

NĂM HỌC: 2023 - 2024

MÔN: TOÁN 9

Đề thi gồm 8 câu hỏi tự luận.

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐỀ THAM KHẢO

MÃ ĐỀ: Quận TP - 2

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = \frac{x}{2} - 1,5$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $3x^2 - 2x - 6 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $M = \left(1 - \frac{x_1}{2x_2}\right) \cdot \left(1 - \frac{x_2}{2x_1}\right)$

Câu 3. (0,75 điểm). Ngày n trong tháng t của năm 2021 là thứ mấy trong tuần? Có phải chủ nhật không? Để trả lời câu hỏi này, ta áp dụng quy tắc Newday như sau:

Bước 1: Tính M như sau:

Trong trường hợp $t \geq 3$ thì $M = (t-3) \cdot 30 + (n+1) + N$. Trong đó N là số lượng tháng có 31 ngày tính từ tháng 3 đến tháng thứ $(t-1)$

Trong trường hợp tháng t là tháng 1 thì $M = n + 26$.

Trong trường hợp tháng t là tháng 2 thì $M = n + 1$.

Bước 2: Tìm r là dư của phép chia M cho 7.

Nếu $r = 0$ thì ngày n trong tháng t là thứ bảy.

Nếu $r = 1$ thì ngày n trong tháng t là chủ nhật.

Nếu $r = 2$ thì ngày n trong tháng t là thứ hai.

...

Nếu $r = 6$ thì ngày n trong tháng t là thứ sáu.

Biết số ngày trong tháng của năm 2021 thể hiện trong bảng sau:

Tháng	1,3,5,7,8,10,12	2	4,6,9,11
Số ngày	31	28	30

- Ngày Quốc tế Gia Đình 28/06 trong năm 2021 là thứ mấy? Kỷ niệm ngày thành lập Đảng Cộng Sản 03/02 trong năm 2021 là thứ mấy?
- Trên Thế Giới chọn ngày Chủ Nhật trong tuần lễ thứ hai của tháng 5 để làm "Ngày của Mẹ". Ngày của mẹ trong năm 2021 là ngày mấy?

Câu 4. (0,75 điểm). Cân nặng trung bình của trẻ sơ sinh đủ tháng là khoảng 3000g. Trẻ lúc 6 tháng có cân nặng gấp đôi lúc sơ sinh, 6 tháng tiếp theo mỗi tháng tăng 500g. Từ năm thứ hai trở đi, trung bình mỗi năm tăng thêm 1,5kg. Gọi $P(kg)$ là cân nặng của trẻ em dưới 14 tuổi; N

(tuổi) là số tuổi (dựa vào hằng số sinh học người Việt Nam năm 1975). Tìm cân nặng trung bình của trẻ tròn 1 tuổi và xác định hàm số P theo N .

Câu 5. (1 điểm). Mỗi ngày, bạn An đều sử dụng điện thoại smartphone để chơi game 90 phút, lướt facebook 30 phút, nhắn tin “chat” cùng bạn bè hết 20 phút, xem các chuyên mục giải trí và các thông tin trên mạng hết 100 phút.

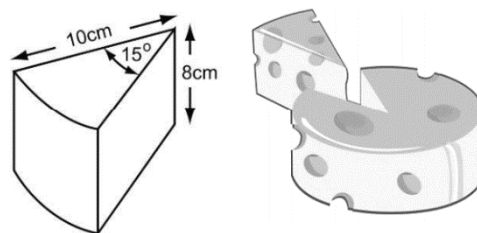
- Thời gian bạn An sử dụng điện thoại smartphone chiếm bao nhiêu phần trăm thời gian của một ngày (24 giờ)? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- Vì sử dụng điện thoại smartphone nhiều rất có hại cho sức khỏe, đặc biệt về trí nhớ nên mẹ bạn An đã yêu cầu mỗi ngày bạn chỉ được phép dùng 2,5% thời gian của một ngày để sử dụng điện thoại smartphone và 10% thời gian còn lại của ngày phải dùng vào việc học ở nhà. Vậy mỗi ngày bạn An phải học ở nhà trong bao nhiêu phút?

