

CĐ2: TÌM ẨN CHƯA BIẾT

Dạng 1: Tìm x thông thường
Dạng 2: Đưa về dạng tích bằng 0
Dạng 3: Sử dụng tính chất lũy thừa
Dạng 4: Tìm ẩn dạng phân thức
Dạng 5: Tìm x dạng chứa dấu giá trị tuyệt đối
Dạng 6: Sử dụng công thức tính tổng có quy luật
Dạng 7: Tổng các biểu thức không âm bằng 0
Dạng 8: Tìm ẩn dựa vào tính chất về dấu
Dạng 9: Sử dụng phương pháp chặn để tìm ẩn
Dạng 10: Tìm ẩn với điều kiện nguyên

Dạng 7: Tổng các biểu thức không âm bằng 0

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023)

Cho x, y thoả mãn $(12 - 2x)^{2022} + |3y - x|^{2023} = 0$. Giá trị của biểu thức $P = 20x - 11y$ là

A. 142. B. 98. C. 109. D. 131.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(12 - 2x)^{2022} \geq 0$ với mọi x

$|3y - x|^{2023} \geq 0$ với mọi x, y

Nên $(12 - 2x)^{2022} + |3y - x|^{2023} \geq 0$ với mọi x, y

Mà $(12 - 2x)^{2022} + |3y - x|^{2023} = 0$

Suy ra $12 - 2x = 0$ và $3y - x = 0$

Hay $x = 6$ và $y = 2$

Vậy giá trị của biểu thức $P = 20x - 11y$ là $P = 20.6 - 11.2 = 120 - 22 = 98$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ 2021 - 2022)

Cho x, y là các số thỏa mãn $(x + 2y - 3)^{2022} + |2x + 3y - 5| = 0$. Vậy (x, y) bằng

A. (1; -1) B. (1;1) C. (2;1) D. (-2;1)

Lời giải

Vì $(x + 2y - 3)^{2022} \geq 0$; $|2x + 3y - 5| \geq 0$ với mọi x, y nên

$$(x+2y-3)^{2022} + |2x+3y-5| \geq 0 \text{ với mọi } x, y$$

$$\text{Mà } (x+2y-3)^{2022} + |2x+3y-5| = 0 \text{ nên } \begin{cases} (x+2y-3)^{2022} = 0 \\ |2x+3y-5| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2y-3=0 \\ 2x+3y-5=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+3y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (x; y) = (1; 1)$$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 THCS Vạn Long 2018 - 2019)

$$\text{Tìm } x, y \text{ biết } |3+y| + |2x+y| = 0$$

Lời giải

$$\text{Vì } |3+y| \geq 0, |2x+y| \geq 0 \Rightarrow |3+y| + |2x+y| \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |3+y|=0 \\ |2x+y|=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=-3 \end{cases}$$

Câu 2. (HSG 7 trường Trần Hưng Đạo, trường Trường Sa, 2017 - 2018)

$$\text{Tìm } x, y \text{ biết } |3+y| + |2x+y| = 0$$

Lời giải

$$\text{Vì } |3+y| \geq 0, |2x+y| \geq 0 \Rightarrow |3+y| + |2x+y| \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |3+y|=0 \\ |2x+y|=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=-3 \end{cases}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Cửa Lò 2020 - 2021)

$$\text{Tìm } x, y \text{ biết: } |x-2| + |x-2y| = 0$$

Lời giải

$$\text{Vì } |x-2| \geq 0; |x-2y| \geq 0 \text{ với mọi } x, y \text{ nên:}$$

$$|x-2| + |x-2y| = 0 \text{ khi và chỉ khi } x-2=0 \text{ và } x-2y=0$$

$$+ x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$+ x-2y=0 \Rightarrow 2-2y=0 \Rightarrow y=1$$

$$\text{Vậy } x=2; y=1 \text{ là các giá trị cần tìm.}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Thái Thụy, 2017 - 2018)

$$\text{Tìm } x \text{ và } y \text{ thỏa mãn } |2x-2011| + (3y+2012)^{2012} = 0$$

Lời giải

Nhận xét
$$\begin{cases} |2x - 2011| \geq 0 \quad \forall x \\ (3y + 2012)^{2012} \geq 0 \quad \forall y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2011 = 0 \\ 3y + 2012 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2011}{2} \\ y = -\frac{2012}{3} \end{cases}$$

Đẳng thức xảy ra khi

Câu 5. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018 - 2019)

Tìm x, y biết:
$$(3x - 1)^{2018} + \left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$$

Lời giải

Ta có:

$$(3x - 1)^{2018} + \left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$$

Mà $(3x - 1)^{2018} \geq 0$ với mọi x ; $\left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} \geq 0$ với mọi y .

$$\Rightarrow (3x - 1)^{2018} = 0 \quad \text{và} \quad \left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = 0 \quad \text{và} \quad y + \frac{3}{5} = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3}; \quad y = -\frac{3}{5}$$

Vậy $x = \frac{1}{3}; \quad y = -\frac{3}{5}$.

