

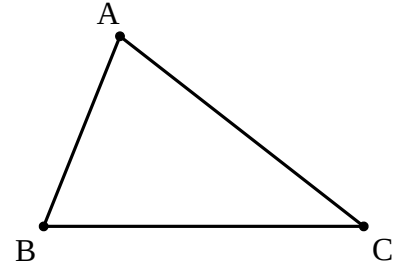
CHƯƠNG IV. TAM GIÁC BẰNG NHAU

BÀI 12. TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC.

1. TỔNG BA GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC.

. Tổng ba góc của một tam giác bằng 180^0 .

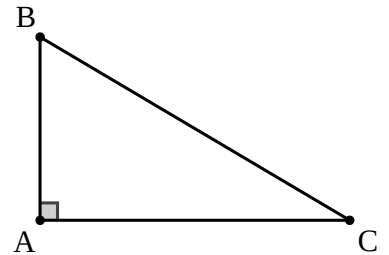
Cụ thể: $\triangle ABC$ có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^0$.



Đối với tam giác vuông thì tổng hai góc nhọn bằng 90^0 .

Cụ thể $\triangle ABC$ vuông tại A có $\hat{B} + \hat{C} = 90^0$.

Khi đó hai góc $\hat{B}, \hat{C}$ gọi là hai góc phụ nhau.



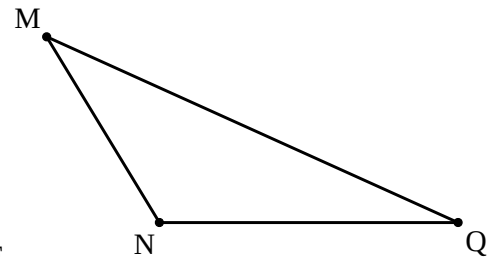
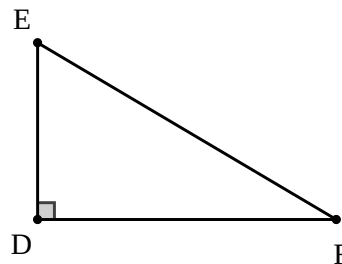
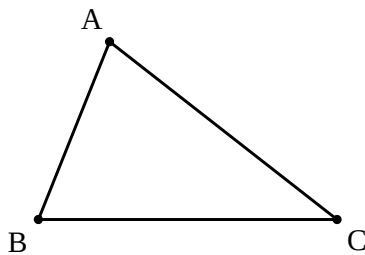
Chú ý:

. $\triangle ABC$ có ba góc đều nhọn nên gọi là tam giác nhọn.

. $\triangle DEF$ có một góc vuông nên gọi là tam giác vuông.

Cạnh DE và DF gọi là hai cạnh góc vuông, còn cạnh EF gọi là cạnh huyền.

. $\triangle MNQ$ có một góc tù nên gọi là tam giác tù.

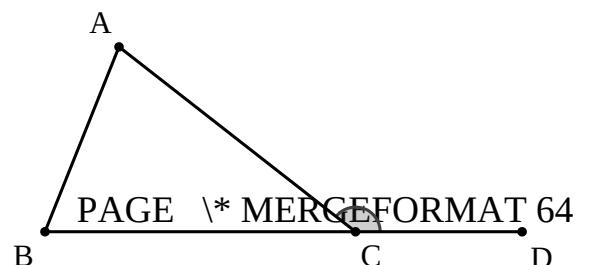


2. GÓC NGOÀI CỦA TAM GIÁC.

. Góc ngoài của tam giác là góc kề bù với 1 góc của tam giác.

