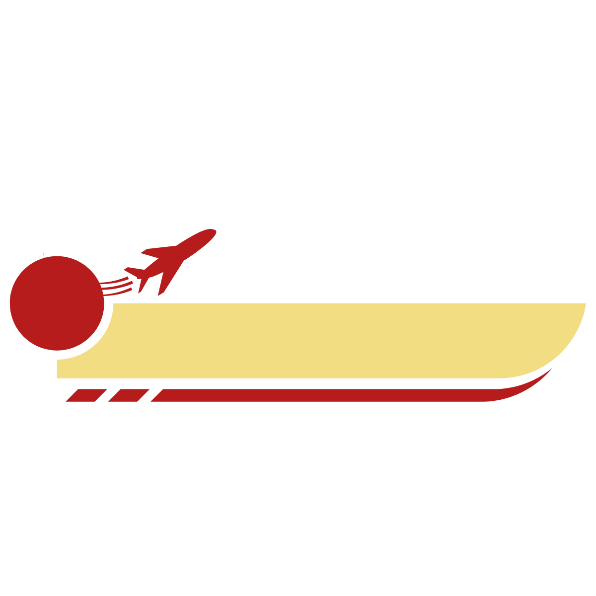
**CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN - BAYES**



**Bài 2.**

**Chương 06**



**A**

**Lý thuyết**

# 1. Công thức xác suất toàn phần

**Định nghĩa:**

Cho hai biến cố  và  với , ta có:





# 2. Công thức Bayes

» Cho hai biến cố  và  với , do



Nên công thức Bayes còn có dạng: 

**Nhận xét**



**Định nghĩa:**

Cho hai biến cố  và  với , ta có:





**KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

**1.** Công thức xác suất toàn phần: 

**2.** Công thức Bayes:

 hoặc 

✓ ***Chú ý 1:*** Các công thúc cần nhớ

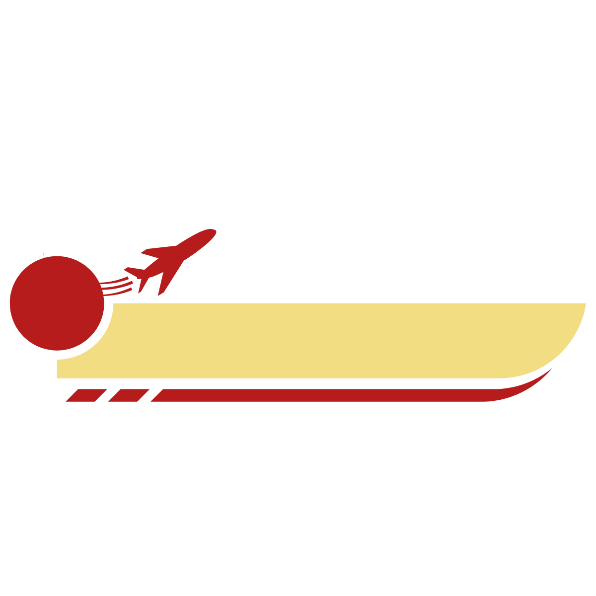
» 

» 

» 

» 

✓ ***Chú ý 2:*** Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm ***nhiều giai đoạn*** có sự ***liên đới nhau*** trong quá trình xảy ra.



**B**

**Các dạng bài tập**

## 🏱 Dạng 1. Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.

» ***Công thức xác suất toàn phần****:* Cho hai biến cố A và B với . Khi đó:



▪***Chú ý:*** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố *B* bất kì.

» ***Công thức Bayes:*** Giả sử *A* và *B* là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn  và . Khi đó



▪***Chú ý:*** Với ,  cũng được gọi là công thức Bayes.

***Phương pháp***



**Ví dụ 1.1.**

Cho hai biến cố  và  với .

**⑴** Viết công thức xác suất toàn phần tính .

**⑵** Với . Tính ?



🖎 ***Lời giải***

**Ví dụ 1.2.**

Cho hai biến cố  và  với . Tính ?