Câu 6. (HSG 7 huyện Đức Thọ 2022 - 2023)

Tìm tất cả cặp số (x, y) thỏa mãn:
$$(2x - 1)^{2022} + |x + y + 1|^{2023} = 0$$

Lời giải

$$(2x - 1)^{2022} + |x + y + 1|^{2023} = 0 \quad (*)$$

Vì $(2x - 1)^{2022} \geq 0$, $|x + y + 1|^{2023} \geq 0 \quad \forall x, y$

$$\Rightarrow (2x - 1)^{2022} + |x + y + 1|^{2023} \geq 0$$

Để $(*)$ xảy ra thì $(2x - 1)^{2022} = 0$ và $|x + y + 1|^{2023} = 0$

$$\Rightarrow 2x - 1 = 0 \quad \text{và} \quad x + y + 1 = 0$$

Hay $x = \frac{1}{2}$ và $y = -\frac{3}{2}$

Vậy cặp số (x, y) thỏa mãn phương trình là $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 7. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2016 - 2017)

Tìm các số x, y, z biết: $(3x - 5)^{2006} + (y^2 - 1)^{2008} + (x - z)^{2010} = 0$

Lời giải

$$(3x - 5)^{2006} + (y^2 - 1)^{2008} + (x - z)^{2010} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 5 = 0 \\ y^2 - 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = z = \frac{5}{3} \\ y = \pm 1 \end{cases}$$

Vậy $(x; y; z) = \left(\frac{5}{3}; 1; \frac{5}{3}\right)$ hoặc $(x; y; z) = \left(\frac{5}{3}; -1; \frac{5}{3}\right)$

Câu 8. (HSG 7 thành phố Sầm Sơn, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)

Tìm x, y, z biết: $(2x - 1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x + y + z| = 0$

Lời giải

Với mọi x, y, z , ta có: $(2x - 1)^{2008} \geq 0$; $\left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} \geq 0$; $|x + y + z| \geq 0$.

$$(2x - 1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x + y + z| = 0$$

Nên khi:

$$\begin{cases} (2x - 1)^{2008} = 0 \\ \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} = 0 \\ |x + y + z| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{2}{5} \\ z = -\frac{9}{10} \end{cases}$$

Vậy $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{2}{5}$; $z = -\frac{9}{10}$.

Câu 9. (HSG 7 thị xã Bỉm Sơn 2022 - 2023)

Tìm x, y, z biết $(2x - 1)^{2020} + \left(y - \frac{1}{3}\right)^{2022} + |x + y - z| = 0$

Lời giải

$$(2x - 1)^{2020} + \left(y - \frac{1}{3}\right)^{2022} + |x + y - z| = 0$$

Ta có

$$\text{Nên } \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ y - \frac{1}{3} = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{3} \\ z = \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}; z = \frac{5}{6}.$$

Câu 10. (HSG 7 huyện Trục Ninh, 2018 - 2019)

$$\text{Tìm } x, y, z \text{ biết: } (2x - 1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x + y - z| = 0$$

Lời giải

$$\text{Vì } (2x - 1)^{2008} \geq 0 \text{ với mọi } x; \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} \geq 0 \text{ với mọi } y; |x + y - z| \geq 0 \text{ với mọi } x, y, z$$

$$\text{do đó: } (2x - 1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x + y - z| \geq 0 \text{ với mọi } x, y, z.$$

$$(2x - 1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x + y - z| = 0$$

Theo đề bài thì:

$$\text{Từ đó suy ra: } (2x - 1)^{2008} = 0 \text{ và } \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} = 0 \text{ và } |x + y - z| = 0$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{2}; y = \frac{2}{5}; z = \frac{9}{10}.$$

Câu 11. (HSG 7 huyện THẠCH THÀNH, 2017 - 2018)

$$\text{Tìm các số } x, y, z \text{ biết: } (x - 1)^{2016} + (2y - 1)^{2016} + |x + 2y - z|^{2017} = 0$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (x - 1)^{2016} \geq 0 \quad \forall x; (2y - 1)^{2016} \geq 0 \quad \forall y; |x + 2y - z|^{2017} \geq 0 \quad \forall x, y, z$$

$$\Rightarrow (x - 1)^{2016} + (2y - 1)^{2016} + |x + 2y - z|^{2017} \geq 0$$

$$\text{"=" xảy ra khi } \begin{cases} (x - 1)^{2016} = 0 \\ (2y - 1)^{2016} = 0 \\ |x + 2y - z|^{2017} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ z = 2 \end{cases}$$

Vậy $x=1$; $y=\frac{1}{2}$; $z=2$.

Câu 12. (HSG 7 huyện Krông Ana 2022 - 2023)

Tìm x, y, z biết: $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^{2018} + \left(y^2 - \frac{1}{2023}\right)^{2020} + (x - z - 1)^{2024} = 0$

Lời giải

Vì $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^{2018} \geq 0$; $\left(y^2 - \frac{1}{2023}\right)^{2020} \geq 0$; $(x - z - 1)^{2024} \geq 0$ với mọi x, y, z là các số thực

Theo đề ra ta có: $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^{2018} + \left(y^2 - \frac{1}{2023}\right)^{2020} + (x - z - 1)^{2024} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(3x - \frac{1}{2}\right)^{2018} = 0 \\ \left(y^2 - \frac{1}{2023}\right)^{2020} = 0 \\ (x - z - 1)^{2024} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - \frac{1}{2} = 0 \\ y^2 - \frac{1}{2023} = 0 \\ x - z - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{6} \\ y \in \left\{ \sqrt{\frac{1}{2023}}; -\sqrt{\frac{1}{2023}} \right\} \\ z = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{6} \\ y \in \left\{ \sqrt{\frac{1}{2023}}; -\sqrt{\frac{1}{2023}} \right\} \\ z = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

