

Họ và tên thí sinh:.....
 Số báo danh:.....

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. - 2. C. 3. D. - 1.

Câu 2: Tìm $\int (-2x^2 - 4x - 5)dx$.

- A. $-\frac{2x^3}{3} - 2x^2 - 5x + C$. B. $-4x - 4 + C$.
 C. $-\frac{2x^3}{3} + 8x^2 - 5x + C$. D. $-\frac{2x^3}{3} - 2x^2 + x + C$.

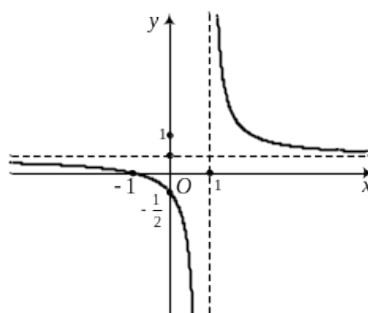
Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5(9 - 4x) = 7$ là.

- A. $x = -\frac{13}{2}$. B. $x = 78116$. C. $x = -19529$. D. $x = -19527$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(6; 2; 3)$ và $Q(-4; -5; 3)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MQ}$.

- A. $(2; -3; 6)$. B. $(-10; -7; 0)$. C. $(-24; -10; 9)$. D. $(10; 7; 0)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình dưới đây. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là



A. $y = -\frac{1}{3}$.

B. $y = 1$.

C. $x = \frac{1}{3}$.

D. $x = -\frac{1}{3}$.

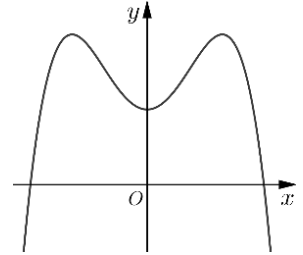
Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y = (3x^2 - 42x + 135)^{7e}$.

A. $D = (5; 9)$.

B. $D = [5; 9]$.

C. $D = (-\infty; 5] \cup [9; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 5) \cup (9; +\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-10}{-4} = \frac{y+6}{-7} = \frac{z-8}{10}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

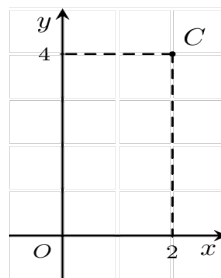
A. $u_4 = (-4; -7; 10)$.

B. $u_1 = (4; 7; -10)$.

C. $u_2 = (-10; 6; -8)$.

D. $u_3 = (10; -6; 8)$.

Câu 9: Điểm C trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?



A. $2 + 4i$.

B. $-2 - 4i$.

C. $2 - 4i$.

D. $-2 + 4i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(-4; -5; 2)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$ có phương trình là

A. $(x+4)^2 + (y+5)^2 + (z-2)^2 = 27$.

B. $(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 = 3\sqrt{3}$.

C. $(x+4)^2 + (y+5)^2 + (z-2)^2 = 108$.

D. $(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 = 27$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

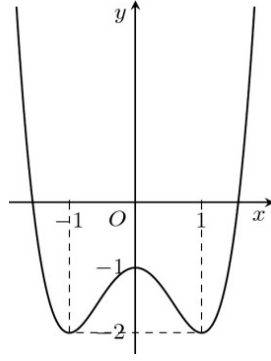
A. $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a^7}\right) = -\frac{1}{21}$.

B. $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a^7}\right) = \frac{1}{21}$.

C. $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a^7}\right) = -21$.

D. $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a^7}\right) = 21$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $8a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $V = \frac{11}{3}a^3$. B. $V = 24a^3$. C. $V = 12a^3$. D. $V = 8a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 250$ là

- A. $S = \left(-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 250\right]$. B. $S = \left(-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 250\right)$.
C. $S = \left[\log_{\frac{1}{2}} 250; +\infty\right)$. D. $S = \left[\log_{\frac{1}{2}} 250; +\infty\right]$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

- A. $y = \log_{\frac{7}{8}} x$. B. $y = \log_{\frac{8}{7}} x$. C. $y = y = 7^x$. D. $y = \log x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) .

- A. $j = (0; 1; 0)$. B. $n = (1; 0; 1)$. C. $i = (1; 0; 0)$. D. $k = (0; 0; 1)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+4)^8, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 18: Cho $\int_1^7 f(x)dx = 7, \int_1^7 g(x)dx = -1$. Tính $\int_1^7 [7f(x) - 6g(x)]dx$.

- A. -48. B. 0. C. 55. D. 43.

Câu 19: Cho tích phân $\int_{-3}^0 f(x)dx = -5$. Tính tích phân $\int_0^{-3} 2f(x)dx$.

- A. -10. B. -3. C. 10. D. 7.

Câu 20: Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $14a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = 28a^3$. B. $V = \frac{28}{3}a^3$. C. $V = \frac{16}{3}a^3$. D. $V = 14a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 3i + 5$ và $z_2 = 5 - 10i$. Số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng
A. $13 + 2i$. B. $55 - 35i$. C. $10 - 7i$. D. $25 - 30i$.

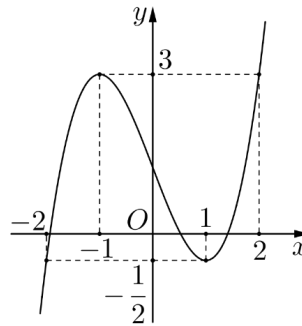
Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r , chiều cao h và độ dài đường sinh $5l$. Gọi S_{tp} là diện tích toàn phần của hình nón. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $S_{tp} = \pi lr + \pi r^2$. B. $S_{tp} = 5\pi hr + \pi r^2$. C. $S_{tp} = \pi lr + 5\pi r^2$. D. $S_{tp} = 5\pi lr + \pi r^2$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn vào một dãy gồm 4 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?
A. 24. B. 4. C. 12. D. 16.

Câu 24: Tìm $\int 4e^{7-3x} dx$.

A. $-12e^{7-3x} + C$. B. $4e^{7-3x} + C$. C. $-\frac{4e^{7-3x}}{3} + C$. D. $-\frac{3}{4}e^{7-3x} + C$.

Câu 25: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ trên đoạn $[-2; 1]$ là



A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 26: Cho hình trụ có bán kính đáy $3r$ và diện tích xung quanh là S . Chiều cao của hình trụ bằng
A. $h = \frac{S}{6\pi r}$. B. $h = \frac{2S}{3\pi r}$. C. $h = \frac{S}{2\pi r}$. D. $h = \frac{S}{2r}$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_9 = -35$ và $u_{12} = -50$. Tìm công sai d .
A. $d = \frac{10}{7}$. B. $d = -15$. C. $d = 5$. D. $d = -5$.

