# **BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT**

## **A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**I. PHƯƠNG TRÌNH MŨ**

**1. Phương trình mũ cơ bản**

Phương trình mũ cơ bản là phương trình có dạng 

* Nếu  thì phương trình có duy nhất một nghiệm ;
* Nếu  hoặc  thì phương trình vô nghiệm.

**2. Cách giải một số phương trình mũ cơ bản**

**a) Đưa về cùng cơ số**



**b) Phương pháp đặt ẩn phụ**

. Đặt 

 **c) Logarit hóa**

Nếu phương trình cho ở dạng **.**

**II. PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT**

**1. Phương trình logarit cơ bản:** là phương trình có dạng  với 



**2. Cách giải một số phương trình mũ cơ bản**

**a) Đưa về cùng cơ số**



**b) Phương pháp đặt ẩn phụ**

. Đặt 

 **c) Mũ hóa**



**HỆ THỐNG HÓA BẰNG SƠ ĐỒ**

****

****

## **B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP**

## **Dạng 1: Phương pháp đưa về cùng cơ số**

### **Phương pháp**

Phương pháp đưa phương trình mũ về cùng cơ số

- Biến đổi các hàm số có mặt trong phương trình về cùng cơ số, sau đó rút gọn, đưa về dạng cơ bản hoặc về dạng: (Thường gặp)

- Nếu cơ số a thay đổi thì:  (Ít gặp).

Phương pháp đưa phương trình loga về cùng cơ số

Biến đổi phương trình để đưa về dạng cơ bản đã nêu hoặc là dạng: 

### **Bài tập**

**Bài tập 1.** Tìm tích số của tất cả các nghiệm thực của phương trình 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 2.** Cho phương trình . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Phương trình có hai nghiệm không dương.

**B.** Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.

**C.** Phương trình có hai nghiệm trái dấu.

**D.** Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

**Bài tập 3.** Phương trình  có bao nhiêu nghiệm?

**A.** Vô nghiệm. **B.** Một nghiệm. **C.** Hai nghiệm. **D.** Ba nghiệm.

**Bài tập 4.** Tập nghiệm  của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 5.** Phương trình  có tích các nghiệm bằng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 6.** Tìm số nghiệm của phương trình .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Vô số.

**Bài tập 7.** Cho phương trình . Tổng các nghiệm của phương trình là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 8.** Cho  là số nguyên dương và , . Tìm  sao cho

.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 9.** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 10.** Giải phương trình  có nghiệm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 11.** Số nghiệm của phương trình:  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Bài tập 12.** Phương trình  có hai nghiệm  và . Tổng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

## **Dạng 2: Phương pháp đặt ẩn phụ**

### **Phương pháp**

**Loại 1: Phương trình có dạng **

 Khi đó ta đặt: t = af(x) điều kiện: t > 0 . Ta được một phương trình đại số ẩn t, giải pt đại số này ta biết được nghiệm của phương trình ẩn t.

 Nếu có nghiệm t thì cần xét xem có thỏa điều kiện t > 0 hay không. Nếu thỏa điều kiện thì giải phương trình để tìm nghiệm của phương trình đã cho.

***Ví dụ***: 

Đặt t = . Điều kiện t > 0. Ta có 

☞ Với t = 2 ta có =2

☞ Với t = 4 ta có = 4.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm:  và 

 **Loại 2:** **Phương trình đưa được về dạng: **

Hướng giải: Đặt .

***Ví dụ 1:*** Giải phương trình 

Đặt  Ta được phương trình: 

☞ Với t =125 ta có .

☞ Với t = 5 ta có 

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: x = 1 và x = 3.

**Lưu ý:** Một số những cặp số là nghịch đảo của nhau. Ví dụ: 

**Loại 3: Phương trình có dạng: **

Hướng giải: Chia cả hai vế cho  ta được phương trình  + + = 0

 Ta đặt: t =****điều kiện: t > 0, giải phương trình ẩn t, sau đó tìm nghiệm x.

Chú ý: Cũng có thể chia hai vế phương trình cho:  hoặc: .