Vậy $x = \frac{1}{6}$; $y = \sqrt{\frac{1}{2023}}$; $z = -\frac{5}{6}$ hoặc $x = \frac{1}{6}$; $y = -\sqrt{\frac{1}{2023}}$; $z = -\frac{5}{6}$

Câu 13. (HSG 7 trường Lê Văn Tám 2017 - 2018)

Tìm các số x, y, z biết: $(3x - 5)^{2006} + (y^2 - 1)^{2008} + (x - z)^{2010} = 0$

Lời giải

$$(3x - 5)^{2006} + (y^2 - 1)^{2008} + (x - z)^{2010} = 0$$

Ta có: $(3x - 5)^{2006} \geq 0$; $(y^2 - 1)^{2008} \geq 0$; $(x - z)^{2010} \geq 0$

Nên $(3x - 5)^{2006} + (y^2 - 1)^{2008} + (x - z)^{2010} \geq 0$

$$\begin{cases} 3x - 5 = 0 \\ y^2 - 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = -1 \\ y = 1 \\ z = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$(x; y; z) \in \left\{ \left(\frac{5}{3}; -1; \frac{5}{3} \right); \left(\frac{5}{3}; 1; \frac{5}{3} \right) \right\}$$

Vậy

Câu 14. (HSG 7 huyện Hưng Hà; huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Tìm x, y, z biết: $\left| x - \frac{1}{2} \right| + \left| y + \frac{2}{3} \right| + |x^2 + xz| = 0$

Lời giải

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| + \left| y + \frac{2}{3} \right| + |x^2 + xz| = 0$$

Áp dụng tính chất $|A| \geq 0$ ta có:

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| = 0 \quad \text{và} \quad \left| y + \frac{2}{3} \right| = 0 \quad \text{và} \quad |x^2 + xz| = 0$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{2} = 0 \quad \text{và} \quad y + \frac{2}{3} = 0 \quad \text{và} \quad x(x + z) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{và} \quad y = -\frac{2}{3} \quad \text{và} \quad z = -x = -\frac{1}{2}.$$

$$x = \frac{1}{2}; y = -\frac{2}{3}; z = -\frac{1}{2}.$$

Vậy

Câu 15. (HSG 7 huyện Hưng Hà, 2022 - 2023)

Cho $(x-1)^{2020} + |y-3| + (x-y+z+3)^{2022} = 0$. Chứng minh: $8x - 2y + z = 1$.

Lời giải

Vì $(x-1)^{2022} \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}; |y-3| \geq 0 \quad \forall y \in \mathbb{R}; (x-y+z+3)^{2022} \geq 0 \quad \forall x, y, z \in \mathbb{R}$.

Do đó $(x-1)^{2020} + |y-3| + (x-y+z+3)^{2022} = 0$ khi và chỉ khi:

$$(x-1)^{2022} = 0 \quad \text{và} \quad |y-3| = 0 \quad \text{và} \quad (x-y+z+3)^{2022} = 0$$

$$\Rightarrow x - 1 = 0 \quad \text{và} \quad y - 3 = 0 \quad \text{và} \quad x - y + z + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \quad \text{và} \quad y = 3 \quad \text{và} \quad z = -1.$$

Suy ra: $8x - 2y + z = 8 \cdot 1 - 2 \cdot 3 - 1 = 1$ (đpcm).

Câu 16. (HSG 7 huyện Anh Sơn 2022 - 2023).

Cho 2 số $x; y$ thỏa mãn $(x+2022)^{2024} + |y-2023| = 0$. Tính $D = x + y$.

Lời giải

Vì $(x+2022)^{2024} \geq 0$ với mọi x

$|y-2023| \geq 0$ với mọi y

Nên $(x+2022)^{2024} + |y-2023| = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x+2022)^{2024} = 0 \\ |y-2023| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2022 = 0 \\ y-2023 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2022 \\ y = 2023 \end{cases}$

Vậy $x = -2022$ và $y = 2023$.

Câu 17. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Bùi Hữu Diên 2022 - 2023)

Cho biểu thức đại số $A = \frac{x^3 + 2x^2y - 0,5xy^2 + 2}{x^2 - xy + 1}$ tính giá trị của A với x, y thỏa mãn $(2x-1)^2 + |y+1| = 0$

Lời giải

Ta có $(2x-1)^2 + |y+1| = 0$

Mà $(2x-1)^2 \geq 0$ và $|y+1| \geq 0$ với mọi x, y

$\Rightarrow (2x-1)^2 + |y+1| \geq 0$

Nên $\begin{cases} 2x-1=0 \\ y+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-1 \end{cases}$

Thay $x = \frac{1}{2}$ và $y = -1$ ta có

$$A = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (-1) - 0,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 + 2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot (-1) + 1} = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{11}{8}}{\frac{7}{4}} = \frac{11}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{11}{7}$$

Vậy giá trị của biểu thức A là $\frac{11}{7}$

Câu 18. (HSG 7 huyện Tiền Hải, tỉnh Thái Bình 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức $N = 17x^{10} + 2y^3 + 2023$ biết các số $x; y$ thỏa mãn:

$$|x-1| + \sqrt{(y+2)^{2022}} = 0$$

Lời giải

Ta có: $|x-1| \geq 0$ với mọi x ; $\sqrt{(y+2)^{2022}} \geq 0$ với mọi y .

