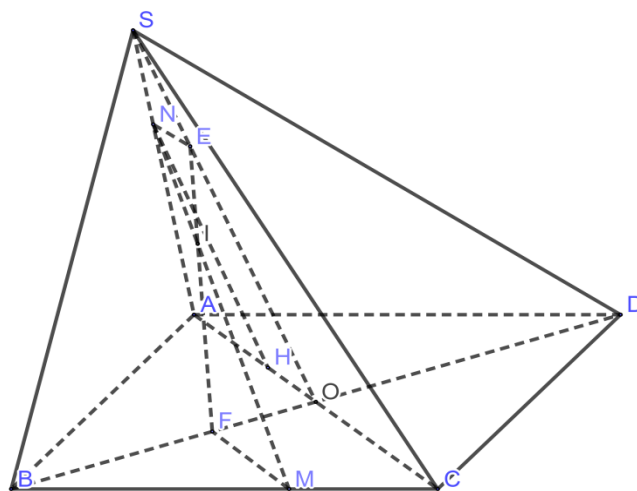
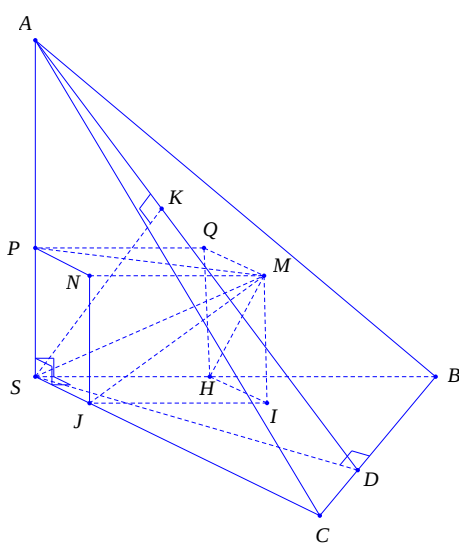


Câu	Nội dung	Điểm
1.a (4 đ)	Ta có: $\cos 2x + 7 \cos x - \sqrt{3}(\sin 2x - 7 \sin x) = 8 \Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x + 7(\cos x + \sqrt{3} \sin x) - 8 = 0$	1,0
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 7 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow -2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 7 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 3 = 0$	1.0
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 3(VN) \end{cases}$	0.5
	Ta có: $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	1.0
	Vì $x \in [-2\pi; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{-2\pi; -\frac{4\pi}{3}; 0; \frac{2\pi}{3}; 2\pi\right\}$	0.5
1.b (3 đ)	ĐK: $x + y > 0$. Ta có	
	(1) $\Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 + \frac{2xy}{x+y} - 2xy = 1 \Leftrightarrow (x+y)^2 - 1 - 2xy \cdot \frac{x+y-1}{x+y} = 0$	1.0
	$\Leftrightarrow (x+y-1)\left(x+y+1-\frac{2xy}{x+y}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-y & (3) \\ \frac{x^2+y^2+x+y}{x+y} = 0 & (4) \end{cases}$	1.0
	Từ (3) và (2) ta có $y^2 - 3y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=0; x=1 \\ y=3; x=-2 \end{cases}$ - Vì $x+y > 0$ nên (4) không thỏa mãn. Vậy hệ có hai nghiệm (1;0) và (-2;3).	1.0
2.a (2 đ)	a) Gọi A là biến cố: “Chọn hai tam giác trong số các tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh trong 18 đỉnh”. Giả sử đa giác đều đã cho nội tiếp đường tròn (C). Vì tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh	

	trong 18 đỉnh của đa giác đều nên tam giác vuông đó có cạnh huyền là đường chéo của đường tròn (C).	0.5
	Suy ra số tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh trong 18 đỉnh của đa giác đều là: $9.16=144 \Rightarrow n(\Omega) = C_{144}^2$	0.5
	Vì hai tam giác vuông bất kì trong 144 tam giác vuông luôn có cạnh huyền bằng nhau nên hai tam giác này có cùng chu vi khi và chỉ khi chúng là hai tam giác bằng nhau. Trong 144 tam giác vuông này chia đều thành 4 nhóm tam giác bằng nhau có chu vi của mỗi tam giác ở hai nhóm khác nhau là khác nhau $\Rightarrow n(A) = 4C_{36}^2$	0.5
	$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{35}{143}$	0.5
2.b (2 đ)	$y = \frac{x^3}{3} + (m^2 + 2022m - 1)\frac{x^2}{2} - 2023m$ $y' = x^2 + (m^2 + 2022m - 1)x$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2022) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; -2022)$	0.5
	$\Leftrightarrow x^2 + (m^2 + 2022m - 1)x \geq 0, \forall x \in (-\infty; -2022)$ $\Leftrightarrow x \leq -m^2 - 2022m + 1, \forall x \in (-\infty; -2022)$	0.5
	$\Leftrightarrow -m^2 - 2022m + 1 \geq -2022$ $\Leftrightarrow -2023 \leq m \leq 1$	0.5
	Tổng các giá trị của m là $S = -2023 - 2022 - 2021 - \dots + 0 + 1 = 2025 \cdot \frac{1 - 2023}{2} = -2047275$.	0.5
3 (1,5đ)	Do a, b, c là độ dài của ba cạnh một tam giác nên $a + b - c > 0, b + c - a > 0, c + a - b > 0$. Áp dụng BĐT Côsi cho 3 số ta có $\frac{(a+b-c)^3}{2c} + \frac{c}{2} + \frac{1}{2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{(a+b-c)^3}{2c} \cdot \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3}{2}(a+b-c)$	0.5
	Tương tự ta cũng có: $\frac{(b+c-a)^3}{2a} + \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \geq \frac{3}{2}(b+c-a); \frac{(c+a-b)^3}{2b} + \frac{b}{2} + \frac{1}{2} \geq \frac{3}{2}(c+a-b)$	0.25
	Cộng ba bất đẳng thức trên ta được $Q + \frac{a+b+c}{2} + \frac{3}{2} \geq \frac{3}{2}(a+b+c)$.	0.5