🖎 ***Lời giải***

**Ví dụ 1.3.**

Cho hai biến cố  và , với , , 

**⑴** Tính . **⑵** Tính .



🖎 ***Lời giải***

## 🏱 Dạng 2. Các bài toán liên quan đến công thức xác suất toàn phần.

» ***Công thức xác suất toàn phần****:* Cho hai biến cố A và B với . Khi đó:



▪***Chú ý:*** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố *B* bất kì.

***Phương pháp***



**Ví dụ 2.1.**

Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh nam nữ tại một trường phổ thông H. Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm đó.

gọi  là biến cố *“học sinh được chọn biết chơi ít nhất một nhạc cụ”,*

và  là biến cố *“học sinh được chọn là nam”.*

Biết xác xuất học sinh được chọn là nam bằng 0,6; xác suất học sinh được chọn là nam và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,3; xác suất học sinh được chọn là nữ và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,15. Tính .



🖎 ***Lời giải***

**Ví dụ 2.2.**

Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 53%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X lần lượt là 21% và 17%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Tính xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X.



🖎 ***Lời giải***

## 🏱 Dạng 3. Các bài toán liên quan đến công thức Bayes.

» ***Công thức Bayes:*** Giả sử *A* và *B* là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn  và . Khi đó



▪***Chú ý:*** Với ,  cũng được gọi là công thức Bayes.

***Phương pháp***



**Ví dụ 3.1.**

Một hộp có 4 viên bi, mỗi viên có thể là màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi trắng.



🖎 ***Lời giải***

**Ví dụ 3.2.**

Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?



🖎 ***Lời giải***

**Ví dụ 3.3.**

Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.

**⑴** Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

**⑵** Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.



🖎 ***Lời giải***

**Ví dụ 3.4.**

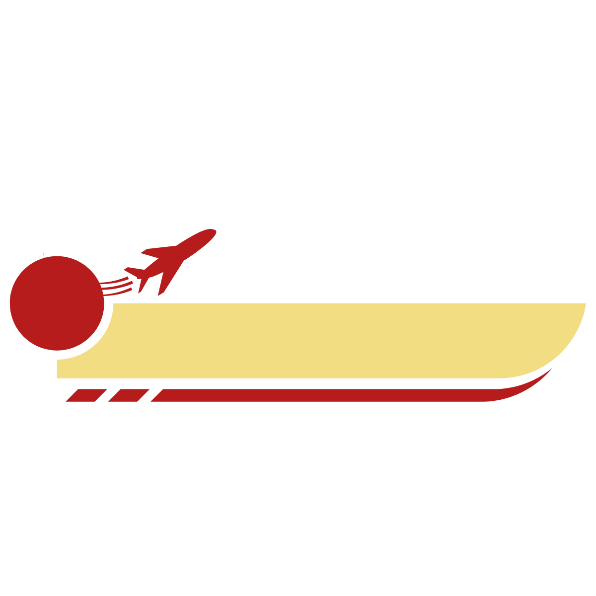
Một trạm chỉ phát hai tín hiệu  và  với xác suất tương ứng 0,85 và 0,15. do có nhiễu trên đường truyền nên  tín hiệu  bị méo và thu được như tín hiệu  còn  tín hiệu  bị méo cà thu được như .

