

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. (7,0 điểm).

a. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x + 7\cos x - \sqrt{3}(\sin 2x - 7\sin x) = 8$ trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$

b. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{2xy}{x+y} = 1 \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y \end{cases}$$

Câu 2. (4,0 điểm).

a. Cho đa giác đều 18 cạnh. Nối tất cả các đỉnh lại với nhau. Chọn hai tam giác trong số các tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh trong 18 đỉnh. Tính xác suất để chọn được hai tam giác có cùng chu vi.

b. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + (m^2 + 2022m - 1)\frac{x^2}{2} - 2023m$, tính tổng các giá trị m nguyên sao cho hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2022)$.

Câu 3. (1,5 điểm). Cho a, b, c là độ dài của ba cạnh một tam giác có chu vi bằng 3. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{(a+b-c)^3}{2c} + \frac{(b+c-a)^3}{2a} + \frac{(c+a-b)^3}{2b}$

Câu 4. (6,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O . Biết SO

vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SB = 3a$ và $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Gọi M và N lần lượt là các điểm

thuộc các cạnh BC và SA sao cho $BM = \frac{2}{3}BC$, $SN = \frac{1}{3}SA$.

a. Tính thể tích hình chóp $S.MND$ theo a .

b. Gọi φ là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) . Tính $\cos\varphi$

Câu 5. (1,5 điểm) Cho tứ diện $SABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA = a, SB = b, SC = c$.

Lấy một điểm M nằm trong tam giác ABC . Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ M đến các

đường thẳng SA, SB, SC . Chứng minh rằng: $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 \geq \frac{2(abc)^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$.

----- Hết -----