Câu 28: Số phức $z = 2i + 5$ có phần ảo bằng
A. 5. B. -2. C. -5. D. 2.

Câu 29: Cho số phức $z = -9i - 7$, số phức $(2i - 8)\bar{z}$ có số phức liên hợp là
A. $74 + 86i$. B. $38 - 86i$. C. $38 + 86i$. D. $74 - 86i$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=2a$, $BC=a\sqrt{2}$, $SA=a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm SD . Tính $\tan \alpha$ với α góc giữa hai đường thẳng SA và CM .

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA'=2a$. Gọi M là điểm trên cạnh $A'B'$, $\frac{A'M}{3} = \frac{a}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{57}a}{57}$. B. $\frac{2\sqrt{57}a}{57}$. C. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. D. $\frac{\sqrt{57}a}{57}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2024}(x-1)^{2025}(2-x)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 33: Một lớp học có 8 học sinh nam và 11 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ lớp học. Tính xác suất của biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều cùng giới tính".

- A. $\frac{56}{969}$. B. $\frac{13}{57}$. C. $\frac{55}{323}$. D. $\frac{13}{342}$.

Câu 34: Cho tích phân $\int_1^4 f(x)dx = -11$. Tính tích phân $\int_1^4 [-7f(x)+7]dx$.

- A. 84. B. 56. C. 104. D. 98.

Câu 35: Cho hàm số $y=(x+m)^3 - 3(x+m)+1+n$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng 4. Tính $m+n$

- A. $m+n=0$. B. $m+n=2$. C. $m+n=-1$. D. $m+n=1$.

Câu 36: Cho các số thực dương a, b khác 1 thỏa mãn $\log_2 a = \log_b 16$ và $ab=64$. Giá trị của biểu thức

$$\left(\log_2 \frac{a}{b} \right)^2$$

bằng

- A. $\frac{25}{2}$. B. 20. C. 25. D. 32.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(5; -6; -2)$ và đi qua điểm $N(2; -1; -5)$ có phương trình là

- A. $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z+2)^2 = 172$. B. $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z+2)^2 = 43$.
C. $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{43}$. D. $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z-2)^2 = 43$.

$$(d): \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(P): 2x + y + z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt (d) và tạo với (d) một góc 30° là:

- A. $\Delta: \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1+t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1-t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x=0 \\ y=-2+t \\ z=-t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 39: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x \cdot \log_3(81x) + \log_{\sqrt{3}}(x^2) = 0$ bằng

A. 13. B. 17. C. 8. D. 5.

Câu 40: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1+m}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị là đường cong (C) và đường thẳng $d: y = g(x)$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = -1$. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và d bằng 108. Giao điểm thứ hai của đường cong (C) và đường thẳng d có hoành độ $m > 0$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1; 3)$. B. $(7; 9)$. C. $(10; 12)$. D. $(4; 6)$.

Câu 41: Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức $|z - m| = 4$ và $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

A. 0. B. 6. C. 14. D. 12.

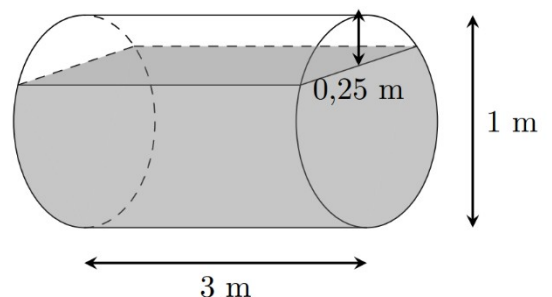
Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Mặt phẳng $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(A'B'C')$ góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = \frac{27a^3}{32}$. C. $V = \frac{3a^3}{32}$. D. $V = \frac{9a^3}{32}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 5; -2)$, $B(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC . Giá trị $M^2 + m^2$ bằng

A. 76. B. 78. C. 74.

Câu 45: Một tép nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3m và đường kính đáy



¹ m. Hiện tại mặt nước trong tép cách phía trên đỉnh của tép ^{0,25} m (xem hình vẽ). Tính thể tích của nước trong tép (kết quả làm tròn tới hàng phần nghìn).

- A. $1,768m^3$. B. $1,167m^3$.
C. $1,895m^3$. D. $1,896m^3$.

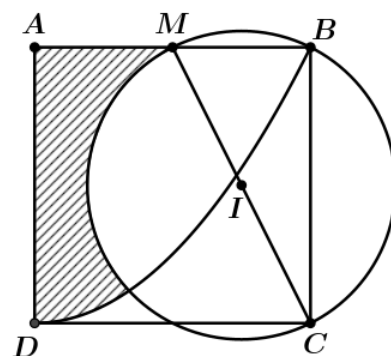
Câu 46: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3)+y(y-3)+xy$ sao

- cho biểu thức $P = \frac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2024x+2025y$ bằng
A. 6073. B. 4043. C. 6065. D. 8085.

Câu 47: Xét hai số phức z, w thỏa mãn $|z+2w|=2$ và $|2z-3w-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2i|+|w+i|$ là

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4. Gọi hai điểm M và I lần lượt là trung điểm của AB và MC . Một parabol có đỉnh là D và đi qua điểm B , đường tròn tâm I đường kính MC như hình vẽ. Thể tích V của vật thể được tạo thành khi quay miền (R) (phần được gạch chéo) quanh trục AD gần giá trị nào nhất sau đây?



- A. 14,5. B. 12,6.
C. 9,7. D. 11,8.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $|f(x^2 - 2x)|$ có ít nhất 9 điểm cực trị?

- A. 8. B. 11. C. 10. D. 9.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$, Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4), B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là (C) có thể tích lớn nhất. Biết phương trình của (α) có dạng $ax+by-z+c=0, (a,b,c \in \mathbb{R})$. Giá trị của $a-b+c$ bằng

- A. -4. B. 0. C. 8. D. 2.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.C	4.B	5.D	6.C	7.D	8.A	9.A	10.A
11.C	12.B	13.B	14.A	15.A	16.A	17.D	18.C	19.C	20.B
21.B	22.D	23.A	24.C	25.C	26.A	27.D	28.D	29.C	30.A
31.A	32.B	33.B	34.D	35.A	36.B	37.B	38.B	39.B	40.D
41.D	42.D	43.D	44.A	45.D	46.A	47.A	48.A	49.A	50.A

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		3		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. - 2. C. 3. D. - 1.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu $x = -2$ và giá trị cực tiểu $y = -1$.

