|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **NGHỆ AN**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9**  **NĂM HỌC 2020-2021**  **MÔN TOÁN – BẢNG B**  **Thời gian : 150 phút (không kể giao đề)** |

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn 
2. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì chia hết cho 6

**Câu 2. (6,5 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu 3. (1,5 điểm)** Cho các số thực dương thỏa mãn điều kiện Chứng minh rằng 

**Câu 4. (6,0 điểm)** Cho tam giác nhọn có lần lượt là chân các đường cao kẻ từ ba đỉnh của tam giác. Gọi là trực tâm tam giác và là trung điểm của   
a) Chứng minh rằng 4 điểm cùng thuộc một đường tròn

b) Đường thẳng đi qua song song với cắt tại M. Trên tia lấy điểm sao cho Chứng minh rằng là phân giác của 

**Câu 5. (3,0 điểm)**

1. Cho hình thoi có Gọi lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp của các tam giác Chứng minh rằng 
2. Cho đa giác đều có 2021 đỉnh, sao cho mỗi đỉnh của đa giác đó chỉ được tô bằng một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh rằng tồn tại 3 đỉnh của đa giác đã cho là các đỉnh của một tam giác cân mà các đỉnh đó được tô cùng một màu

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Ta có : 



Do 17 là số nguyên tố nên ta có các trường hợp sau :



Vậy các cặp số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán là :



1. Ta có : 

**Câu 2.**

1. Điều kiện 

Phương trình đã cho tương đương với 



Vậy 

1. Ta có : có dạng , thay vào pt (2)



**Câu 3.**

Ta có : . Suy ra



Từ (1) và (2) ta có :



**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh rằng điểm cùng thuộc một đường tròn**

Do EK là trung tuyến của tam giác vuông 



Do tứ giác nội tiếp 

Do tứ giác nội tiếp 

Do tứ giác nội tiếp 

Từ đó suy ra 

Từ tứ giác nội tiếp hay 4 điểm cùng thuộc một đường tròn.

1. **Chứng minh là phân giác của **

Gọi N là giao điểm của và DE.

Do 

Do là tứ giác nội tiếp 

Theo bài ra, , nên từ (4), (5)

là tứ giác nôi tiếp 

Lại có 



Từ (6) và (7) suy ra là phân giác 

**Câu 5.**

****

1. Gọi M là trung điểm của AB. Đường trung trực của AB cắt các đường lần lượt tại I, J. Khi đó lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác và 

Dễ thấy 





Đa giác đã cho là đa giác đều nên đa giác đó nội tiếp đường tròn tâm O. Do 2021 là số lẻ nên tồn tại 2 đỉnh kề nhau tô cùng màu. Giả sử hai đỉnh đó là và cùng tô màu đỏ

Cũng do đa giác đã cho đều và có số đinh lẻ nên tồn tại đỉnh M của đa giác nằm trên đường trung trực đoạn cân. Ta xét 2 khả năng xảy ra :

+) Khả năng 1: Nếu M tô màu đỏ

+)Khả năng 2: nếu M tô màu xanh

Gọi là các đỉnh kề của A và B, có :

cân tại M.Khi đó,

* Nếu màu xanh cân và thỏa mãn bài toán
* Nếu một trong hai đỉnh E, màu đỏ, giả sử màu đỏ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy luôn tồn tại 3 đỉnh của đa giác đều đã cho lập nên một tam giác cân có các đỉnh cùng màu.