**⑴** Xác suất thu được tín hiệu  là bao nhiêu?

**⑵** Giả sử đã thu được tín hiệu A. Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.



🖎 ***Lời giải***



**C**

**Luyện tập**

***A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm***

1. Cho  là các biến cố của một phép thử  Biết rằng  xác suất của biến cố  được tính theo công thức nào sau đây?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho  là các biến cố của một phép thử  Biết rằng  xác suất của biến cố  được tính theo công thức nào sau đây?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho  là các biến cố của một phép thử  Biết rằng  xác suất của biến cố  với điều kiện biến cố  đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho  là các biến cố của một phép thử  Biết rằng  và  Xác suất của biến cố  với điều kiện biến cố  đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Nếu hai biến cố  thỏa mãn  và  thì  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho hai biến cố  thoả mãn . Khi đó,  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hai biến cố  với  và  Khi đó,  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trơng đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là  và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có  những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có  bóng đèn Led là màu trắng và  bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là  và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là  Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xác suất để khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một hộp bút bi Thiên Long có  chiếc bút trong đó có  chiếc bút mới. Người ta lấy ngẫu nhiên  chiếc bút để sử dụng sau đó trả lại vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên  chiếc bút, tính xác suất cả hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một công ty du lịch bố trí chỗ cho đoàn khách tại ba khách sạn  theo tỉ lệ ; ; . Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là ; ; . Tính xác suất để một khách nghỉ ở phòng điều hòa bị hỏng.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Có  sinh viên thi Xác suất – Thống kê; trong đó có  sinh viên giỏi (trả lời  các câu hỏi),  sinh viên khá (trả lời  các câu hỏi),  sinh viên trung bình (trả lời  các câu hỏi). Gọi ngẫu nhiên một sinh viên vào thi và phát đề có  câu hỏi (được lấy ngẫu nhiên từ câu). Thấy sinh viên này trả lời được cả  câu, tính xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá ? Xác suất gần bằng số nào sau đây

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hộp thứ nhất có  viên bi xanh và  viên vi đỏ. Hộp thứ hai có  viên vi xanh và  viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kịch thức và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên từ hộp thứ hai, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi màu đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi màu đỏ.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là . Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là  và . Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai***

1. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi  là biến cố “Viên bị được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ”,  là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ”

Các khẳng định sau đúng hay sai?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
| **(a)** | Xác suất của biến cố  là . |  |  |
| **(b)** | Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bị đỏ thì khi đó . |  |  |
| **(c)** | Gọi : “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì . |  |  |
| **(d)** | Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là . |  |  |

1. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
| **(a)** | Số viên bi màu đỏ có đánh số là . |  |  |
| **(b)** | Số viên bi màu vàng không đánh số là . |  |  |
| **(c)** | Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là . |  |  |
| **(d)** | Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số . |  |  |

1. Cho 2 lô sản phẩm. Lô **I** có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm lỗi. Lô **II** có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm lỗi. Lấy ngẫu nhiên 1 lô và từ lô này lấy ngầu nhiên ra 1 sản phẩm.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
| **(a)** | Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng |  |  |
| **(b)** | Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng |  |  |
| **(c)** | Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt . Xác suất đế sản phẩm đó của lô thứ **II** bằng |  |  |
| **(d)** | Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm . Xác suất đế sản phẩm đó của lô thứ **I** bằng |  |  |

1. Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
| **(a)** | Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là  cách. |  |  |
| **(b)** | Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là . |  |  |
| **(c)** | Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là |  |  |
| **(d)** | Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là |  |  |

1. Giả sử  email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là  và có  những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
| **(a)** | Xác suất email nhận được một email rác là |  |  |
| **(b)** | Xác suất bị lọc của email rác là |  |  |
| **(c)** | Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là |  |  |
| **(d)** | Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là |  |  |

1. Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
| **(a)** | Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là . |  |  |
| **(b)** | Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là  1 |  |  |
| **(c)** | Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là . |  |  |
| **(d)** | Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là . |  |  |

***C. Câu hỏi – Trả lời ngắn***

1. Cho hai biến cố  và  với . Cho các khẳng định sau:

**(1)** 

**(2)** 

**(3)** 

**(4)** 

**(5)** Cho hai biến cố  và , với , , . Khi đó 

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định ***đúng***?

🖎 **Điền đáp số:**

1. Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu? *(kết quả là tròn đến hàng phần trăm)*

🖎 **Điền đáp số:**

1. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là bao nhiêu? *(kết quả là tròn đến hàng phần trăm)*

🖎 **Điền đáp số:**

1. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh  có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh  đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2*

🖎 **Điền đáp số:**

1. Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2*

🖎 **Điền đáp số:**

1. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất . Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí  thì nó xuât hiện ở vị trí . Để phòng thủ, các bệ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí  và . Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí  hoặc  thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: *Nếu máy bay xuất hiện tại  thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại  thì bắn 1 quả tên lửa.*

Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là  và các bệ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên?

🖎 **Điền đáp số:**

--------------------- Hết ---------------------