Câu 2: Tìm $\int (-2x^2 - 4x - 5)dx$.

- A. $-\frac{2x^3}{3} - 2x^2 - 5x + C$. B. $-4x - 4 + C$.
C. $-\frac{2x^3}{3} + 8x^2 - 5x + C$. D. $-\frac{2x^3}{3} - 2x^2 + x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int (-2x^2 - 4x - 5)dx = -\frac{2x^3}{3} - 2x^2 - 5x + C$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5(9 - 4x) = 7$ là.

- A. $x = -\frac{13}{2}$. B. $x = 78116$. C. $x = -19529$. D. $x = -19527$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_5(9 - 4x) = 7 \Rightarrow 9 - 4x = 5^7 \Rightarrow x = \frac{78125 - 9}{-4} \Rightarrow x = -19529$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(6; 2; 3)$ và $Q(-4; -5; 3)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MQ}$.

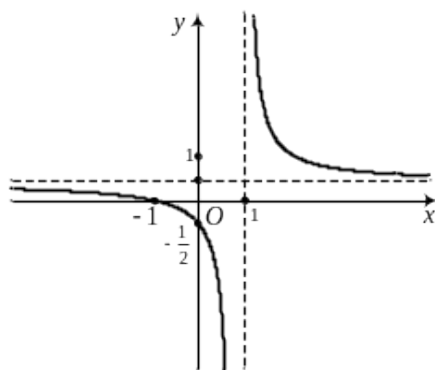
- A. $(2; -3; 6)$. B. $(-10; -7; 0)$. C. $(-24; -10; 9)$. D. $(10; 7; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{MQ} = (-4 - 6; -4 - 2; 3 - 3) = (-10; -7; 0)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là



A. $y = -\frac{1}{3}$.

B. $y = 1$.

C. $x = \frac{1}{3}$.

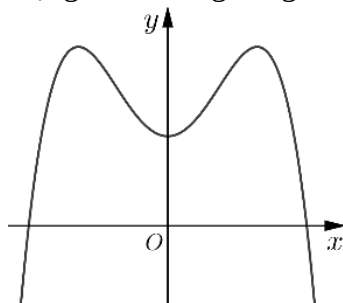
D. $x = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy đây là hàm trùng phương và có hệ số a âm.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y = (3x^2 - 42x + 135)^{7e}$.

A. $D = (5; 9)$.

B. $D = [5; 9]$.

C. $D = (-\infty; 5] \cup [9; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 5) \cup (9; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $3x^2 - 42x + 135 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x > 9 \end{cases}$ hoặc $x > 9$.

Tập xác định: $D = (-\infty; 5) \cup (9; +\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-10}{-4} = \frac{y+6}{-7} = \frac{z-8}{10}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $u_4 = (-4; -7; 10)$.

B. $u_1 = (4; 7; -10)$.

C. $u_2 = (-10; 6; -8)$.

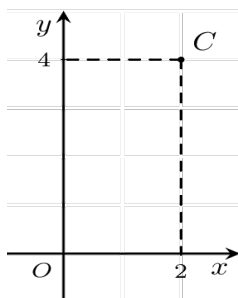
D. $u_3 = (10; -6; 8)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào phương trình ta có $u_4 = (-4; -7; 10)$ là một vectơ chỉ phương của d .

Câu 9: Điểm C trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?



A. $2 + 4i$.

B. $-2 - 4i$.

C. $2 - 4i$.

D. $-2 + 4i$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta có điểm $C(2; 4)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z = 2 + 4i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(-4; -5; 2)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$ có phương trình là

A. $(x + 4)^2 + (y + 5)^2 + (z - 2)^2 = 27$.

B. $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 + (z + 2)^2 = 3\sqrt{3}$.

C. $(x + 4)^2 + (y + 5)^2 + (z - 2)^2 = 108$.

D. $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 + (z + 2)^2 = 27$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có phương trình là: $(x + 4)^2 + (y + 5)^2 + (z - 2)^2 = 27$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{\sqrt[3]{a}} \left(\frac{1}{a^7} \right) = -\frac{1}{21}$.

B. $\log_{\sqrt[3]{a}} \left(\frac{1}{a^7} \right) = \frac{1}{21}$.

C. $\log_{\sqrt[3]{a}} \left(\frac{1}{a^7} \right) = -21$.

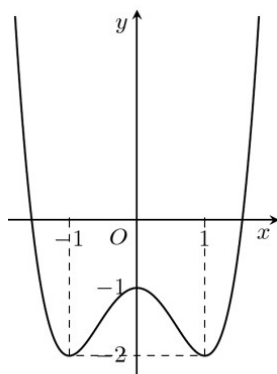
D. $\log_{\sqrt[3]{a}} \left(\frac{1}{a^7} \right) = 21$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\sqrt[3]{a}} \left(\frac{1}{a^7} \right) = \log_{a^{\frac{1}{3}}} a^{-7} = -7.3 \log_a a = -21$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $(0;1)$. C. $(-1;0)$. D. $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(0;1)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $8a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $V = \frac{11}{3}a^3$. B. $V = 24a^3$. C. $V = 12a^3$. D. $V = 8a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng: $V = 3.8 = 24$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 250$ là

- A. $S = \left(-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 250\right]$. B. $S = \left(-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 250\right)$.
C. $S = \left[\log_{\frac{1}{2}} 250; +\infty\right)$. D. $S = \left[\log_{\frac{1}{2}} 250; +\infty\right]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 250 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{2}} 250 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{2}} 250$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

- A. $y = \log_{\frac{7}{8}} x$. B. $y = \log_{\frac{8}{7}} x$. C. $y = y = 7^x$. D. $y = \log x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là $y = \log_{\frac{7}{8}} x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) .

- A. $j = (0;1;0)$. B. $n = (1;0;1)$. C. $i = (1;0;0)$. D. $k = (0;0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $j = (0;1;0)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+4)^8, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-4, x=0$.

