x +* 4 = 0
2. Tìm a để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất:

**Câu 3.** (4 điểm)

1. Giải bất phương trình:
2. Tìm giá trị lớn nhất của: B =

Với x, y, z là các số dương và xyz = 1

**Câu4**. (6 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O;R). D là một điểm bất kì thuộc cung nhỏ AC(D khác A và C). Gọi M,N lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ D tới các đường thẳng AB, AC. Gọi P là giao điểm các đường thẳng MN,BC.

1. Chứng minh DP và BC vuông góc với nhau
2. Đường tròn (I; r) nội tiếp tam giác ABC. Tính IO với R = 5cm, r =1,6 cm.

**Bài 5**. (2 điểm) Tìm x,y nguyên dương để C là một số nguyên dương với *C*=

**LỜI GIẢI**

**Câu 1:**

Tính *x* =

= ==1 =>A=1

**Câu 2:**

1. x = 0 không là nghiệm của phương trình.

Xét x ≠ 0 chia hai vế phương trình cho x2 ta được:

Giải hệ thống 2 phương trình thu được 4 nghiệm của PT (1) như sau:

{1; -2;-1+}

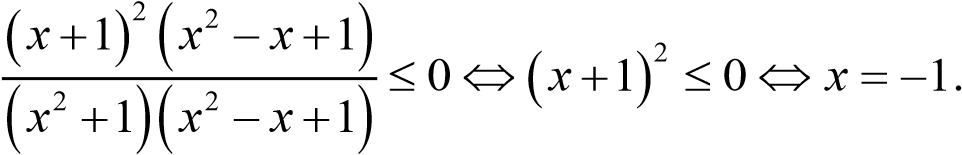
1. Dễ thấy (x, y) là nghiệm thì (y, x) cũng là nghiệm của hệ.

Để hệ có nghiệm duy nhất thì x = y.

Từ hệ suy ra *a*∈ thỏa mãn (sau khi thử lại).

**Câu 3:**

1. Bất phương trình đã cho tương đương với



1. Ta có bất đẳng thức : *x*3 + *y*3 ≥ *xy* (x+ *y*) ∀*x y*, > 0 (\*)

Thật vậy bất đẳng thức (\*) tương đương với: *x*3 + −*y*3 *- xy(x+y)*≥0

⇔ (*x+ y*)(≥0

⇔ (x+y)()≥0

⇔ (x+y) ≥0

Bất đẳng thức cuối cùng luôn đúng các phép biến đổi là tương đương nên bất đẳng thức (\*) được chứng minh. Dấu “=” xảy ra khi x = y.

Áp dụng (\*) ta được:

*x*3 + *y*3 + 1= *x*3 +

=>

Chứng minh tương tự ta được:

Cộng theo vế các bất thức trên ta được:

*B=*

*===1*

Vậy giá trị lớn nhất của B là 1 khi x = y = z = 1.

**Câu 4: (Các bạn tự vẽ hình)**

1. Nhiều cách làm. Xin giới thiệu một cách dễ nghĩ đến.

Kẻ DP’ vuông góc BC. Suy ra P’, M, N thẳng hàng (Đường thẳng Sim son). Dẫn tới P và P’ trùng nhau (do MN và BC chỉ có mọt giao điểm duy nhất).

1. Dễ chứng minh được:

OI2 = R2 – 2Rr (Hệ thức Ơ – le). Từ đó suy ra kết quả.

**Câu 5:**

C thuộc Z thì =

= = +

=> x+y

Với x = 1 thì y = 3.

Với x > 1 thì *y*−1≤2 ⇒1 ≤y ≤3 ⇒y ∈{1;2;3}

Nếu y = 1 thì

Nếu y = 2 thì

Nếu y=3 thì