$$\text{Mà } |x-1| + \sqrt{(y+2)^{2022}} = 0 \text{ suy ra } |x-1| = 0 \text{ và } \sqrt{(y+2)^{2022}} = 0$$

$$+) |x-1| = 0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$+) \sqrt{(y+2)^{2022}} = 0 \Rightarrow (y+2)^{2022} = 0 \Rightarrow y = -2$$

Thay $x=1$ và $y=-2$ vào biểu thức N ta được

$$N = 17x^{10} + 2y^3 + 2023$$

$$= 17.1^{10} + 2.(-2)^3 + 2023$$

$$= 17.1 + 2.(-8) + 2023$$

$$= 17 + (-16) + 2023 = 2024$$

Vậy khi $|x-1| + \sqrt{(y+2)^{2022}} = 0$ thì biểu thức N có giá trị là 2024.

Câu 19. (HSG 7 huyện Cẩm Khê, 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức: $C = 2x^4 + 15y^{2023} + 2006$ tại x, y thỏa mãn: $\sqrt{(y+1)^4} + (2-x)^2 = 0$

Lời giải

$$\text{Vì } \sqrt{(y+1)^4} \geq 0 \text{ với mọi } y, (2-x)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x$$

$$\text{do đó để } \sqrt{(y+1)^4} + (2-x)^2 = 0 \text{ thì } \sqrt{(y+1)^4} = 0 \text{ và } (2-x)^2 = 0$$

$$\Rightarrow y+1=0 \text{ và } 2-x=0$$

$$\Rightarrow y = -1; x = 2$$

$$C = 2.2^4 + 15.(-1)^{2023} + 2006 = 2023.$$

suy ra

$$\text{Vậy } C = 2023.$$

Câu 20. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường THCS MINH KHAI 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 2025$ tại x, y thỏa mãn: $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$

Lời giải

$$\text{Do } |x-1| \geq 0; (y+2)^{20} \geq 0 \Rightarrow |x-1| + (y+2)^{20} \geq 0 \text{ với mọi } x, y$$

$$\text{Kết hợp } |x-1| + (y+2)^{20} = 0 \text{ suy ra } |x-1| = 0 \text{ và } (y+2)^{20} = 0$$

$$\text{Nên: } x=1; y=-2$$

$$\text{Giá trị của biểu thức: } C = 2x^5 - 5y^3 + 2025 \text{ tại } x=1; y=-2$$

$$\text{là: } C = 2.1^5 - 5.(-2)^3 + 2025 = 2 + 40 + 2025 = 2067$$

Vậy $C = 2067$

Câu 21. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Phạm Kinh Ân 2022 - 2023)

Cho $|x - 2| + |y - 1| + (x + y - z - 2)^{2020} = 0$. Tính giá trị của: $A = 5x^2y^{2020}z^{2021}$.

Lời giải

Vì $|x - 2| \geq 0$ với $\forall x$; $|y - 1| \geq 0$ với $\forall y$; $(x + y - z - 2)^{2020} \geq 0$ với $\forall x, y, z$

Do đó $|x - 2| + |y - 1| + (x + y - z - 2)^{2020} = 0$ khi

$$\begin{cases} |x - 2| = 0 \\ |y - 1| = 0 \\ (x + y - z - 2)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y - 1 = 0 \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Do đó $A = 5 \cdot 2^2 \cdot 1^{2020} \cdot 1^{2021} = 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 = 20$

Vậy $A = 20$.

Câu 22. (HSG 7 huyện Kinh Môn 2021 - 2022)

Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 1980$ tại x, y thỏa mãn $|x - 1| + (y + 2)^{20} = 0$.

Lời giải

Do $|x - 1| \geq 0$; $(y + 2)^{20} \geq 0$ nên $|x - 1| + (y + 2)^{20} \geq 0$ với mọi x, y .

Kết hợp $|x - 1| + (y + 2)^{20} = 0$ suy ra $|x - 1| = 0$ và $(y + 2)^{20} = 0 \Rightarrow x = 1$ và $y = -2$.

Giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 1980$ tại $x = 1$; $y = -2$ là:

$$C = 2 \cdot 1^5 - 5 \cdot (-2)^3 + 1980 = 2022$$

Vậy $C = 2022$.

Câu 23. (HSG 7 huyện Tam Dương 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 2023$ tại các giá trị của x, y thỏa mãn $|x + 1| + (y + 2)^{2024} = 0$

Lời giải

Ta có: $|x + 1| \geq 0$; $(y + 2)^{2024} \geq 0$ với mọi x, y

nên $|x + 1| + (y + 2)^{2024} = 0$ khi $|x + 1| = 0$ hoặc $(y + 2)^{2024} = 0$

suy ra $x = -1$; $y = -2$

Nên $C = 2x^5 - 5y^3 + 2023 = 2 \cdot (-1)^5 - 5 \cdot (-2)^3 + 2023 = 1981$

Câu 24. (HSG 7 đề khảo sát lần 3, 2022 - 2023)

Cho $|3x - 2y| + |5z - 7x| + (xy + yz + xz - 500)^{2020} = 0$. Tính giá trị của: $A = (3x - y - z)^{2021}$.