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua nghiệm $x=-4$ và đổi dấu khi đi qua nghiệm $x=0$ nên $y=f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 18: Cho $\int_1^7 f(x)dx=7, \int_1^7 g(x)dx=-1$. Tính $\int_1^7 [7f(x)-6g(x)]dx$.

- A. -48. B. 0. C. 55. D. 43.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^7 [7f(x)-6g(x)]dx = 7\int_1^7 f(x)dx - 6\int_1^7 g(x)dx = 7 \cdot 7 - 6 \cdot (-1) = 55$.

Câu 19: Cho tích phân $\int_{-3}^0 f(x)dx = -5$. Tính tích phân $\int_0^{-3} 2f(x)dx$.

- A. -10. B. -3. C. 10. D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^{-3} 2f(x)dx = (-2) \cdot (-5) = 10$.

Câu 20: Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $14a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V=28a^3$. B. $V=\frac{28}{3}a^3$. C. $V=\frac{16}{3}a^3$. D. $V=14a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối chóp đã cho: $V = \frac{1}{3} \cdot 14 \cdot 2 = \frac{28}{3}$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=3i+5$ và $z_2=5-10i$. Số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $13+2i$. B. $55-35i$. C. $10-7i$. D. $25-30i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1 \cdot z_2 = 55 - 35i$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r , chiều cao h và độ dài đường sinh $5l$. Gọi S_{tp} là diện tích toàn phần của hình nón. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $S_{tp} = \pi lr + \pi r^2$. B. $S_{tp} = 5\pi hr + \pi r^2$. C. $S_{tp} = \pi lr + 5\pi r^2$. D. $S_{tp} = 5\pi lr + \pi r^2$.

Lời giải

Chọn D

Khẳng định $S_{tp} = 5\pi lr + \pi r^2$ là khẳng định đúng.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn vào một dãy gồm 4 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 24.

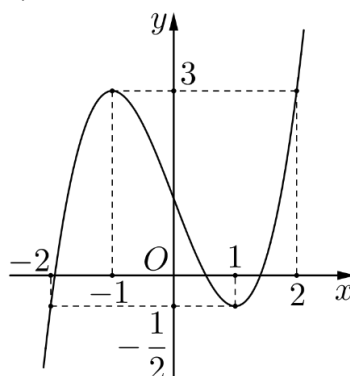
B. 4.

C. 12.

D. 16.

Lời giải**Chọn A**

Mỗi cách chọn là một hoán vị của 4 phần tử.

Số cách chọn là: $4! = 24$.**Câu 24:** Tìm $\int 4e^{7-3x} dx$.A. $-12e^{7-3x} + C$.B. $4e^{7-3x} + C$.C. $-\frac{4e^{7-3x}}{3} + C$.D. $-\frac{3}{4}e^{7-3x} + C$.**Lời giải****Chọn C**Ta có: $\int 4e^{7-3x} dx = -\frac{4e^{7-3x}}{3} + C$ **Câu 25:** Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ trên đoạn $[-2; 1]$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải**Chọn C**Phương trình $2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow 2f(x) = -1 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$.Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ trên đoạn $[-2; 1]$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ trên đoạn $[-2; 1]$.Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ giao với đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt.Vậy phương trình $2f(x) + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.**Câu 26:** Cho hình trụ có bán kính đáy $3r$ và diện tích xung quanh là S . Chiều cao của hình trụ bằngA. $h = \frac{S}{6\pi r}$.B. $h = \frac{2S}{3\pi r}$.C. $h = \frac{S}{2\pi r}$.D. $h = \frac{S}{2r}$.**Lời giải****Chọn A**

Khẳng định $h = \frac{S}{6\pi r}$ là khẳng định đúng.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_9 = -35$ và $u_{12} = -50$. Tìm công sai d .

- A. $d = \frac{10}{7}$. B. $d = -15$. C. $d = 5$. D. $d = -5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_9 = -35 \Rightarrow u_1 + 8d = -35$.

Ta có: $u_{12} = -50 \Rightarrow u_1 + 11d = -50$.

Giải hệ phương trình ta được: $u_1 = 5, d = -5$.

Câu 28: Số phức $z = 2i + 5$ có phần ảo bằng

- A. 5. B. -2. C. -5. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = 2i + 5$ có phần ảo bằng 2.

Câu 29: Cho số phức $z = -9i - 7$, số phức $(2i - 8)\bar{z}$ có số phức liên hợp là

- A. $74 + 86i$. B. $38 - 86i$. C. $38 + 86i$. D. $74 - 86i$.

Lời giải

Chọn C

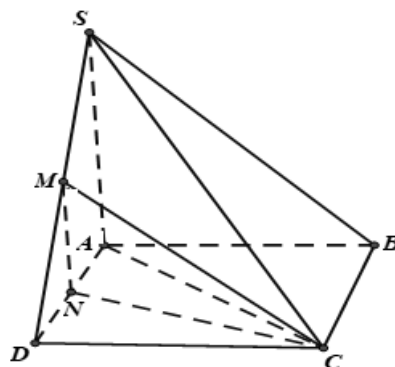
Ta có: $(2i - 8)\bar{z} = (2i - 8)(9i - 7) = 38 - 86i$ có số phức liên hợp là bằng $38 + 86i$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm SD . Tính $\tan \alpha$ với α góc giữa hai đường thẳng SA và CM .

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của AD , khi đó $MN \parallel SA$ nên $(SA, CM) = (MN, CM) = \angle CMN = \alpha$.

Ta có $MN = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$, $CN = \sqrt{DN^2 + CD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (2a)^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

$$\tan \alpha = \frac{NC}{MN} = \frac{\frac{3a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}} = 3\sqrt{2}$$

Tam giác MNC vuông tại N nên ta có

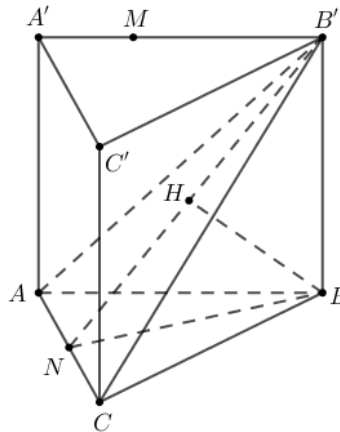
Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi M

là điểm trên cạnh $A'B'$, $A'M = \frac{a}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{57}a}{57}$. B. $\frac{2\sqrt{57}a}{57}$. C. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. D. $\frac{\sqrt{57}a}{57}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $A'M \cap (AB'C) = B'$

Suy ra: $d(M, (AB'C)) = \frac{MB'}{A'B'} \cdot d(A', (AB'C)) = \frac{2}{3} \cdot d(A', (AB'C)) = \frac{2}{3} \cdot d(B, (AB'C))$.