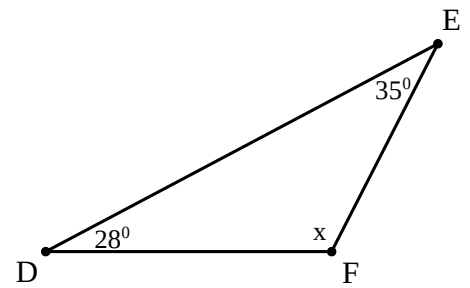
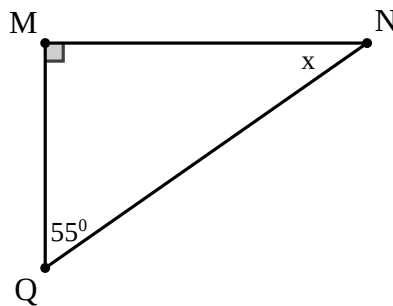
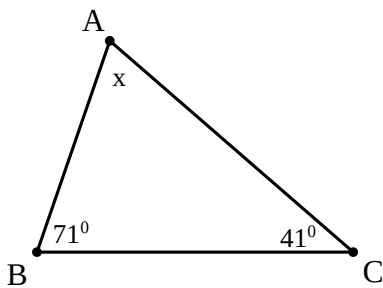
Góc $\hat{ACD}$ là góc ngoài của $\triangle ABC$.

Khi đó: $\hat{ACD} = \hat{A} + \hat{B}$.

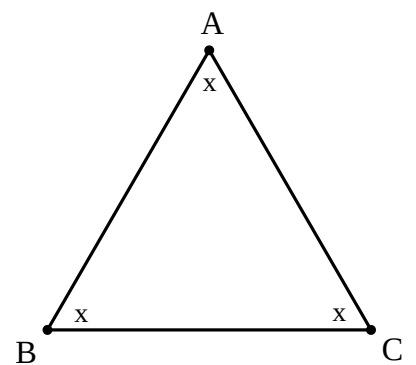
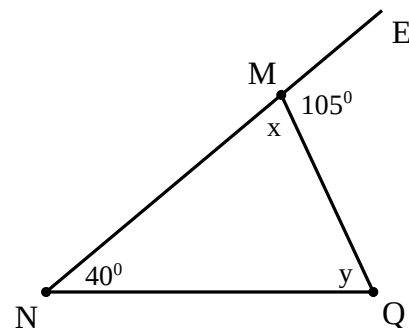
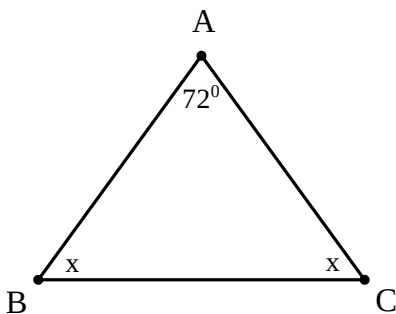


BÀI TẬP VẬN DỤNG.

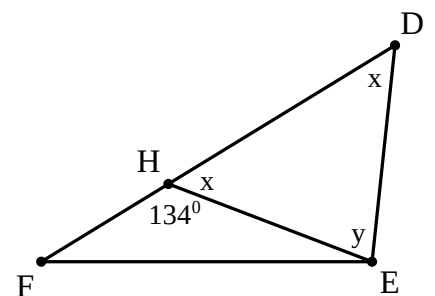
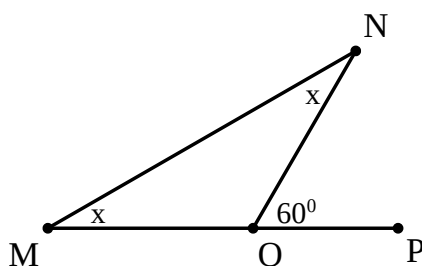
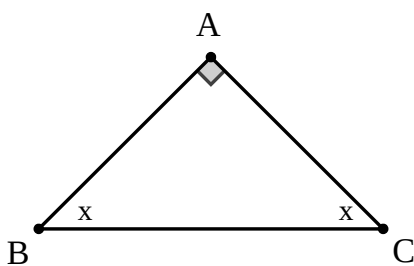
Bài 1: Tính số đo x trong hình sau.



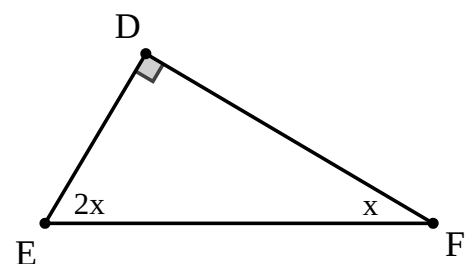
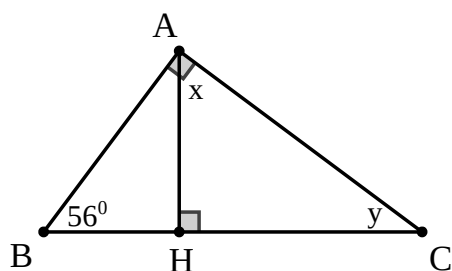
Bài 2: Tính số đo x, y trong hình sau.