Câu 6. (1 điểm). Hình bên là một mẫu pho mát được cắt ra từ một khối pho mát dạng hình trụ (có các kích thước như hình vẽ). Biết khối lượng riêng của pho mát là

$$3g/cm^3 \text{ và công thức khối lượng riêng là } D = \frac{m}{V}$$

(Trong đó $D(g/cm^3)$ là khối lượng riêng, $m(g)$ là khối

lượng, $V(cm^3)$ là thể tích)



- Hãy tính diện tích 1 mặt đáy và khối lượng của mẫu pho mát trên.

Biết Thể tích hình trụ $V_{tru} = S.h$. Trong đó S là diện tích 1 đáy và h là chiều cao của hình trụ.



- Chiếc hộp thực phẩm hình hộp chữ nhật có kích thước lần lượt là $189mm$, $103mm$, $101mm$ có thể chứa hết phần còn lại của khối pho mát không?

Câu 7. (1 điểm). Khi thêm 200g axit vào dung dịch axit A và thu được dung dịch B có nồng độ axit là 50%. Sau đó, ta lại thêm 300g nước vào dung dịch B và thu được dung dịch C có nồng độ là 40%. Tính nồng độ axit trong dung dịch A . Biết $C\% = \frac{m_{ct}}{m_{dd}} \cdot 100\%$, trong đó $C\%$

là nồng độ phần trăm, m_{ct} là khối lượng chất tan, m_{dd} là khối lượng dung dịch.

Câu 8. (3 điểm) Cho điểm S nằm ngoài đường tròn (O) . Kẻ SB và SC là 2 tiếp tuyến của đường tròn (B , C là 2 tiếp điểm). Lấy điểm A nằm trên cung lớn BC . Kẻ $CF \perp AB$ tại F , kẻ $BE \perp AC$ tại E . Lấy M là giao điểm của OS và BC . Gọi K là giao điểm của EF với SB và H là giao điểm của BE với CF .

- Chứng minh: $KFB = ACB$ và $BC = 2.FM$
- Chứng minh: $KM \perp AB$ và $AH \perp BC$ ở D .

c) Chứng minh: ΔFHD đồng dạng ΔKMS .

----**HẾT**----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = \frac{x}{2} - 1,5$

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính..

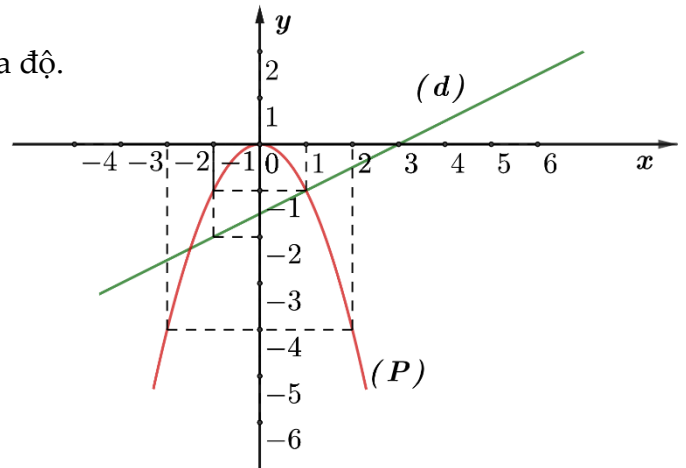
Lời giải

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

x	5	3
$y = \frac{x}{2} - 1,5$	1	0



- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\begin{aligned}
 -x^2 &= \frac{x}{2} - 1,5 \\
 \Leftrightarrow -x^2 - \frac{x}{2} + 1,5 &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Thay $x = 1$ vào $y = -x^2$, ta được: $y = -1^2 = -1$.

Thay $x = -\frac{3}{2}$ vào $y = -x^2$, ta được: $y = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{4}$.

Vậy $(1; -1)$, $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{4}\right)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $3x^2 - 2x - 6 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $M = \left(1 - \frac{x_1}{2x_2}\right) \cdot \left(1 - \frac{x_2}{2x_1}\right)$

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.3.(-6) = 76 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{2}{3} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} M &= \left(1 - \frac{x_1}{2x_2}\right) \cdot \left(1 - \frac{x_2}{2x_1}\right) \\ \Leftrightarrow M &= \left(\frac{2x_2 - x_1}{2x_2}\right) \cdot \left(\frac{2x_1 - x_2}{2x_1}\right) \\ \Leftrightarrow M &= \frac{4x_1x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2 + x_1x_2}{4x_1 \cdot x_2} \\ \Leftrightarrow M &= \frac{-2(x_1^2 + x_2^2) + 4x_1x_2 + x_1x_2}{4x_1 \cdot x_2} \\ \Leftrightarrow M &= \frac{-2(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 5x_1x_2}{4x_1x_2} \\ \Leftrightarrow M &= \frac{-2(x_1 + x_2)^2 + 3x_1x_2}{4x_1x_2} \\ \Leftrightarrow M &= \frac{31}{36} \end{aligned}$$