Từ B kẻ $BN \perp AC$ tại N , kẻ $BH \perp B'N$ tại H thì $d(B, (AB'C)) = BH$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $B'BN$ vuông tại B nên $BH = \frac{BB' \cdot BN}{\sqrt{BB'^2 + BN^2}} = \frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Vậy $d(M, (AB'C)) = \frac{2}{3} \cdot d(B, (AB'C)) = \frac{2}{3} BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{57}a}{19} = \frac{4\sqrt{57}a}{57}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^{2024} (x-1)^{2025} (2-x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}$. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 33: Một lớp học có 8 học sinh nam và 11 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ lớp học. Tính xác suất của biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều cùng giới tính".

- A. $\frac{56}{969}$. B. $\frac{13}{57}$. C. $\frac{55}{323}$. D. $\frac{13}{342}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 3 học sinh là: $C_{19}^3 = 969$.

Số cách chọn 3 học sinh từ học sinh nam là: $C_8^3 = 56$.

Số cách chọn 3 học sinh từ học sinh nữ là: $C_{11}^3 = 165$.

Xác suất cần tính là: $P = \frac{56+165}{969} = \frac{13}{57}$.

Câu 34: Cho tích phân $\int_1^4 f(x)dx = -11$. Tính tích phân $\int_1^4 [-7f(x) + 7]dx$.

- A. 84. B. 56. C. 104. D. 98.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^4 [-7f(x) + 7]dx = -7 \int_1^4 f(x)dx + 7(4-1) = (-7)(-11) + 7.3 = 98$.

Câu 35: Cho hàm số $y = (x+m)^3 - 3(x+m) + 1 + n$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng 4. Tính $m+n$.

- A. $m+n=0$. B. $m+n=2$. C. $m+n=-1$. D. $m+n=1$.

Lời giải

Chọn A

Đề phát hành từ website Tailieuchuan.vn - Đăng ký chính chủ đề được bảo hành tài liệu

Ta có: $y' = 3(x+m)^2 - 3 = 3(x+m+1)(x+m-1)$

$y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-m=x_2 \\ x=-1-m=x_1 \end{cases}$

Để hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ thì $x_1 \leq 0 < 2 \leq x_2$ hay

$$\begin{cases} 3.y'(0) \leq 0 \\ 3.y'(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) \leq 0 \\ y'(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 3 \leq 0 \\ 3(2+m)^2 - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 \leq 0 \\ (2+m)^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ -1 \leq 2+m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ -3 \leq m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1 \quad (1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 2 \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Với $m = -1$ thì

$$y(0) = n+3, y(1) = n+1, y(-1) = n-1 \Rightarrow \max_{[-1;1]} y = n+3 = 4 \Rightarrow n = 1 \quad (2)$$

Ta có

$$\text{Từ (1) vào (2)} \Rightarrow m+n=0.$$

Câu 36: Cho các số thực dương a, b khác 1 thỏa mãn $\log_2 a = \log_b 16$ và $ab = 64$. Giá trị của biểu thức

$$\left(\log_2 \frac{a}{b} \right)^2 \text{ bằng}$$

A. $\frac{25}{2}$.

B. 20.

C. 25.

D. 32.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_2 a = \log_b 16 \Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{\log_{16} b} \Leftrightarrow \log_2 a \cdot \log_2 b = 4.$$

$$\text{Theo giả thiết: } ab = 64 \Rightarrow \log_2 ab = \log_2 64 \Rightarrow \log_2 a + \log_2 b = 6.$$

$$\text{Khi đó: } \left(\log_2 \frac{a}{b} \right)^2 = (\log_2 a - \log_2 b)^2 = (\log_2 a + \log_2 b)^2 - 4\log_2 a \cdot \log_2 b = 6^2 - 4 \cdot 4 = 20.$$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(5; -6; -2)$ và đi qua điểm $N(2; -1; -5)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z+2)^2 = 172$.

B. $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z+2)^2 = 43$.

C. $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{43}$.

D. $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z-2)^2 = 43$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } IN = (-3; -1; -3) \Rightarrow \text{mặt cầu } (S) \text{ có bán kính là } IN = \sqrt{43}.$$

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có phương trình là: } (x-5)^2 + (y+6)^2 + (z+2)^2 = 43.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt (d) và tạo với (d) một góc 30° là:

A. $\Delta: \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1+t \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1-t \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x=0 \\ y=-2+t \\ z=-t \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Gọi n_p là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) , u_d là vectơ chỉ phương của đường thẳng d , $u=(a;b;c)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Gọi $M(t;-2+2t;-t)$ là giao điểm của Δ và d , vì Δ nằm trong (P) nên $M \in (P)$ do đó $2t-2+2t-t-1=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1;0;-1)$.

Δ nằm trong (P) nên $n_p \cdot u = 0 \Leftrightarrow 2a+b+c=0 \Leftrightarrow c=-2a-b$.

Ta có $\cos 30^\circ = \frac{|u \cdot u_d|}{|u| \cdot |u_d|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|a+2b-(-2a-b)|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2+(-2a-b)^2}} \Leftrightarrow a=0$.

Chọn $b=1$ ta có $u=(0;1;-1)$ là vectơ chỉ phương của Δ .

Vậy phương đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Câu 39: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x \cdot \log_3(81x) + \log_{\sqrt{3}}(x^2) = 0$ bằng

A. 13. B. 17. C. 8. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_2^2 x - \log_2 x \cdot (\log_3 x + \log_3 81) + \log_{\sqrt{3}}(x^2) = 0$

$\Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x \cdot \log_3 x - 4\log_2 x + 4\log_3 x = 0$

$\Leftrightarrow \log_2 x (\log_2 x - \log_3 x) - 4(\log_2 x - \log_3 x) = 0$

$\Leftrightarrow (\log_2 x - 4)(\log_2 x - \log_3 x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 4 \\ \log_2 x = \log_3 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16 \\ x=1 \end{cases} (tm)$

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình là 17.