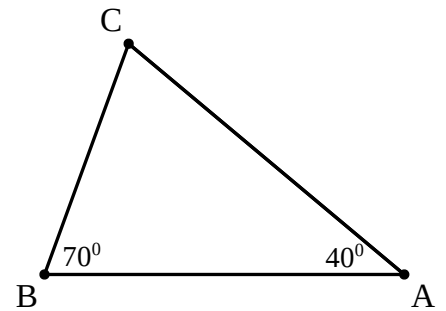
Bài 3: Tính số đo x, y trong các hình sau.



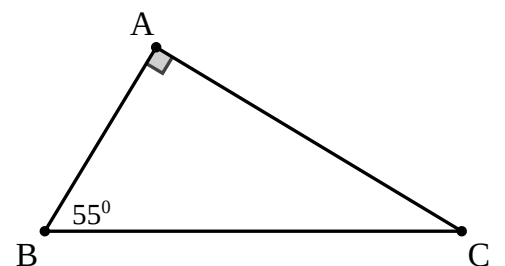
Bài 4: Tính số đo x trong các hình sau.



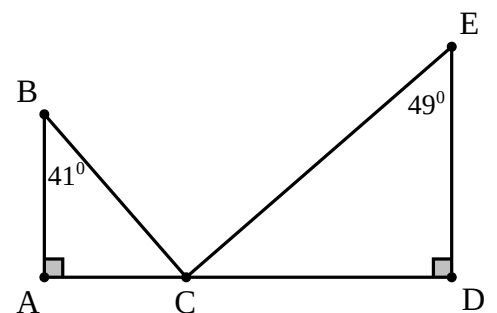
Bài 5: Cho $\triangle ABC$, có $\hat{A} = 40^\circ$, $\hat{B} = 70^\circ$.
 Chứng minh $\hat{B} = \hat{C}$.



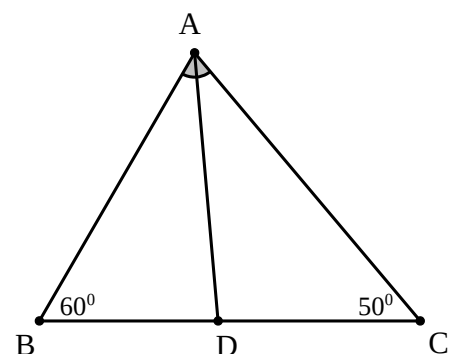
Bài 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có 55° . Tính $\hat{C}$.



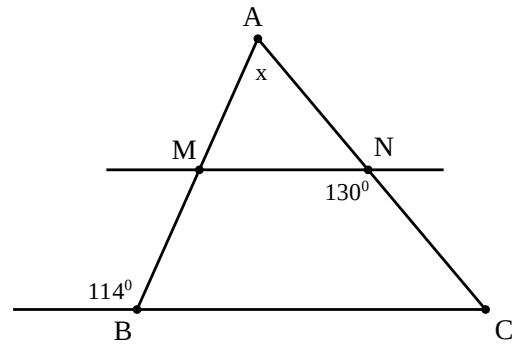
Bài 7: Cho hình sau:
 Chứng minh rằng: $BC \perp CE$.



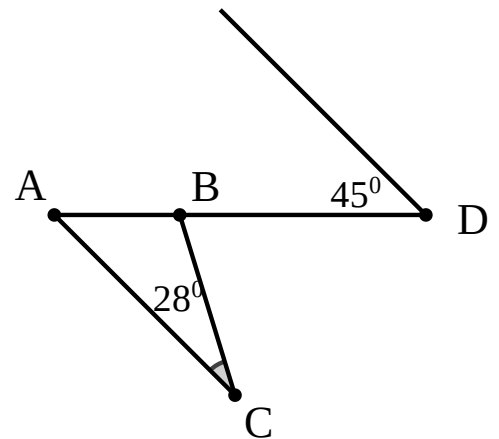
Bài 8: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 60^\circ$, $\hat{C} = 50^\circ$. Tia phân giác góc $\hat{B}$ cắt AC ở D.
 Tính số đo góc $\hat{ADB}$, $\hat{CDB}$.