Câu 3. (0,75 điểm) Ngày n trong tháng t của năm 2021 là thứ mấy trong tuần? Có phải chủ nhật không? Để trả lời câu hỏi này, ta áp dụng quy tắc Newday như sau:

Bước 1: Tính M như sau:

Trong trường hợp $t \geq 3$ thì $M = (t-3).30 + (n+1) + N$. Trong đó N là số lượng tháng có 31 ngày tính từ tháng 3 đến tháng thứ $(t-1)$

Trong trường hợp tháng t là tháng 1 thì $M = n + 26$.

Trong trường hợp tháng t là tháng 2 thì $M = n + 1$.

Bước 2: Tìm r là dư của phép chia M cho 7.

Nếu $r = 0$ thì ngày n trong tháng t là thứ bảy.

Nếu $r=1$ thì ngày n trong tháng t là chủ nhật.

Nếu $r=2$ thì ngày n trong tháng t là thứ hai.

...

Nếu $r=6$ thì ngày n trong tháng t là thứ sáu.

Biết số ngày trong tháng của năm 2021 thể hiện trong bảng sau:

Tháng	1,3,5,7,8,10,12	2	4,6,9,11
Số ngày	31	28	30

- a) Ngày Quốc tế Gia Đình 28/06 trong năm 2021 là thứ mấy? Kỷ niệm ngày thành lập Đảng Cộng Sản 03/02 trong năm 2021 là thứ mấy?
- b) Trên Thế Giới chọn ngày Chủ Nhật trong tuần lễ thứ hai của tháng 5 để làm "Ngày của Mẹ". Ngày của mẹ trong năm 2021 là ngày mấy?

Lời giải

- a) Ta có

Bước 1: Tháng 6: $t \geq 3$

$$\begin{aligned}M &= (t-3).30 + (n+1) + N \\ \Rightarrow M &= (6-3).30 + (28+1) + 2 \\ \Rightarrow M &= 121\end{aligned}$$

Bước 2: M chia 7 dư 2 vậy n là ngày thứ 2

- b) Ngày Của Mẹ" được chọn vào một ngày của tháng 5 nên ta có $t=5 \Rightarrow t-1=4$

Số lượng tháng có 31 ngày từ tháng 03 đến tháng 04 là 1 tháng

Nên ta có $N=1$

Ngày 30/4

$$\begin{aligned}M &= (t-3).30 + (n+1) + N \\ \Rightarrow M &= (4-3).30 + (30+1) + 1 \\ \Rightarrow M &= 62\end{aligned}$$

theo quy tắc Newday ta có $M=62$ chia 7 dư 6 $\Rightarrow$ Ngày 30/4 là thứ 6

Chủ nhật đầu tiên của tháng 5 là 2/5. Vậy chủ nhật thứ hai của tháng 5 là ngày 9/5.

Câu 4. (0,75 điểm). Cân nặng trung bình của trẻ sơ sinh đủ tháng là khoảng 3000g. Trẻ lúc 6 tháng có cân nặng gấp đôi lúc sơ sinh, 6 tháng tiếp theo mỗi tháng tăng 500g. Từ năm thứ hai trở đi, trung bình mỗi năm tăng thêm 1,5kg. Gọi P (kg) là cân nặng của trẻ em dưới 14

tuổi; N (tuổi) là số tuổi (dựa vào hằng số sinh học người Việt Nam năm 1975). Tìm cân nặng trung bình của trẻ tròn 1 tuổi và xác định hàm số P theo N ?

Lời giải

Cân nặng trung bình của trẻ tròn 1 tuổi là: $3000.2 + 500.6 = 9000(g) = 9(kg)$

Ta có:

$P(kg)$ cân nặng trẻ em dưới 14 tuổi

N (số tuổi)

Từ đó ta có hàm số P theo N :

$$P = 9 + 1,5.N$$

Câu 5. (1 điểm) Mỗi ngày, bạn An đều sử dụng điện thoại smartphone để chơi game 90 phút, lướt facebook 30 phút, nhắn tin “chat” cùng bạn bè hết 20 phút, xem các chuyên mục giải trí và các thông tin trên mạng hết 100 phút.