***Ví dụ***: Giải phương trình .

 

**Một số dạng phương trình logarit sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ thường gặp:**

***Ví dụ1***: Giải phương trình .

Phân tích: Ta nhận thấy trong phương trình chỉ có một hàm số lôgarit duy nhất, đó là . Vì vậy ta giải pt bằng cách đặt 

Đặt  đk và .Ta được phương trình:

 

 ☞ Với t = 2 ta có 

 ☞ Với t = 3 ta có 

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm x = 100; x = 1000.

***Ví dụ 2:*** Giải phương trình 

Điều kiện: 

 

Đặt , ta được phương trinh: 

 ☞ Với t =1 ta có 

 ☞ Với  ta có  . Kết luận:....

### **Bài tập**

**Bài tập 1.** Phương trình  có tích các nghiệm là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 2.** Phương trình  có 2 nghiệm , . Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.** Phương trình có  nghiệm nguyên. **B.** Phương trình có  nghiệm vô tỉ.

**C.** Phương trình có  nghiệm dương. **D.** Phương trình có  nghiệm dương.

**Bài tập 3.** Tính tổng của tất cả các nghiệm thực của phương trình .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 4.** Tích các nghiệm của phương trình  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 5.** Phương trình 

**A.** Có hai nghiệm dương. **B.** Vô nghiệm.

**C.** Có một nghiệm âm. **D.** Có một nghiệm âm và một nghiệm dương.

**Bài tập 6.** Gọi  là tập nghiệm của phương trình . Số phần tử của tập  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Bài tập 7.**  Gọi  là một nghiệm của phương trình . Khẳng định nào sau đây là đúng khi đánh giá về .

**A.** . **B.** .

**C.**  cũng là nghiệm của phương trình . **D.** .

**Bài tập 8.** Biết phương trình  có hai nghiệm thực . Tính giá trị của biểu thức 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 9.** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 10.** Cho phương trình . Khi đặt , ta được phương trình nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 11.** Gọi *a* là một nghiệm của phương trình . Khẳng định nào sau đây đúng khi đánh giá về ?

**A.** .

**B.**  cũng là nghiệm của phương trình .

**C.** .

**D.** .

**Bài tập 12.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 13.** Phương trình  có nghiệm khi và chỉ khi

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 14.** Cho phương trình . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  thuộc đoạn  để phương trình có nghiệm?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 15.** Có bao nhiêu số nguyên để phương trình  có hai nghiệm ,  thỏa mãn ?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Bài tập 16.** Cho phương trình . Tìm  để phương trình có hai nghiệm phân biệt ,  thỏa mãn .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 17.** Giá trị của  để phương trình  có nghiệm là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 18.** Với giá trị nào của tham số  thì phương trình  có hai nghiệm ,  thoả mãn ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 19.** **Với điều kiện nào sau đây của  thì phương trình  có hai nghiệm phân biệt?**

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Bài tập 20.** Tìm tất cả các giá trị tham số  để phương trình  có  nghiệm thực phân biệt.

**A.**  hoặc . **B.** .

**C.** . **D.**  hoặc .

**Bài tập 21.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình  có hai nghiệm thực phân biệt.

**A.** . **B.**  hoặc .

**C.** . **D.**  hoặc .

**Bài tập 22.** Cho phương trình , với  là tham số thực. Tất cả các giá trị của tham số  để phương trình có nghiệm duy nhất là

**A.**  hoặc . **B.**  hoặc .

**C.** . **D.**  hoặc .

**Bài tập 23.** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  để phương trình  có đúng  nghiệm thực phân biệt là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 24.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  nhỏ hơn  để phương trình  có nghiệm thực?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

## **Dạng 3: Phương pháp logarit hóa, mũ hóa**

### **Phương pháp**

### **Bài tập**

**Bài tập 1.** Phương trình  có một nghiệm viết dưới dạng , với *,*  là các số nguyên dương. Tính tổng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 2.** Phương trình  có hai ngiệm , . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 3.** Gọi S là tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình ****. Tìm S.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| **Bài tập 4.** Phương trình  có một nghiệm dạng , với a, b là các số nguyên dương lớn hơn 1 và nhỏ hơn 8. Giá trị của  bằng bao nhiêu?**A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |  |

## **Dạng 4: Phương biến đổi thành tích**

### **Phương pháp**

(thường sử dụng trong trường hợp hai vế không cùng cơ số).