Lời giải

$$\forall |3x - 2y| \geq 0; |5z - 7x| \geq 0; (xy + yz - xz - 500)^{2020} \geq 0 \text{ với } \forall x, y, z$$

$$\text{Do đó } |3x - 2y| + |5z - 7x| + (xy + yz + xz - 500)^{2020} = 0 \text{ khi}$$

$$\begin{cases} |3x - 2y| = 0 \\ |5z - 7x| = 0 \\ (xy + yz + xz - 500)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 5z - 7x = 0 \\ xy + yz + xz - 500 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 14 \\ z = -14 \end{cases}$$

$$+ \text{ Nếu } z = 14 \text{ ta tính được: } x = 10; y = 15$$

$$\text{Thay vào biểu thức } A = (3x - y - z)^{2021} \text{ ta được: } A = (3 \cdot 10 - 15 - 14)^{2021} = 1$$

$$+ \text{ Nếu } z = -14 \text{ ta tính được: } x = -10; y = -15$$

$$\text{Thay vào biểu thức } A = (3x - y - z)^{2021} \text{ ta được: } A = [3 \cdot (-10) - (-15) - (-14)]^{2021} = -1$$

$$\text{Vậy } A = 1 \text{ hoặc } A = -1 \text{ khi } |3x - 2y| + |5z - 7x| + (xy + yz + xz - 500)^{2020} = 0$$

Câu 25. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Hồng Lĩnh 2022 - 2023)

$$\text{Cho các số thực } x, y, z \text{ thỏa mãn } (x-1)^{2022} + (2y-1)^{2022} + (x+2y-z)^{2023} = 0$$

$$\text{Chứng minh rằng } x = y \cdot z$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (x-1)^{2022} \geq 0 \forall x$$

$$(2y-1)^{2020} \geq 0 \forall y$$

$$|x+2y-z|^{2023} \geq 0 \forall x, y, z$$

$$(x-1)^{2022} + (2y-1)^{2022} + |x+2y-z|^{2023} \geq 0 \forall x, y, z$$

$$\text{Mà } (x-1)^{2022} + (2y-1)^{2022} + |x+2y-z|^{2023} = 0$$

$$\begin{cases} (x-1)^{2022} = 0 \\ (2y-1)^{2022} = 0 \\ |x+2y-z|^{2023} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ z = 2 \end{cases}$$

Nên dấu "=" xảy ra khi

$$\text{Vậy } x = y \cdot z$$

Câu 26. (HSG 7 thi thử huyện Thanh Miện 2022 - 2023)

$$\text{Cho } a, b, x, y \text{ thỏa mãn } (bx^2 - ay^2)^{2022} + |x^2 + y^2 - 1| = 0 \quad (a \neq 0; b \neq 0; a+b \neq 0).$$

Chứng minh rằng $\frac{x^{2022}}{a^{1011}} + \frac{y^{2022}}{b^{1011}} = \frac{2}{(a+b)^{1011}}$

Lời giải

+ Ta có: $(bx^2 - ay^2)^{2022} \geq 0; |x^2 + y^2 - 1| \geq 0$

$\Rightarrow (bx^2 - ay^2)^{2022} + |x^2 + y^2 - 1| \geq 0$

Do đó $(bx^2 - ay^2)^{2022} + |x^2 + y^2 - 1| = 0$ khi và chỉ khi $\begin{cases} bx^2 - ay^2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bx^2 = ay^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

+ Ta có: $bx^2 = ay^2 \Rightarrow \frac{x^2}{a} = \frac{y^2}{b}$

$\Rightarrow \frac{x^2}{a} = \frac{y^2}{b} = \frac{x^2 + y^2}{a+b} = \frac{1}{a+b}$ (vì $x^2 + y^2 = 1$)

$\Rightarrow \left(\frac{x^2}{a}\right)^{1011} = \left(\frac{y^2}{b}\right)^{1011} = \left(\frac{1}{a+b}\right)^{1011}$

$\Rightarrow \frac{x^{2022}}{a^{1011}} = \frac{y^{2022}}{b^{1011}} = \frac{1}{(a+b)^{1011}} \Rightarrow \frac{x^{2022}}{a^{1011}} + \frac{y^{2022}}{b^{1011}} = \frac{2}{(a+b)^{1011}}$

$$\frac{x^{2022}}{a^{1011}} + \frac{y^{2022}}{b^{1011}} = \frac{2}{(a+b)^{1011}}$$

Vậy

Câu 27. (HSG 7 trường Lý Thường Kiệt, 2017 -2018)

Chứng minh rằng không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn:

$$|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$$

Lời giải

Ta có: $|x - y| + |y - z| + |z - x| = |x - y| + (x - y) + |y - z| + (y - z) + |z - x| + (z - x)$

$$|x| + x = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Với mọi số nguyên x ta lại có

Suy ra $|x| + x$ luôn là số chẵn với mọi số nguyên x

$$\begin{cases} |x - y| + (x - y) \\ |y - z| + (y - z) \\ |z - x| + (z - x) \end{cases}$$

Từ đó ta có: là các số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Suy ra $|x - y| + (x - y) + |y - z| + (y - z) + |z - x| + (z - x)$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Hay $|x - y| + |y - z| + |z - x|$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Do đó, không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn:

$$|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$$

Dạng 8: Tìm ẩn dựa vào tính chất về dấu

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Lạng Giang, tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)

Cho các số x, y thỏa mãn: $|1 - 2x| + (y - 2)^{2022} \leq 0$. Giá trị của $B = 12x^2y + 3xy^2$ bằng:

A. 10

B. 11

C. 13

D. 12

Lời giải

$$|1 - 2x| + (y - 2)^{2022} \leq 0 \quad (1)$$

Ta có: $|1 - 2x| \geq 0, \forall x; (y - 2)^{2022} \geq 0, \forall y \Rightarrow |1 - 2x| + (y - 2)^{2022} \geq 0, \forall x, y \quad (2)$

(1) (2) $\Rightarrow \begin{cases} |1 - 2x| = 0 \\ (y - 2)^{2022} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2x = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 2 \end{cases}$

Từ đây, đẳng thức xảy ra khi:

Ta có: $x = \frac{1}{2}; y = 2$ vào B ta được: $B = 12x^2y + 3xy^2 = 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot (2)^2 = 12$

Vậy $B = 12$ khi $|1 - 2x| + (y - 2)^{2022} \leq 0$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Sơn Động 2022 - 2023)

Biết (x, y) là cặp số thỏa mãn: $(x - 1)^2 + |3y + 12| \leq 0$. Khi đó $5x - 2y$ bằng:

A. 13

B. -13

C. -3

D. 3

Lời giải

Ta có: $(x - 1)^2 \geq 0$ với mọi x

$|3y + 12| \geq 0$ với mọi y

Suy ra $(x - 1)^2 + |3y + 12| \geq 0$ với mọi x, y

Mà $(x - 1)^2 + |3y + 12| \leq 0$

Do đó $(x - 1)^2 + |3y + 12| = 0$

$\Rightarrow x - 1 = 0$ và $3y + 12 = 0$

Hay $x = 1$ và $y = -4$

Vậy $5x - 2y = 5 \cdot 1 - 2 \cdot (-4) = 13$

Câu 3. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023)

Cho x, y thỏa mãn $(x-2)^4 + (y-1)^{2022} \leq 0$ thì giá trị $19x^2y + 4xy^2$ bằng

A. 80. B. 83. C. 83. D. 85.

Lời giải

Ta có $(x-2)^4 \geq 0, (y-1)^{2022} \geq 0$ với mọi x, y

Nên $(x-2)^4 + (y-1)^{2022} \geq 0$

Mà $(x-2)^4 + (y-1)^{2022} \leq 0$

Suy ra $(x-2)^4 + (y-1)^{2022} = 0$

$\Rightarrow (x-2)^4 = 0$ và $(y-1)^{2022} = 0$

$\Rightarrow x = 2$ và $y = 1$

Khi đó $19x^2y + 4xy^2 = 19.4.1 + 4.2.1 = 84$

Câu 4. (HSG 7 huyện Tân Yên 2022 - 2023)

Biết (x, y) là cặp số thỏa mãn $(-2x-5)^{2022} + |3y+4| \leq 0$. Khi đó $2x+3y$ bằng

A. -1. B. 1. C. 9. D. -9.

Lời giải

Ta có $(-2x-5)^{2022} \geq 0; |3y+4| \geq 0$ với mọi x, y

Nên $(-2x-5)^{2022} + |3y+4| \geq 0$

Mà $(-2x-5)^{2022} + |3y+4| \leq 0$

Suy ra $(-2x-5)^{2022} + |3y+4| = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x-5=0 \\ 3y+4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{2} \\ y=-\frac{4}{3} \end{cases}$$

Khi đó: $2x+3y = 2 \cdot \frac{-5}{2} + 3 \cdot \frac{-4}{3} = -5 - 4 = -9$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, 2017 - 2018)

Tìm x biết: $(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right) > 0$

Lời giải

$$(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right) > 0 \quad \text{suy ra : } x-3 \text{ và } x+\frac{1}{2} \text{ cùng dấu}$$

Từ

$$x-3 < x+\frac{1}{2} \text{ nên ta có:}$$

$$*) \ x-3 \text{ và } x+\frac{1}{2} \text{ cùng dương} \Rightarrow x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

$$*) \ x-3 \text{ và } x+\frac{1}{2} \text{ cùng âm} \Rightarrow x+\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow x < -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } x > 3 \text{ hoặc } x < -\frac{1}{2}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Nga Sơn- 2016 - 2017)

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } (x-2)(x+3) < 0$$

Lời giải

$$\text{Vì } (x-2)(x+3) < 0 \text{ nên } x-2, x+3 \text{ khác dấu}$$

$$\text{mà } x+3 > x-2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2 < 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Rightarrow -3 < x < 2$$

$$\text{Vậy } -3 < x < 2$$

Câu 4. (HSG 7 trường Tam Hưng 2013 - 2014)

$$\text{Tìm } x \in \mathbb{Z} \text{ sao cho: } (x^2-20)(x^2-15)(x^2-10)(x^2-5) < 0$$

Lời giải

$$\text{Do } x^2 \geq 0 \text{ với mọi } x \Rightarrow x^2-20 < x^2-15 < x^2-10 < x^2-5$$

$$\text{Mà } (x^2-20)(x^2-15)(x^2-10)(x^2-5) < 0$$

Nên trong các thừa số (x^2-20) , (x^2-15) , (x^2-10) , (x^2-5) có 1 thừa số âm hoặc có 3 thừa số âm.