- Thời gian bạn An sử dụng điện thoại smartphone chiếm bao nhiêu phần trăm thời gian của một ngày (24 giờ)? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- Vì sử dụng điện thoại smartphone nhiều rất có hại cho sức khỏe, đặc biệt về trí nhớ nên mẹ bạn An đã yêu cầu mỗi ngày bạn chỉ được phép dùng 2,5% thời gian của một ngày để sử dụng điện thoại smartphone và 10% thời gian còn lại của ngày phải dùng vào việc học ở nhà. Vậy mỗi ngày bạn An phải học ở nhà trong bao nhiêu phút?

Lời giải

- Thời gian bạn An sử dụng điện thoại smartphone chiếm số phần trăm thời gian của một ngày (24 giờ) là:

$$\frac{(90 + 30 + 20 + 100) : 60}{24} \cdot 100\% \approx 17\%$$

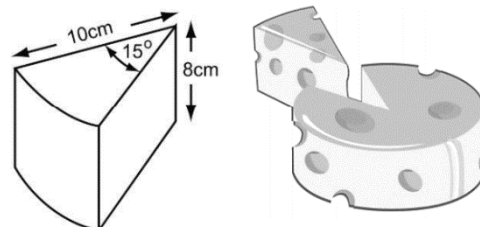
- Mỗi ngày bạn An phải học ở nhà số phút là:

$$24 \cdot (1 - 2,5\%) \cdot 10\% \cdot 60 = 140,4 \text{ (phút)}$$

Câu 6. (1 điểm) Hình bên là một mẫu pho mát được cắt ra từ một khối pho mát dạng hình trụ (có các kích thước như hình vẽ). Biết khối lượng riêng của pho mát là $3g/cm^3$ và công thức khối

lượng riêng là $D = \frac{m}{V}$

(Trong đó $D (g/cm^3)$ là khối lượng riêng, $m (g)$ là khối lượng, $V (cm^3)$ là thể tích)



a) Hãy tính diện tích 1 mặt đáy và khối lượng của mẫu pho mát trên.

Biết Thể tích hình trụ $V_{tru} = S.h$. Trong đó S là diện tích 1 đáy và h là chiều cao của hình trụ

b) Chiếc hộp thực phẩm hình hộp chữ nhật có kích thước lần lượt là 189mm, 103mm, 101mm có thể chứa hết phần còn lại của khối pho mát không?



Lời giải

a) Diện tích 1 mặt đáy là: $S_{quat} = \frac{n^0 \pi R^2}{360^0} = \frac{15^0 \cdot \pi \cdot 10^2}{360^0} = \frac{25}{6} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$

Khối lượng của mẫu pho mát trên là: $\frac{25}{6} \pi \cdot 8.3 = 100\pi \approx 314,2(g)$

b) Thể tích hình hộp là: $V_{hop} = \frac{189}{10} \cdot \frac{103}{10} \cdot \frac{101}{10} \approx 1966,2(\text{cm}^3)$

Thể tích phần còn lại của pho mát là:

$$V_{pho-mat} = \pi \cdot R^2 \cdot h - \frac{25}{6} \pi \cdot 8 = \pi \cdot 10^2 \cdot 8 - \frac{25}{6} \pi \cdot 8 = \frac{2300}{3} \pi \approx 2408,6(\text{cm}^3)$$

Vì $V_{hop} < V_{pho-mat}$ nên chiếc hộp thực phẩm hình hộp chữ nhật không thể chứa hết phần còn lại của khối pho mát.

Câu 7. (1 điểm) Khi thêm 200g axit vào dung dịch axit A và thu được dung dịch B có nồng độ axit là 50%. Sau đó, ta lại thêm 300g nước vào dung dịch B và thu được dung dịch C có nồng độ là 40%. Tính nồng độ axit trong dung dịch A. Biết $C\% = \frac{m_{ct}}{m_{dd}} \cdot 100\%$, trong đó $C\%$ là nồng độ phần trăm, m_{ct} là khối lượng chất tan, m_{dd} là khối lượng dung dịch.

