**BÀI 4: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

**I – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn  có dạng tổng quát là

trong đó  là những số thực đã cho,  và  không đồng thời bằng  và  là các ẩn số.

**II – BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

Cũng như bất phương trình bậc nhất một ẩn, các bất phương trình bậc nhất hai ẩn thường có vô số nghiệm và để mô tả tập nghiệm của chúng, ta sử dụng phương pháp biểu diễn hình học.

Trong mặt phẳng tọa độ  tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình  được gọi là miền nghiệm của nó.

Từ đó ta có quy tắc thực hành biểu diễn hình học tập nghiệm (hay biểu diễn miền nghiệm) của bất phương trình  như sau (tương tự cho bất phương trình )

**Bước 1.** Trên mặt phẳng tọa độ  vẽ đường thẳng : 

**Bước 2.** Lấy một điểm  không thuộc  (ta thường lấy gốc tọa độ )

**Bước 3.** Tính  và so sánh  với 

**Bước 4.** Kết luận

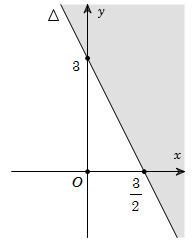
Nếu  thì nửa mặt phẳng bờ  chứa  là miền nghiệm của 

Nếu  thì nửa mặt phẳng bờ  không chứa  là miền nghiệm của 

***Chú ý:***

Miền nghiệm của bất phương trình  bỏ đi đường thẳng  là miền nghiệm của bất phương trình 

**Ví dụ.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình 

***Giải***

Vẽ đường thẳng 

Lấy gốc tọa độ  ta thấy  và có  nên nửa mặt phẳng bờ  chứa gốc tọa độ  là miền nghiệm của bất phương trình đã cho (miền không bị tô đậm trong hình).

**III – HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

Tương tự hệ bất phương trình một ẩn

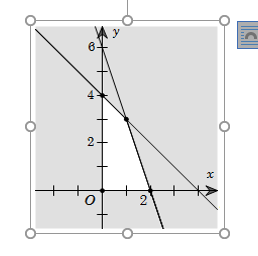
Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn  mà ta phải tìm các nghiệm chung của chúng. Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Cũng như bất phương trình bậc nhất hai ẩn, ta có thể biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

**Ví dụ 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình 

***Giải.***

Vẽ các đường thẳng

Vì điểm  có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ trên nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ     không chứa điểm  Miền không bị tô đậm (hình tứ giác  kể cả bốn cạnh ) trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho.

**IV – ÁP DỤNG VÀO BÀI TOÁN KINH TẾ**

Giải một số bài toán kinh tế thường dẫn đến việc xét những hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và giải chúng. Loại bài toán này được nghiên cứu trong một ngành toán học có tên gọi là Quy hoạch tuyến tính.

**CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

**Vấn đề 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

**Câu 1.** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 2.** Cho bất phương trình . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.** Bất phương trình  chỉ có một nghiệm duy nhất.

**B.** Bất phương trình vô nghiệm.

**C.** Bất phương trình  luôn có vô số nghiệm.

**D.** Bất phương trình có tập nghiệm là .

**Câu 3.** Miền nghiệm của bất phương trình:  là nửa mặt phẳng chứa điểm:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 4.** Miền nghiệm của bất phương trình:  là nửa mặt phẳng chứa điểm:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 5.** Miền nghiệm của bất phương trình  là nửa mặt phẳng không chứa điểm nào trong các điểm sau?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 6.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào không thuộc nghiệm của bất phương trình: 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 7.** Điểm  là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình:

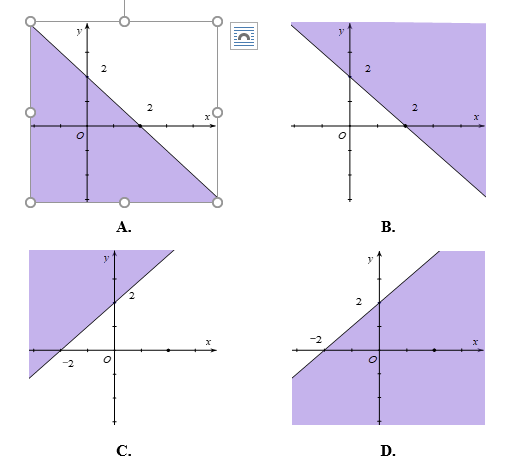
**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 8.** Cặp số  là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 9.** Miền nghiệm của bất phương trình  là phần tô đậm trong hình vẽ của hình vẽ nào, trong các hình vẽ sau? 

**Câu 10.** Phần tô đậm trong hình vẽ sau, biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Vấn đề 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

**Câu 11.** Cho hệ bất phương trình . Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 12.** Cho hệ bất phương trình . Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 13.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 14.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 15.** Điểm  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trìnhnào sau đây?