+ TH1: trong trong các thừa số (x^2-20) , (x^2-15) , (x^2-10) , (x^2-5) có một số âm

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x^2-20 < 0 \\ x^2-15 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 < 20 \\ x^2 > 15 \end{cases}$$

$$\text{Mà } x \text{ nguyên nên } x^2 = 16 \Rightarrow x^2 - 20x + 16 = 0$$

+ TH2: trong trong các thừa số $(x^2 - 20)$, $(x^2 - 15)$, $(x^2 - 10)$, $(x^2 - 5)$ có ba số âm

Khi đó $\begin{cases} x^2 - 10 < 0 \\ x^2 - 5 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 < 10 \\ x^2 > 5 \end{cases}$

Mà x nguyên nên $x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$

Vậy $x \in \{3; -3; 4; -4\}$.

Câu 5. (HSG 7 huyện Thanh Oai 2014 - 2015)

Tìm x , biết: $\left| \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x \right| > \frac{2}{5}$

Lời giải

$$\left| \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x \right| > \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x > \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x < -\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{2}{5} \\ x > 2 \end{cases}$$

Vậy $x < \frac{2}{5}$ hoặc $x > 2$

Câu 6. (HSG 7 huyện Bồ Lý; Hồng Đà, Tam Nông 2015 - 2016)

Tìm x để biểu thức sau nhận giá trị dương: $x^2 + 2014x$

Lời giải

Ta có: $x^2 + 2014x = x(x + 2014) > 0$

Nên x và $x + 2014$ trái dấu nhau

Mà $x < x + 2014$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2014 > 0 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2014 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow -2014 < x < 0$$

Vậy $-2014 < x < 0$.

Câu 7. (HSG 7 thị xã Hoàng Mai 2022 - 2023)

Tìm x, y biết: $(2x - 6)^{2024} + |3y - 9| \leq 0$

Lời giải

Ta có $(2x - 6)^{2024} \geq 0$ với mọi x ; $|3y - 9| \geq 0$ với mọi y .

Do đó $(2x - 6)^{2024} + |3y - 9| \geq 0$, với mọi x, y .

Mà $(2x - 6)^{2024} + |3y - 9| \leq 0$ nên suy ra $(2x - 6)^{2024} + |3y - 9| = 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 6 = 0 \\ 3y - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy $x = 3$ và $y = 3$.

Câu 8. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)

Tìm x, y biết: $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + |2y - 6| \leq 0$.

Lời giải

Vì $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 \geq 0$ với mọi x ; $|2y - 6| \geq 0$ với mọi y .

Do đó: $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + |2y - 6| \geq 0$ với mọi x, y .

Khi đó, theo đề bài thì: $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + |2y - 6| \leq 0 \Rightarrow \left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + |2y - 6| = 0$.

Vì vậy: $\begin{cases} 3x - \frac{1}{6} = 0 \\ 2y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{18} \\ y = 3 \end{cases}$.

Vậy $x = \frac{1}{18}$, $y = 3$.

Câu 9. (HSG 7 trường Đáp Cầu 2018 – 2019)

Tìm x, y biết: $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \leq 0$.

Lời giải

Vì $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 \geq 0$ với mọi x ; $|3y + 12| \geq 0$ với mọi y , do đó:

$\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \geq 0$ với mọi x, y .

Theo đề bài thì $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \leq 0$. Từ đó suy ra: $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| = 0$.

Khi đó $2x - \frac{1}{6} = 0$ và $3y + 12 = 0$.

Suy ra $x = \frac{1}{12}$ và $y = -4$.

Vậy $x = \frac{1}{12}$; $y = -4$.

Câu 10. (HSG 7 trường Hoàng Hóa, 2017 -2018)

Tìm x, y biết rằng: $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} (2x - 5)^{2012} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2014} \geq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \geq 0 \end{cases}$$

Mà $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x - 5)^{2012} = 0 \\ (3y + 4)^{2014} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\frac{1}{2} \\ y = -1\frac{1}{3} \end{cases}$$

Câu 11. (HSG 7 huyện Mường Lát, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)

Tìm số x, y biết: $(2022 - x)^2 + |y - 2023|^{2023} \leq 0$

Lời giải

$$(2022 - x)^2 + |y - 2023|^{2023} \leq 0 \quad (1)$$

Ta có:
$$\begin{cases} (2022 - x)^2 \geq 0 \quad \forall x \\ |y - 2023|^{2023} \geq 0 \quad \forall y \end{cases}$$

Nên $(2022 - x)^2 + |y - 2023|^{2023} \geq 0 \quad \forall x, y \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $(2022 - x)^2 + |y - 2023|^{2023} = 0$, đạt được khi:

$$\begin{cases} (2022 - x)^2 = 0 \\ |y - 2023|^{2023} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2022 - x = 0 \\ y - 2023 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2022 \\ y = 2023 \end{cases}$$

Vậy $x = 2022$ và $y = 2023$.