Câu 40: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \frac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x - m)^2} = \frac{g(x)}{(x - m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $g(x) \geq 0, \forall x > 1$ và $m \leq 1$ (1)

Vì $\Delta_g' = 2(m+1)^2 \geq 0, \forall m$ nên (1) $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm thỏa $x_1 \leq x_2 \leq 1$

Điều kiện tương đương là $\begin{cases} 2g(1) = 2(m^2 - 6m + 1) \geq 0 \\ \frac{S}{2} = m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 - 2\sqrt{2} \approx 0,2$.

Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Đề phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị là đường cong (C) và đường thẳng $d: y = g(x)$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = -1$. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và d bằng 108. Giao điểm thứ hai của đường cong (C) và đường thẳng d có hoành độ $m > 0$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(1;3)$. B. $(7;9)$. C. $(10;12)$. D. $(4;6)$.

Lời giải

Chọn D

Đường cong (C) cắt đường thẳng d tại hai điểm có hoành độ là $x = -1$ và $x = m$ ($m > 0$) trong đó tại điểm có hoành độ $x = -1$ là điểm tiếp xúc của hai đồ thị.

Do vậy $f(x) - g(x) = (x^3 + ax^2 + bx + c) - (px + q) = (x+1)^2(x-m)$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị bằng 108 nên ta suy ra:

$$S = \int_{-1}^m |f(x) - g(x)| dx = \int_{-1}^m |(x+1)^2(x-m)| dx = - \int_{-1}^m [(x+1)^2(x-m)] dx = \frac{1}{12}(m+1)^4 = 108$$

Do điều kiện $m > 0$ nên suy ra $m = 5$

Vậy giá trị của m thuộc khoảng $(4;6)$.

Câu 42: Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức $|z - m| = 4$ và $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

- A. 0. B. 6. C. 14. D. 12.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $z \neq 6$

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{Z}$)

Ta có $|z - m| = 4 \Leftrightarrow |x - m + yi| = 4 \Leftrightarrow (x - m)^2 + y^2 = 16 \quad (C)$

Lại có $\frac{z}{z - 6} = 1 + \frac{6}{z - 6} = 1 + \frac{6}{x - 6 + yi} = 1 + \frac{6(x - 6 - yi)}{(x - 6)^2 + y^2} = \frac{6(x - 6)}{(x - 6)^2 + y^2} - \frac{6i}{(x - 6)^2 + y^2}$

Khi đó $\frac{z}{z - 6}$ là số thuần ảo khi $1 + \frac{6(x - 6)}{(x - 6)^2 + y^2} = 0$

$$\Leftrightarrow (x - 6)^2 + y^2 + 6(x - 6) = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + y^2 = 9 \quad (C')$$

Như vậy (C) có tâm $I(m; 0)$, bán kính $R = 4$ và (C') có tâm $I'(3; 0)$, bán kính $R' = 3$.

Do đó $II' = (3 - m; 0) \Rightarrow II' = |m - 3|$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (C)$ và (C') tiếp xúc trong hoặc tiếp xúc ngoài

$$\Leftrightarrow \begin{cases} II' = |R - R'| = 1 \\ II' = R + R' = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 3| = 1 \\ |m - 3| = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 2 \\ m = 10 \\ m = -4 \end{cases} \Rightarrow S = 12$$

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Mặt phẳng $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(A'B'C')$ góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{8}$.

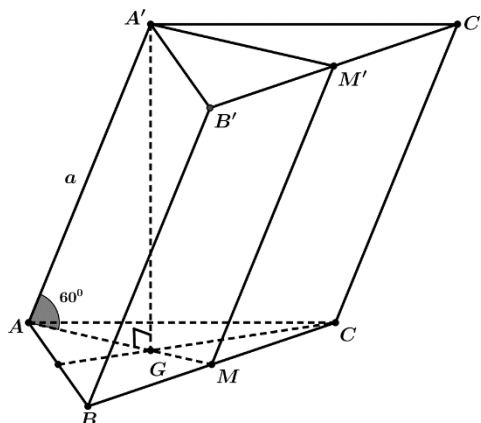
B. $V = \frac{27a^3}{32}$.

C. $V = \frac{3a^3}{32}$.

D. $V = \frac{9a^3}{32}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M , M' lần lượt là trung điểm của BC , $B'C'$ và G là trọng tâm tam giác ABC .

Vì tam giác ABC đều nên $BC \perp AM$. Mà $BC \perp A'G$ nên $BC \perp (AA'MM')$.

Khi đó $((ABC), (BCC'B')) = (AM, MM')$.

Xét hình bình hành $AA'MM'$ có $\angle AAM$ là góc nhọn và bù với góc $\angle AMM'$ nên

$$((ABC), (BCC'B')) = (AM, MM') = 180^\circ - \angle AMM' = \angle AAM = 60^\circ.$$

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G , ta có $A'G = AA' \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AG = AA' \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$,

$$\Rightarrow AM = \frac{3}{2}AG = \frac{3a}{4}.$$

Xét tam giác ABM vuông tại M , ta có $\sin 60^\circ = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AM}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'G = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3}{32}.$$

- Câu 44:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 5; -2)$, $B(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC . Giá trị $M^2 + m^2$ bằng
- A. 76. B. 78. C. 72. D. 74.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 5 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$. Gọi $M(3 - 2t; 5 - t; -2 + 2t)$ là giao điểm của AB và mặt phẳng (P) .

$$M \in (P) \Rightarrow 2(3 - 2t) + (5 - t) - 2(-2 + 2t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{8}{3} \Rightarrow M\left(-\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}\right) \Rightarrow OM = \sqrt{22}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{AM} = \left(-\frac{16}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{16}{3}\right) \\ \vec{BM} = \left(-\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM = 8 \\ BM = 2 \end{cases} \Rightarrow MC^2 = MA \cdot MB = 16 \Leftrightarrow MC = 4$$

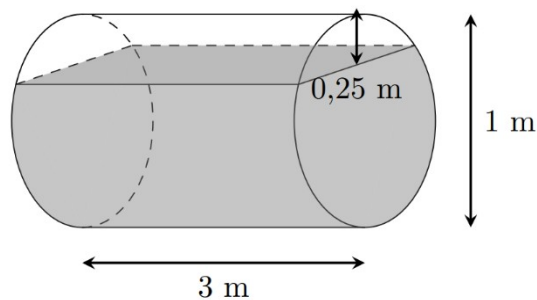
do MC là tiếp tuyến của mặt cầu (S) .

