UBND TỈNH KON TUM
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 12
NĂM HỌC 2005-2006
Ngày thi: 13/12/2005
Môn: TOÁN – Thời gian: 180 phút (không kể giao đề)

ĐỀ BÀI

Bài 1: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $4x^3 - \sqrt{1-x^2} = 3x$

2) Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình sau đúng với mọi x < 0.

$m.2^x + (m+1)(3-\sqrt{5})^x + (3+\sqrt{5})^x > 0$

Bài 2: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 4 \\ x^2 + y^2 = 128 \end{cases}$

2) Với mọi x thỏa: $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, chứng minh: $2^{\sin x} + 2^{\tan x} > 2^{x+1}$

Bài 3.(2,5 điểm)

Cho hình tứ diện OABC

1) Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc miền trong của hình tứ diện OABC và x_1; x_2; x_3; x_4; lần lượt là khoảng cách từ M đến bốn mặt (ABC), (OBC), (OAC) và (OAB). Gọi h_1; h_2; h_3; h_4 lần lượt là chiều cao của các hình chóp tam giác O.ABC; A.OBC; B.OAC và C.OAB.

Chứng minh tổng $\dfrac{x_1}{h_1} + \dfrac{x_2}{h_2} + \dfrac{x_3}{h_3} + \dfrac{x_4}{h_4}$ là một hằng số.

2) Các tia OA, OB, OC đôi một hợp với nhau một góc 60^0. OA = a. Góc BAC bằng 90^0. Đặt OB+OC = m. (m >0, a > 0). Chứng minh m > 2a. Tính thể tích khối tứ diện OABC theo m và a.

Bài 4.(1,5 điểm)

Cho dãy số $u_0, u_1, u_2, \ldots, u_n$ thỏa các điều kiện sau:

$u_0 = \dfrac{1}{2}$, $\quad u_k = u_{k-1} + \dfrac{1}{n}u_{k-1}^2 \qquad$ (k = 1, 2, 3, …, n)

Chứng minh: $1 - \dfrac{1}{n} < u_n < 1$

Bài 5. (2 điểm)

1) Tìm GTNN của hàm số:

$$y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 + 2} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - \frac{16}{5}x + \frac{32}{5}} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 4x + 10} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{8}{5}}$$

2) Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều nếu

$$(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}).\overrightarrow{CA} + (\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA}).\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AB}).\overrightarrow{BC} = \vec{0}$$

UBND TỈNH KON TUM
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 12
NĂM HỌC 2006-2007
Ngày thi: 08/12/2006
Môn: TOÁN – Thời gian: 180 phút (không kể giao đề)

ĐỀ BÀI

Câu 1.

Giải phương trình: $5+3\sqrt{1-x^2}=8\left[x^6+(1-x^2)^3\right]$

Câu 2.

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn và hai đường chéo vuông góc với nhau tại I; J là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật IBJC.
Chứng minh: IJ vuông góc với AD

Câu 3.

Cho tứ diện ABCD nội tiếp mặt cầu (S). Gọi G là trọng tâm của tứ diện ABCD. Các đường thẳng GA, GB, GC, GD lần lượt cắt mặt cầu (S) tại các điểm thứ hai A’, B’, C’, D’.
Chứng minh: $V_{ABCD} \le V_{A'B'C'D'}$

Câu 4.

Xác định các giá trị m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thỏa: $1\le \ |x|\ \le 3$

$$(x^2-1)\log^2(x^2+1)-m\sqrt{2(x^2-1)}.\log(x^2+1)+m+4=0$$

Câu 5.

Giải bất phương trình:

$$\left(4\cos^2\frac{\pi}{7}-3\right)^x+1\le\left(2\cos\frac{\pi}{7}-\frac{1}{2\cos\frac{\pi}{7}}\right)^x$$

Câu 6.

Cho x, y là hai số thực dương thỏa $x^3+y^3=2$. Chứng minh: $x^2+y^2\le 2$

Câu 7.

Cho hệ phương trình: $\begin{cases}(2m-1)x+2my+5m+8=0\\ x^2+y^2+6x-8y=0\end{cases}$

Xác định m để hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $E=(x_1-y_1)^2+(x_2-y_2)^2$ đạt giá trị lớn nhất.

UBND TỈNH KON TUM	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 12**
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**NĂM HỌC 2007-2008**
	Ngày thi: 14/11/2007
	Môn: TOÁN – Thời gian: 180 phút (không kể giao đề)

ĐỀ BÀI

Câu 1 (3.0 điểm)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{x^2}{(y+1)^2} + \dfrac{y^2}{(x+1)^2} = \dfrac{1}{2} \\ 3xy = x + y + 1 \end{cases}$

Câu 2 (3.0 điểm)

Cho A, B, C là ba góc của một tam giác, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{1}{8}(3 + \cos 2A)(3 + \cos 2C)(3 + \cos 2C)$$

Câu 3 (3.0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn, H là trực tâm của tam giác đó. Gọi D là trung điểm của cạnh BC. Các đường tròng đường kính BC và AD cắt nhau tại E và F. Chứng minh ba điểm E, H, F thẳng hàng.

Câu 4 (3.0 điểm)

Cho phương trình: $\dfrac{3x^2 - 1}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2x-1} + ax$ (a là tham số). Tìm a để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Câu 5 (3.0 điểm)

Giả sử đa thức: p(x) = $x^5 + x^2 + 1$ có năm nghiệm phân biệt r_1, r_2, …, r_5. Đặt: q(x) = $x^2 - 2$. Hãy tính tích: $q(r_1).q(r_2)\ldots q(r_5)$.

Câu 6 (3.0 điểm)

Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + 2b^2 = 1$.

Chứng minh $\dfrac{a}{b^2} + \dfrac{4b}{a^2 + b^2} \geq 3\sqrt{3}$

Câu 7 (2.0 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính BD, AB > BC. M là một điểm bất kỳ trên đường thẳng BD. Chứng minh: $\dfrac{DA}{DC} \leq \dfrac{MA}{MC} \leq \dfrac{BA}{BC}$

UBND TỈNH KON TUM
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 12
NĂM HỌC 2008-2009
Ngày thi: 25/11/2008
Môn: TOÁN – Thời gian: 180 phút (không kể giao đề)

ĐỀ BÀI

Câu 1 (3.0 điểm)

Tìm các cặp số x, y với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right), y \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \tan x - \tan y = y - x \\ 2x^3 = 1 + \sqrt[3]{\frac{y+1}{2}} \end{cases}$$

Câu 2 (3.0 điểm)

Tìm số k bé nhất để bất phương trình sau luôn luôn đúng

$$2\sqrt{x^2 - x^4} + (1-k)(|x| + \sqrt{1-x^2}) + 2 - k \le 0$$

Câu 3 (3.0 điểm)

Tồn tại hay không đa thức P(x) với các hệ số nguyên thỏa P(25) = 1945 và P(11)=2008.

Câu 4 (3.0 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn (O). Đường thẳng qua C cắt các tia đối của tia BA, Da lần lượt tại M, N. Chứng minh:

$$\frac{4S_{BCD}}{S_{AMN}} \le \left(\frac{BD}{AC}\right)^2$$

Câu 5 (3.0 điểm)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi công thức

$$\begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n^2 - 7u_n + 25) \end{cases} \qquad (n \ge 1)$$

Đặt $v_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{u_k - 2}$ với n = 1, 2, 3, …

Tính $\lim_{n \to +\infty} v_n$

Câu 6 (3.0 điểm)

Giả sử phương trình $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ có nghiệm.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P = $a^2 + b^2$

Câu 7 (2.0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$$2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$$