**A.**   **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 16.** Cho hệ bất phương trình . Trong các điểm sau, điểm nào không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 17.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?

|  |  |
| --- | --- |
| C. | D. |

**Câu 18.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| **A.** | **B.** |
|  |  |
| **C.** | **D.** |

**Câu 19.** Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 20.** Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Vấn đề 3. TÌM GTLN – GTNN CỦA BIỂU THỨC F(x,y) VỚI ĐIỀU KIỆN LÀ MỘT HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

1. Giá trị nhỏ nhất của biết thức  trên miền xác định bởi hệ  là.

**A. ** khi . **B. ** khi .

**C. ** khi . **D. ** khi .

1. Giá trị nhỏ nhất của biết thức  trên miền xác định bởi hệ  là

**A. ** khi . **B. ** khi.

**C. ** khi . **D. ** khi .

1. Cho hệ bất phương trình . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

**A.**Trên mặt phẳng tọa độ , biểu diễn miền nghiệm của hệbất phương trình đã cho là miền tứ giác  kể cả các cạnh với , ,  và .

**B.**Đường thẳng  có giao điểm với tứ giác  kể cả khi .

**C.**Giá trị lớn nhất của biểu thức  , với  và  thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là .

**D.**Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  , với  và  thõa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

1. Giá trị lớn nhất của biết thức  với điều kiện  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Giá trị nhỏ nhất của biết thức  với điều kiện  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện tại điểm  có toạ độ là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Biểu thức , với  và  thõa mãn hệ bất phương trình , đạt giá trị lớn nhất là  và đạt giá trị nhỏ nhất là . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

**A.**và . **B.**và . **C.**và . **D.** và 

**Câu 8:** Giá trị nhỏ nhất  của biểu thức  trên miền xác định bởi hệ  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 9.** Biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện  tại điểm  có toạ độ là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 10.** Cho  thoả mãn hệ  Tìm giá trị lớn nhất  của biểu thức 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 11.** Giá trị lớn nhất  của biểu thức  trên miền xác định bởi hệ  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 12.** Giá trị nhỏ nhất  của biểu thức  trên miền xác định bởi hệ  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Vấn đề 4. BÀI TOÁN KINH TẾ, BÀI TOÁN TỐI ƯU**

**Bài toán:** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức  với  nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

**Bước 1:** Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm  là đa giác.

**Bước 2:** Tính giá trị của  tương ứng với  là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

**Bước 3:** Kết luận:

 Giá trị lớn nhất của  là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.

 Giá trị nhỏ nhất của  là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

**Câu 1.** Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

● Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;

● Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

**A.**  lít nước cam và  lít nước táo. **B.**  lít nước cam và  lít nước táo.

**C.**  lít nước cam và  lít nước táo. **D.**  lít nước cam và  lít nước táo.

**Câu 2.** Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

● Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;

● Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

**A.** kg loại I và  kg loại II. **B.** kg loại I và  kg loại II.

**C.** kg loại I và  kg loại II. **D.** kg loại I và  kg loại II.

**Câu 3.** Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin  và  đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả  lẫn  và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin và không quá 500 đơn vị vitamin . Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin  không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin  và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin . Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin  có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin  có giá 7,5 đồng.

**A.**  đơn vị Vitamin ,  đơn vị Vitamin 

**B.**  đơn vị Vitamin ,  đơn vị Vitamin 

**C.**  đơn vị Vitamin ,  đơn vị Vitamin 

**D.**  đơn vị Vitamin ,  đơn vị Vitamin 

**Câu 4.** Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B1, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

 Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B1, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.

 Cách thứ hai cắt được 2 hộp B1, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B1 tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

**A.** Cắt theo cách một  tấm, cắt theo cách hai  tấm.

**B.** Cắt theo cách một  tấm, cắt theo cách hai  tấm.

**C.** Cắt theo cách một  tấm, cắt theo cách hai  tấm.

**D.** Cắt theo cách một  tấm, cắt theo cách hai  tấm.

**Câu 5.** Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm  và sản phẩm  trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm  lãi  triệu đồng người ta sử dụng máy  trong  giờ, máy  trong  giờ và máy  trong  giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm  lãi được  triệu đồng người ta sử dụng máy  trong  giờ, máy  trong  giờ và máy  trong  giờ. Biết rằng máy  chỉ hoạt động không quá  giờ, máy hai hoạt động không quá  giờ và máy  hoạt động không quá  giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

**A.** Sản xuất  tấn sản phẩm  và không sản xuất sản phẩm 

**B.** Sản xuất  tấn sản phẩm  và  tấn sản phẩm 

**C.** Sản xuất  tấn sản phẩm  và  tấn sản phẩm 

**D.** Sản xuất  tấn sản phẩm  và không sản xuất sản phẩm 