Khi đó tập hợp điểm C là đường tròn giao tuyến (C) nằm trên (P) có tâm là $M\left(-\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}\right)$ và bán kính là 4.

Gọi C' và C'' lần lượt là hai điểm trên đường tròn (C) sao cho OC' và OC'' lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC , khi đó C', M và C'' theo thứ tự thẳng hàng.

$$Do \text{ đó } M^2 + m^2 = OC'^2 + OC''^2 = 2OM^2 + \frac{C'C''^2}{2} = 2 \cdot \sqrt{22}^2 + \frac{8^2}{2} = 76.$$

Câu 45: Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc 0,25 m (xem hình vẽ). Tính thể tích của nước trong téc (kết quả làm tròn tới hàng phần nghìn).



A. $1,768m^3$.

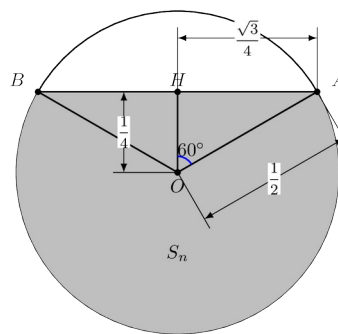
B. $1,167m^3$.

C. $1,895m^3$.

D. $1,896m^3$.

Lời giải

Chọn D



$$V = S_d \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 3 = \frac{3\pi}{4} (m^3)$$

Thể tích của téc khi chứa đầy nước

Xét đường tròn mặt đáy của téc

Phần diện tích nước đang chiếm gọi là S_n , phần không có nước là hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung $\widehat{AB}$

Tính được $sđ\widehat{AOB} = 120^\circ, AB = \frac{\sqrt{3}}{2} (m)$

$$S_n = S_d - (S_{\widehat{AOB}} - S_{AOB}) = S_d - \frac{120}{360} S_d + S_{AOB} = \frac{2}{3} S_d + S_{AOB}$$

$$S_n = \frac{2}{3}\pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48} (m^2)$$

Do téc đặt nằm ngang với mặt đất, do đó, mặt nước vuông góc với hai đáy. Khi đó, tỷ lệ diện tích mặt đáy chính là tỷ lệ thể tích của nước trong téc.

$$\frac{V_n}{V} = \frac{S_n}{S} \Rightarrow V_n = V \cdot \frac{S_n}{S} = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{\frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48}}{\pi \left(\frac{1}{2}\right)^2} \approx 1.896 (m^3)$$

Ta có :

Câu 46: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ sao
cho biểu thức $P = \frac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2024x + 2025y$ bằng
A. 6073. **B.** 4043. **C.** 6065. **D.** 8085.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} (x+y) - \log_{\sqrt{3}} (x^2+y^2+xy+2) = x^2+y^2+xy-3(x+y)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} (x+y) + 3(x+y) + 2 = \log_{\sqrt{3}} (x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} 3(x+y) + 3(x+y) = \log_{\sqrt{3}} (x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2) \quad (1)$$

Xét hàm đặc trưng $f(t) = \log_{\sqrt{3}} t + t$ liên tục và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow f(3(x+y)) = f(x^2+y^2+xy+2) \Leftrightarrow 3(x+y) = x^2+y^2+xy+2$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 + 4xy + 8 - 12x - 12y = 0 \Leftrightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 3(y-1)^2 + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq 2x+y \leq 5 \quad (2)$$

Ta có: $P = \frac{4x+5y-3}{x+2y+1} = 2 + \frac{2x+y-5}{x+2y+1} \leq 2$, (vì $x+2y+1 > 0$ và từ (2) ta có $2x+y-5 \leq 0$).

Suy ra: $P_{\max} = 2$, xảy ra khi $\begin{cases} y-1=0 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

Vậy: $2024x + 2025y = 6073$.

Câu 47: Xét hai số phức z, w thỏa mãn $|z+2w|=2$ và $|2z-3w-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z-2i| + |w+i|$ là

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $a = z - 2i$; $b = w + i$ suy ra $z = a + 2i$; $w = b - i$.

Khi đó $|z + 2w| = 2 \Leftrightarrow |a + 2i + 2(b - i)| = 2 \Leftrightarrow |a + 2b| = 2 \Leftrightarrow |a + 2b|^2 = 4$

$$\Leftrightarrow (a + 2b) \cdot \overline{(a + 2b)} = 4 \Leftrightarrow (a + 2b) \cdot (\bar{a} + 2\bar{b}) = 4$$

$$\Leftrightarrow |a|^2 + 4|b|^2 + 2a\bar{b} + 2\bar{a}b = 4 \Leftrightarrow 3|a|^2 + 12|b|^2 + 6a\bar{b} + 6\bar{a}b = 12 \quad (1)$$

Tương tự: $|2z - 3w - 7i| = 4 \Leftrightarrow |2(a + 2i) - 3(b - i) - 7i| = 4 \Leftrightarrow |2a - 3b| = 4$

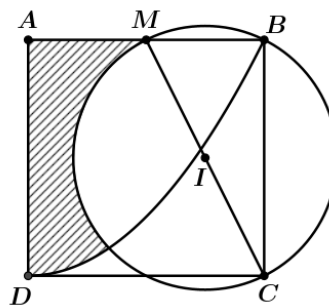
$$\Leftrightarrow |2a - 3b|^2 = 16 \Leftrightarrow 4|a|^2 + 9|b|^2 - 6a\bar{b} - 6\bar{a}b = 16 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $|a|^2 + 3|b|^2 = 4$.

$$\text{Do đó: } P = |a| + |b| = 1 \cdot |a| + \sqrt{3} \cdot |b| \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \leq \sqrt{(|a|^2 + 3|b|^2) \left(1^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right)} = \sqrt{4 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ khi $|a| = \sqrt{3}$; $|b| = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 48: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4. Gọi hai điểm M và I lần lượt là trung điểm của AB và MC . Một parabol có đỉnh là D và đi qua điểm B , đường tròn tâm I đường kính MC như hình vẽ. Thể tích V của vật thể được tạo thành khi quay miền (R) (phần được gạch chéo) quanh trục AD gần **giá trị nào nhất** sau đây?