	Do $a+b+c=3$ nên $Q+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\geq\frac{3}{2}.3\Leftrightarrow Q\geq\frac{3}{2}$	
	Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=1$. Vậy Q nhỏ nhất bằng $\frac{3}{2}$ khi $a=b=c=1$.	0.25
4 (6 đ)	Gọi H là hình chiếu của N lên mặt phẳng (ABCD) $\frac{V_{S.MND}}{V_{A.MND}} = \frac{NS}{NA} = \frac{1}{2}$ Ta có $\Rightarrow V_{S.MND} = \frac{1}{2}V_{A.MND} = \frac{1}{2}V_{N.AMD}$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot NH \cdot S_{\triangle AMD}$	0.5
	Ta có $NH//SO \Rightarrow \frac{NH}{SO} = \frac{AN}{AS} = \frac{2}{3} \Rightarrow NH = \frac{2}{3}SO$ Mặt khác $\triangle BAC$ là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow BO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Do đó ta có $SO^2 = SB^2 - BO^2 = \frac{33a^2}{4} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{33}}{2} \Rightarrow NH = \frac{a\sqrt{33}}{3}$	1.0
	Ta có $\begin{aligned} S_{\triangle AMD} &= S_{ABCD} - S_{\triangle ABM} - S_{\triangle DCM} \\ &= S_{ABCD} - \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} \\ &\quad - \frac{1}{3}S_{\triangle BCD} \\ &= S_{ABCD} - \frac{1}{3}S_{ABCD} \\ &\quad - \frac{1}{6}S_{ABCD} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \\ &= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$	1,0
	Do đó $V_{S.MND} = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}$	0.5



	b) ta có $AC \perp BD; AC \perp SO \Rightarrow AC \perp (SBD)$ $MF \parallel AC, F \in BD; NE \parallel AC, E \in SO \Rightarrow$ EF là hình chiếu MN lên (SBD), gọi I là giao điểm của EF và MN suy ra φ là góc $\widehat{FIM}$ $MN \parallel NE \Rightarrow \frac{IF}{IE} = 2, EO = \frac{a\sqrt{33}}{3}, FO = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ Vì $EF^2 = EO^2 + OF^2 = \frac{15a^2}{4} \Rightarrow EF = \frac{a\sqrt{15}}{2}, IF = \frac{a\sqrt{15}}{3}, MF = \frac{a}{3}$ $\tan \varphi = \frac{MF}{IF} = \frac{1}{\sqrt{15}} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{15}}{4}$	1,0 1,0 1.0
5. (1,5đ)	Dựng hình hộp chữ nhật $MNPQ.IJSH$ như hình vẽ $\Rightarrow SP \perp (MNPQ) \Rightarrow SP \perp MP \Rightarrow MP = d_1$ Tương tự ta có $MH = d_2; MJ = d_3$ Trong hình chữ nhật $MNPQ$ có: $d_1^2 = MP^2 = MN^2 + MQ^2$ Tương tự: $d_2^2 = MQ^2 + MI^2; d_3^2 = MN^2 + MI^2$ Ta có: $SM^2 = MP^2 + SP^2 = MQ^2 + MN^2 + MI^2$ $\Rightarrow d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 = 2SM^2 \quad (1)$ Dựng $SD \perp BC, SK \perp AD \Rightarrow SK \perp (ABC) \Rightarrow SK \leq SM$ (2) Trong tam giác ASD có $\frac{1}{SK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SD^2}$ Trong tam giác SBC có $\frac{1}{SD^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$ Từ đó suy ra $\frac{1}{SK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ $\Rightarrow SK^2 = \frac{(abc)^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2} \quad (3)$ Từ (1), (2), (3) suy ra : $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 \geq \frac{2(abc)^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$ (đpcm).	 0.25 0.25 0.5 0.5

Ghi chú: Học sinh giải cách khác, nếu đúng thì cho điểm tối đa.