Câu 12. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa, 2017 - 2018)

Tìm x, y biết rằng: $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} (2x - 5)^{2012} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2014} \geq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \geq 0 \end{cases}$$

Mà $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$

Suy ra $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} = 0$

Suy ra $(2x - 5)^{2012} = 0$ và $(3y + 4)^{2014} = 0$

$$x = 2\frac{1}{2} \quad y = -1\frac{1}{3}$$

và

Câu 13. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2015 - 2016)

Tìm tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $(2x - y + 7)^{2012} + |x - 3|^{2013} \leq 0$

Lời giải

Ta có 2012 là số tự nhiên chẵn $\Rightarrow (2x - y + 7)^{2012} \geq 0$

Và $|x - 3| \geq 0 \Rightarrow |x - 3|^{2013} \geq 0$

Do đó, từ $(2x - y + 7)^{2012} + |x - 3|^{2013} \leq 0$ suy ra: $(2x - y + 7)^{2012} = 0$ và $|x - 3|^{2013} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - y + 7 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 13 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (3; 13)$

Câu 14. (HSG 7 huyện Yên Phong 2022 - 2023)

Tìm giá trị của biểu thức $P = 28a^2b - 9ab^2$ với $a; b$ thỏa mãn $(a - 3)^2 + (3b + 1)^{100} \leq 0$

Lời giải

Do $(a - 3)^2 \geq 0$ với mọi a và $(3b + 1)^{100} \geq 0$ với mọi b nên

$$(a - 3)^2 + (3b + 1)^{100} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} (a - 3)^2 = 0 \\ (3b + 1)^{100} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 3 = 0 \\ 3b + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$P = 28a^2b - 9ab^2 = ab(28a - 9b) = 3 \cdot \frac{-1}{3} \left(28 \cdot 3 - 9 \cdot \frac{-1}{3} \right) = -87$$

Khi đó

Vậy $P = -87$

Câu 15. (HSG 7 huyện Lập Thạch, Vĩnh Phúc 2022 - 2023)

Cho các số $x; y$ thỏa mãn $|2x - 1| + (y - 2)^{2022} \leq 0$

Tính giá trị của biểu thức $B = 12x^2y + 3xy^2$

Lời giải

Ta có $|2x - 1| + (y - 2)^{2022} \leq 0$

Vì $|2x - 1| \geq 0$; $(y - 2)^{2022} \geq 0 \Rightarrow |2x - 1| + (y - 2)^{2022} \geq 0$

Do đó: $|2x - 1| + (y - 2)^{2022} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} |2x - 1| = 0 \\ (y - 2)^{2022} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,5 \\ y = 2 \end{cases}$$

Thay $x=0,5$; $y=2$ ta có $B=12.0,5^2.2+3.0,5.2^2=6+6=12$

Vậy giá trị của biểu thức $B=12$ tại x ; y thỏa mãn $|2x-1|+(y-2)^{2022} \leq 0$.

Câu 16. (HSG 7 huyện Ứng Hòa 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức $B=21x^2y+xy^2$ với x ; y thỏa mãn: $(x-2)^2+(2y-1)^{2024} \leq 0$

Lời giải

Ta có: $(x-2)^2+(2y-1)^{2024} \leq 0$

Vì $(x-2)^2 \geq 0$; $(2y-1)^{2024} \geq 0 \Rightarrow (x-2)^2+(2y-1)^{2024} \geq 0$

Do đó: $(x-2)^2+(2y-1)^{2024} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ 2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$B=21 \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{85}{2}$$

Thay vào biểu thức ta được

Câu 17. (HSG 7 trường Nguyễn Chí, 2017 -2018)

Tìm đa thức M biết rằng: $M+(5x^2-2xy)=6x^2+9xy-y^2$. Tính giá trị của M khi x , y

thỏa mãn $(2x-5)^{2018}+(3y+4)^{2020} \leq 0$

Lời giải

$$M+(5x^2-2xy)=6x^2+9xy-y^2$$

$$\Rightarrow M=6x^2+9xy-y^2-(5x^2-2xy)$$

$$\Rightarrow M=6x^2+9xy-y^2-5x^2+2xy=x^2+11xy-y^2$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (2x-5)^{2018} \geq 0 \\ (3y+4)^{2020} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x-5)^{2018}+(3y+4)^{2020} \geq 0$$

$$\text{Mà } (2x-5)^{2018}+(3y+4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2018}+(3y+4)^{2020} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2018} = 0 \\ (3y+4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

thay vào ta được:

Câu 18. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Văn Lang 2022 - 2023)

Cho các số x, y thỏa mãn $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \leq 0$

Tính giá trị của biểu thức $M = 402x^2y + 284xy^2$

Lời giải

Vì $(x-3)^4 \geq 0$; $(2y-1)^{2020} \geq 0$ với mọi x, y nên

$(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \geq 0$ với mọi x, y .

Mà theo đề bài: $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \leq 0$

Suy ra $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} = 0$

Hay: $(x-3)^4 = 0$ và $(2y-1)^{2020} = 0$

$x = 3, y = \frac{1}{2}$
suy ra

Khi đó tính được: $M = 2022$

Câu 19. (HSG 7 thành phố Lào Cai 2022 - 2023)

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $(x-y)^{2022} + (x-2)^{2024} \leq 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $M = 5x^2y - 3xy^2$ là

Lời giải

Ta có: $(x-y)^{2022} \geq 0$ với mọi x, y

$(x-2)^{2024} \geq 0$ với mọi x

Nên $(x-y)^{2022} + (x-2)^{2024} \geq 0$ với mọi x, y

Mà $(x-y)^{2022} + (x-2)^{2024} \leq 0$

Suy ra $(x-y)^{2022} + (x-2)^{2024} = 0$

$\Rightarrow x-2=0$ và $x-y=0$

Hay $x=y=2$

Vậy giá trị của biểu thức $M = 5x^2y - 3xy^2$ là $M = 5.2^2.2 - 3.2.2^2 = 40 - 24 = 16$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>