**Hướng giải**: Biến đổi phương trình về dạng: 

Lưu ý: Ta thường lôgarit hóa hai vế với cơ số a hoặc b.

### **2. Bài tập**

**Bài tập 1.**  Giải phương trình . Ta có tổng tất cả các nghiệm bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 2.**  Số nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** vô nghiệm.

**Bài tập 3.**  Số nghiệm của phương trình  .

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Bài tập 3.**  Biết  là số rự nhiên thỏa mãn phương trình  có  nghiệm. Tìm số nghiệm của phương trình .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 4.**  Cho phương trình . Biết phương trình có một nghiệm là  và một nghiệm còn lại có dạng  (với ,  là các số nguyên tố và ). Khi đó giá trị của  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** ****. **D.** ****.

**Bài tập 5.**  Gọi  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có ba nghiệm thực phân biệt. Tìm số phần tử của .

**A.** . **B.** Vô số. **C.** . **D.** .

**Bài tập 6.**  Phương trình  có bao nhiêu nghiệm?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 7.**  Gọi  là một nghiệm của phương trình . Khi đó giá trị của biểu thức nào sau đây là đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 8.**  Gọi  là tập tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho tập nghiệm của phương trình  có hai phần tử. Tìm số phần tử của .

**A.** ****. **B.** Vô số. **C.** ****. **D.** ****.

## **Dạng 5: Phương pháp sử dụng tính đơn điệu**

### **Phương pháp**

\* Ta thường sử dụng các tính chất sau:

* Tính chất 1: Nếu hàm số f tăng ( hoặc giảm ) trong khỏang (a;b) thì phương trình f(x) = C có không quá một nghiệm trong khoảng (a;b). ( do đó nếu tồn tại x0 (a;b) sao cho

 f(x0) = C thì đó là nghiệm duy nhất của phương trình f(x) = C)

* Tính chất 2 : Nếu hàm f tăng trong khoảng (a;b) và hàm g là hàm một hàm giảm trong khoảng (a;b) thì phương trình f(x) = g(x) có nhiều nhất một nghiệm trong khoảng (a;b) .

( do đó nếu tồn tại x0  (a;b) sao cho f(x0) = g(x0) thì đó là nghiệm duy nhất của phương trình f(x) = g(x))

### **Bài tập**

**Bài tập 1.**  Số nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 2.**  Tập nghiệm của phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 3.**  Cho ,  là các số thực thỏa . Tìm giá trị .

 **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 4.**  Phương trình  có bao nhiêu nghiệm thuộc .

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Bài tập 5.**  Tìm số nghiệm của phương trình .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 6.**  Tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình  có nghiệm duy nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** không tồn tại .

**Bài tập 7.**  Số nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 8.**  Tìm số thực  để phương trình:, chỉ có duy nhất một nghiệm thực

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 9.**  Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để tồn tại cặp số  thỏa mãn , đồng thời thỏa mãn .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 10.**  Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để tồn tại cặp số  thỏa mãn , đồng thời thỏa mãn .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 11.**  Gọi  là một nghiệm lớn hơn  của phương trình . Giá trị của  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 12.**  Tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình  có nhiều nghiệm nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 13.**  Có bao nhiêu số nguyên  để phương trình



Có hai nghiệm phân biệt lớn hơn .

**A.** . **B.** Vô số. **C.** . **D.** .

**Bài tập 14.**  Cho phương trình  Có bao nhiêu giá trị nguyên dương khác  của  sao cho phương trình đã cho có nghiệm  lớn hơn ?

**A.** Vô số. **B.** . **C.** . **D.** .

**Bài tập 15.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để phương trình  có nghiệm thực?

**A.** 6. **B.** 4.

**C.** Vô số. **D.** Không tồn tại *m*.

**Bài tập 16.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để phương trình  có hai nghiệm trái dấu?

**A.** Vô số. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

**Bài tập 17.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số *m* để phương trình có nghiệm duy nhất?

**A.** 3. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

**Bài tập 18.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số *m* để phương trình  có nghiệm?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.