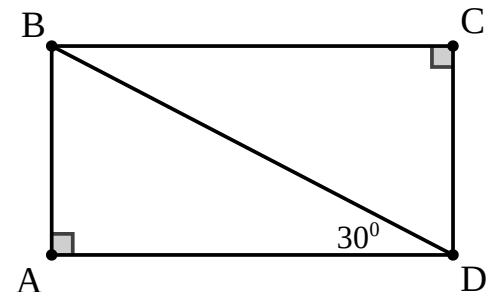
Bài 9: Tìm x trong hình vẽ sau: Biết $MN \parallel BC$.



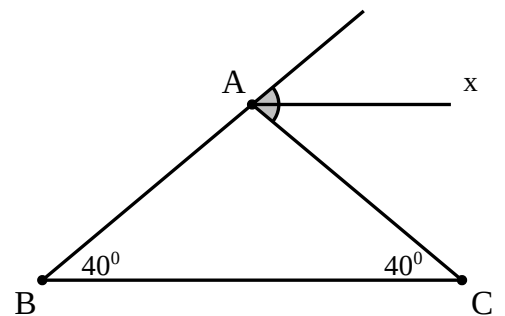
Bài 10: Cho hình sau: Biết $AC \parallel DE$.
Tính các góc của $\triangle ABC$.



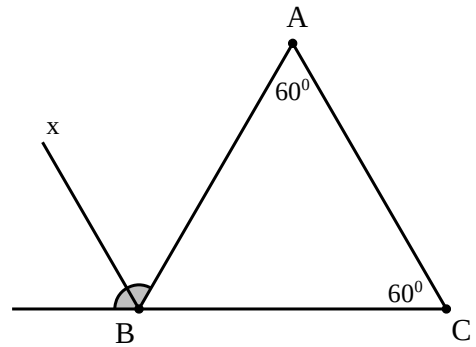
Bài 11: Cho hình sau: Biết $AD \parallel BC$.
Chứng minh $AB \parallel CD$.



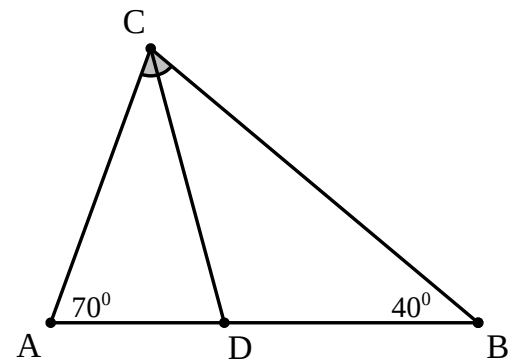
Bài 12: Cho $\triangle ABC$ có $\angle B = \angle C = 40^\circ$. Gọi Ax là tia phân giác góc ngoài tại đỉnh A .
Chứng minh rằng $Ax \parallel BC$.



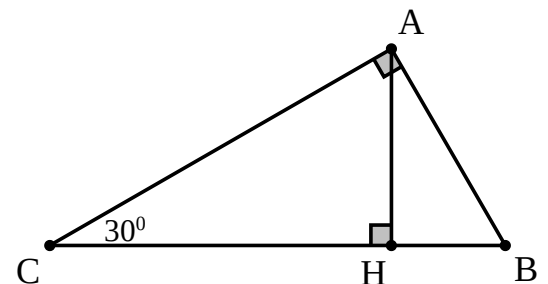
Bài 13: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = \hat{C} = 60^\circ$. Gọi Bm là tia phân giác góc ngoài tại đỉnh B.
 Chứng minh rằng Bm // AC.



Bài 14: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 70^\circ$, $\hat{B} = 40^\circ$. Tia phân giác $\hat{C}$ cắt AB tại D.
 Tính $\hat{ACB}$, $\hat{ADC}$.