Lời giải

Gọi $x(g)$, $y(g)$ lần lượt là khối lượng chất tan và khối lượng dung dịch trong dung dịch axit A ($x, y > 0$)

Vì khi thêm 200g axit vào dung dịch axit A thì thu được dung dịch axit B có nồng độ axit là 50% nên ta có phương trình:

$$\frac{x+200}{y+200} \cdot 100\% = 50\% \Leftrightarrow \frac{x+200}{y+200} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot (x+200) = y+200 \Leftrightarrow 2x - y = -200(1)$$

Vì sau đó thêm 300g nước vào dung dịch B thì thu được dung dịch C có nồng độ là 40% nên ta có phương trình:

$$\frac{x+200}{y+500} \cdot 100\% = 40\% \Leftrightarrow \frac{x+200}{y+500} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow 5 \cdot (x+200) = 2 \cdot (y+500) \Leftrightarrow 5x - 2y = 0(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - y = -200 \\ 5x - 2y = 0 \end{cases}$$

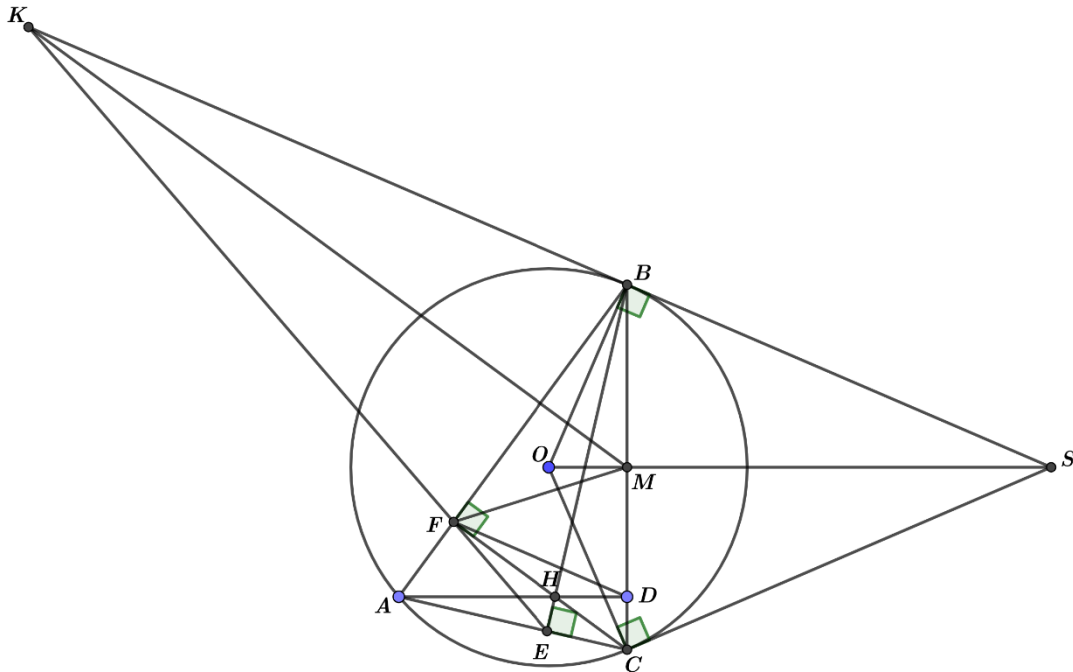
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 400(n) \\ y = 1000(n) \end{cases}$$

Nồng độ axit trong dung dịch A là: $\frac{400}{1000} \cdot 100\% = 40\%$.

Câu 8. (3 điểm) Cho điểm S nằm ngoài đường tròn (O). Kẻ SB và SC là 2 tiếp tuyến của đường tròn (B, C là 2 tiếp điểm). Lấy điểm A nằm trên cung lớn BC. Kẻ $CF \perp AB$ tại F, kẻ $BE \perp AC$ tại E. Lấy M là giao điểm của OS và BC. Gọi K là giao điểm của EF với SB và H là giao điểm của BE với CF.

- Chứng minh: $KFB = ACB$ và $BC = 2.FM$
- Chứng minh: $KM \perp AB$ và $AH \perp BC$ ở D.
- Chứng minh: $\triangle FHD$ đồng dạng $\triangle KMS$.

