**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LÀO CAI**

**MÔN TOÁN 9 – NĂM 2019-2020**

**Câu I.**

1. Cho phương trình . Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm với mọi Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức khi thay đổi
2. a) Cho ba số hữu tỉ thỏa mãn Chứng minh rằng là số hữu tỉ.

b) Cho ba số hữu tí đôi một phân biệt . Chứng minh rằng :là số hữu tỉ

**Câu II.**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu III.** Cho tam giác đều các điểm lần lượt thuộc các cạnh sao cho cắt nhau tại và diện tích tứ giác bằng diện tích tam giác 

**Câu IV.** Cho đường tròn tâm O và dây cung cố định . P là điểm di động trên đoạn thẳng và P khác trung điểm Đường tròn tâm C đi qua điểm tiếp xúc với đường tròn tại A. Đường tròn tâm đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn tại B. Hai đường tròn và cắt nhau tại 

1. Chứng minh rằng và bốn điểm cùng nằm trên một đường tròn
2. Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn luôn đi qua điểm cố định khi di động.

**Câu V.**

1. Cho là 45 số tự nhiên dương thỏa mãn Đặt . Chứng mnh rằng ít nhất một trong hiệu xuất hiện ít nhất 10 lần
2. Cho ba số dương thỏa mãn:

Chứng minh rằng: 

**ĐÁP ÁN**

**Câu I.**

1. Ta có : nên phương trình có hai nghiệm với mọi 

Theo định lý Viet, ta có: 



1. a) Từ giả thiết suy ra 

Suy ra là số hữu tỉ

b) Đặt 

Áp dụng câu 2a) suy ra là số hữu tỉ

**Câu II.**

1. Điều kiện: . Phương trình tương đương với :



Đặt ta được phương trình:



1. Điều kiện : Hệ tương đương với 

Đặt , ta được hệ : 

Với 

**Câu III.**

****

Kẻ tại F, tại G. Theo giả thiết



Mà 

Do đó 



**Câu IV.**

****

1. Gọi là giao điểm của các tiếp tuyến chung của với tại tương ứng .

Suy ra 

Ta có : 

Suy ra là tứ giác nội tiếp (1)

Dễ thấy tứ giác nội tiếp (2)

Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm cùng nằm trên một đường tròn

Ta có: , suy ra bốn điểm cùng nằm trên một đường tròn.

1. Gọi là trung điểm suy ra cố định và E là tâm đường tròn đi qua các điểm Suy ra đường trung trực của luôn đi qua điểm cố định.

**Câu V.**

1. Nếu mỗi hiệu xuất hiện không quá 10 lần thì mâu thuẫn với 

Vậy phải có ít nhất một hiệu xuất hiện không ít hơn 10 lần.

1. Ta có: 

Suy ra 

Đặt 