A. 14,5.

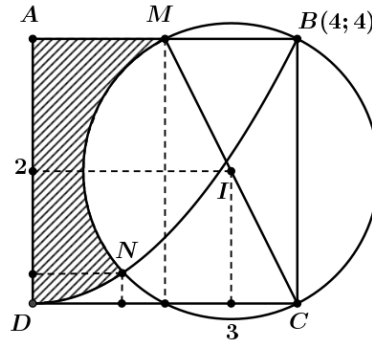
B. 12,6.

C. 9,7.

D. 11,8.

Lời giải

Chọn A



Parabol $y = ax^2$ đi qua $B(4;4)$ nên $4 = 4a^2 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$ suy ra $y = \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{y}$.

Đường tròn có tâm $I(3;2)$ và bán kính $R = IC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ nên $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$

Suy ra $(x-3)^2 = 5 - (y-2)^2 \Leftrightarrow 3-x = \sqrt{5 - (y-2)^2} \Leftrightarrow x = 3 - \sqrt{5 - (y-2)^2}$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường tròn là: $(x-3)^2 + \left(\frac{1}{4}x^2 - 2\right)^2 = 5$

(P) và đường tròn có hai giao điểm là $B(4;4)$ và $N(x_N; y_N) \Rightarrow x_N \approx 1,37 \Rightarrow y_N \approx 0,469225$.

$$V = \pi \cdot \int_0^{0,469225} (2\sqrt{y})^2 dy + \pi \cdot \int_{0,469225}^4 \left(3 - \sqrt{5 - (y-2)^2}\right)^2 dy \approx 14,46$$

Thể tích vật thể cần tính là:

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $|f(x^2 - 2x)|$ có ít nhất 9 điểm cực trị?

A. 8.

B. 11.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u(x) = x^2 - 2x$

Áp dụng công thức: $\text{SDCT}\{|f(u)|\} = \text{SDCT}\{u\} + \text{SNBL}\{u = \alpha\}$

(với $\alpha = \text{SDCT } f(x) + \text{SNBL } f(x) = 0$)

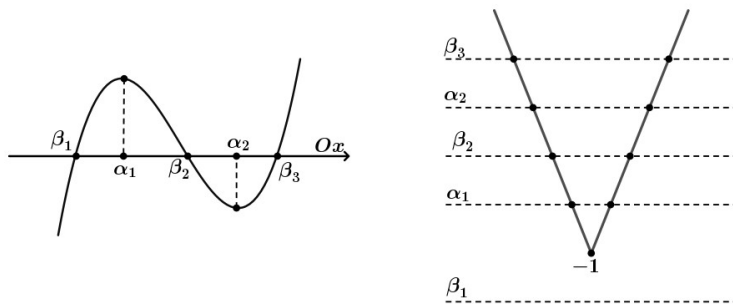
Ta thấy $u(x)$ có một điểm cực trị nên để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $\text{SNBL}\{u = \alpha\}$ phải có

$$\text{SNBL} : \begin{cases} u = \text{SDCT } f(x) \leq 2 \\ u = \text{SNBL } f(x) \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \text{SNBL}\{u = \alpha\} \geq 8$$

ít nhất 8 nghiệm bội lẻ, trong đó

Để $\text{SNBL}\{u = \alpha\} \geq 8$ thì ta suy ra $\begin{cases} \text{SDCT } f(x) = 2 \\ \text{SNBL } f(x) = 3 \end{cases}$

Gọi α_1 và α_2 là các điểm cực trị của hàm số $f(x)$; β_1 ; β_2 và β_3 là các nghiệm của $f(x) = 0$.



Điều kiện để thoả mãn bài toán là $\alpha_2 > \alpha_1 > -1$ hay $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -1 và phương trình $f(x) = 0$ phải có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f'(x) = 3x^2 - 6x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn $-1 \Leftrightarrow -9 < m < 3$ (1)

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3x^2 - x^3}{x - 2} = h(x)$

$$h'(x) = \frac{-2x^3 + 9x^2 - 12x}{(x - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Ta có

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	$-$
$h(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$	$-\infty$

Để hàm số có ba nghiệm phân biệt thì $m < 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -9 < m < 0$ nên có 8 giá trị của m thoả mãn.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 27$, Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0; 0; -4), B(2; 0; 0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là (C) có thể tích lớn nhất. Biết phương trình của (α) có dạng $ax + by - z + c = 0, (a, b, c \in \mathbb{R})$. Giá trị của $a - b + c$ bằng

A. -4 .

B. 0 .

C. 8 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Điểm $A(0; 0; -4) \in (\alpha) \Rightarrow 4 + c = 0 \Rightarrow c = -4$.

Điểm $B(2; 0; 0) \in (\alpha) \Rightarrow 2a + c = 0 \Rightarrow a = -\frac{c}{2} = 2$.

Mặt phẳng (α) có dạng $2x + by - z - 4 = 0$.

Gọi d là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (α) và r là bán kính của đường tròn (C) .

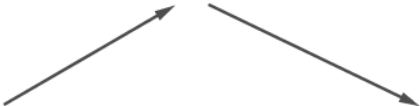
Khi đó khối nón có đỉnh I và đáy là đường tròn (C) có thể tích là:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 d = \frac{1}{3}\pi(R^2 - d^2)d = \frac{1}{3}\pi(27 - d^2)d$$

Đặt $f(d) = (27 - d^2)d = -d^3 + 27d, (0 < d < 3\sqrt{3})$.

Suy ra $f'(d) = -3d^2 + 27$ và $f'(d) = 0 \Leftrightarrow -3d^2 + 27 = 0 \Leftrightarrow d = 3$ (vì $0 < d < 3\sqrt{3}$).

Bảng biến thiên:

d	0	3	$3\sqrt{3}$
$f'(d)$	+	0	-
$f(d)$			

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f(d)$ đạt giá trị lớn nhất khi $d = 3$ hay thể tích khối nón đạt giá trị lớn nhất khi $d = 3 \Leftrightarrow d^2 = 9$.

Mà $d = d(I, (\alpha)) = \frac{|-5 - 2b|}{\sqrt{5 + b^2}}$ nên $\frac{(-5 - 2b)^2}{5 + b^2} = 9 \Leftrightarrow 5b^2 - 20b + 20 = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy $a - b + c = -4$.

-----HẾT-----

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>