Lời giải



- Chứng minh: $KFB = ACB$ và $BC = 2.FM$

Xét tứ giác BFEC, ta có:

$$\begin{cases} BFC = 90^\circ \\ BEC = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow BFC = BEC$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn

$$\Rightarrow KFB = ACB$$

Xét (O) , ta có:

$$\begin{cases} SB = SC \\ OB = OC \end{cases}$$

$\Rightarrow OS$ là đường trung trực của đoạn thẳng BC .

$$\Rightarrow OS \perp BC \text{ tại } M$$

Xét $\triangle OBC$, ta có:

$$OB = OC (= R)$$

$\Rightarrow \triangle OBC$ cân tại O

Xét $\triangle OBC$ cân tại O , ta có:

OM là đường cao ($OM \perp BC$)

$\Rightarrow OM$ là đường trung tuyến.

$\Rightarrow M$ là trung điểm BC .

Xét $\triangle BFC$ vuông tại F , ta có:

FM là đường trung tuyến (M là trung điểm BC)

$$\Rightarrow FM = \frac{1}{2} BC \text{ (Hệ quả hình chữ nhật)}$$

$$\Rightarrow BC = 2.FM$$

b) Chứng minh: $KM \perp AB$ và $AH \perp BC$ ở D .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} FM = \frac{BC}{2} \text{ (cmt)} \\ BM = MC = \frac{BC}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow FM = BM = MC$$

Ta có:

$$\begin{cases} KBF = ACB \text{ (gtbtt \& dc = gnt)} \\ KFB = ACB \text{ (cmt)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow KBF = KFB$$

$\Rightarrow \triangle KFB$ cân tại K .

$$\Rightarrow KF = KB$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MF = MB(\text{cmt}) \\ KF = KB(\text{cmt}) \end{cases}$$

$\Rightarrow KM$ là đường trung trực của đoạn thẳng FB

$$\Rightarrow KM \perp AB$$

Xét $\triangle ABC$, ta có:

CF là đường cao ($CF \perp AB$)

BE là đường cao ($BE \perp AC$)

CF và BE cắt nhau tại H (gt)

$\Rightarrow H$ là trực tâm của $\triangle ABC$

$\Rightarrow AH$ là đường cao thứ 3

$\Rightarrow AH \perp BC$ ở D .

c) Chứng minh: $\triangle FHD$ đồng dạng $\triangle KMS$

Xét $\triangle KFB$ cân tại K , ta có:

KM là đường cao ($KM \perp AB$)

$\Rightarrow KM$ là đường phân giác

$$\Rightarrow FKM = MKS$$

Xét $\triangle SBC$ cân tại S , ta có:

SM là đường cao ($SM \perp BC$)

$\Rightarrow SM$ là đường phân giác

$$\Rightarrow KSM = CSM$$

Xét tứ giác $AFHE$, ta có:

$$\angle AFH + \angle AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AFHE$ nội tiếp

$$\Rightarrow \angle HAE = \angle HFE \quad (1)$$

Xét tứ giác $AEDB$, ta có:

$$\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AEDB$ nội tiếp

$$\Rightarrow \angle HAE = \angle DBE \quad (2)$$

Xét tứ giác $BFHD$, ta có:

$$HFB + HDB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow HFD = HBD \text{ (3)}$$

$$\text{Từ (2) và (3)} \Rightarrow HFD = HAE \text{ (4)}$$

$$\text{Từ (1) và (4)} \Rightarrow HFD = HFE$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} KM \perp AB \\ CF \perp AB \end{cases}$$

$$\Rightarrow KM \parallel CF$$

Ta có:

$$\begin{cases} HFE = FKM (KM \parallel CF, \text{đồng vị}) \\ MKS = FKM (\text{cmt}) \\ HFD = HFE (\text{cmt}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow HFD = MKS$$

Xét tứ giác $AFDC$, ta có:

$$AFC = ADC = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AFDC$ nội tiếp

$$\Rightarrow ACF = HDF$$

Ta có:

$$\begin{cases} ACF + BAC = 90^\circ \\ KSM + SBC = 90^\circ \\ BAC = SBC (\text{gtbtt \& dc = gnt}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ACF = KSM$$

$$\text{Mà } ACF = HDF (\text{cmt})$$

$$\text{Nên } KSM = HDF$$

Xét $\triangle FHD$ và $\triangle KMS$, ta có:

$$\begin{cases} HDF = KSM (\text{cmt}) \\ HFD = MKS (\text{cmt}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle FHD \text{ đồng dạng } \triangle KMS (\text{g-g})$$