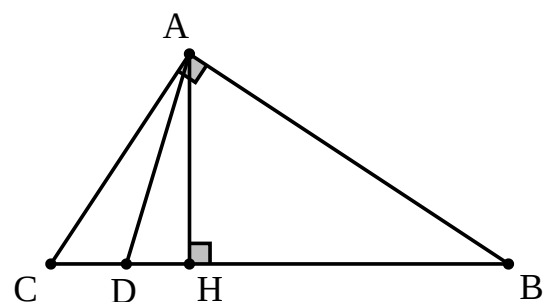


Bài 15: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH, biết $\hat{C} = 30^\circ$.
 Tính $\hat{B}$, $\hat{HAC}$ và cho nhận xét về hai góc này?



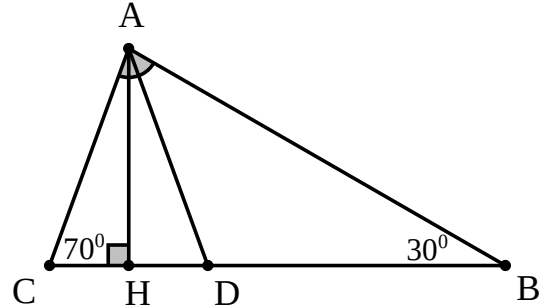
Bài 16: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Vẽ $AH \perp BC, (H \in BC)$. Tia phân giác $\hat{BAH}$ cắt BH tại D.
 Chứng minh:

- $\hat{ABH} = \hat{HAC}$.
- $\hat{ADC} = \hat{BAC}$.



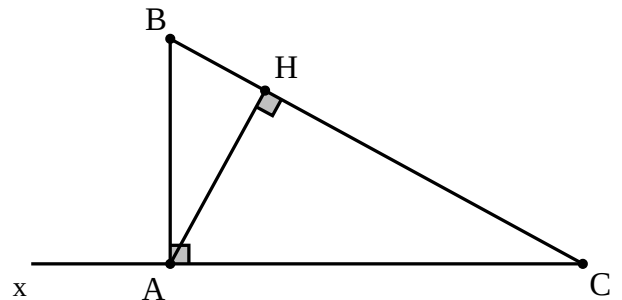
Bài 17: Cho $\triangle ABC$ có $\angle B = 70^\circ, \angle C = 30^\circ$. Tia phân giác góc $\angle A$ cắt BC tại D . Kẻ $AH \perp BC$.

- Tính $\angle BAC$.
- Tính $\angle ADH$.
- Tính $\angle HAD$.

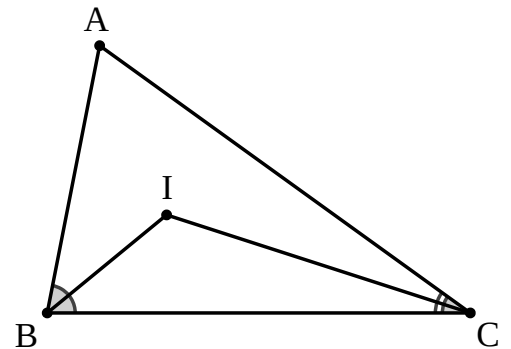


Bài 18: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , vẽ $AH \perp BC, (H \in BC)$. Vẽ Ax là tia đối của tia AC . Chứng minh rằng:

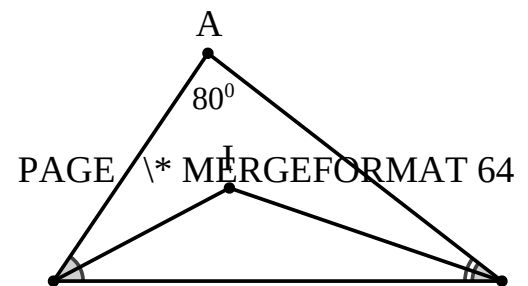
- $\angle BAH = \angle C$.
- $\angle xAH$ và $\angle B$ bù nhau.



Bài 22: Cho $\triangle ABC$ biết $\angle B = 80^\circ, \angle C = 40^\circ$. Hai tia phân giác tại hai góc $\angle B$ và $\angle C$ cắt nhau tại I . Tính $\angle BIC$.



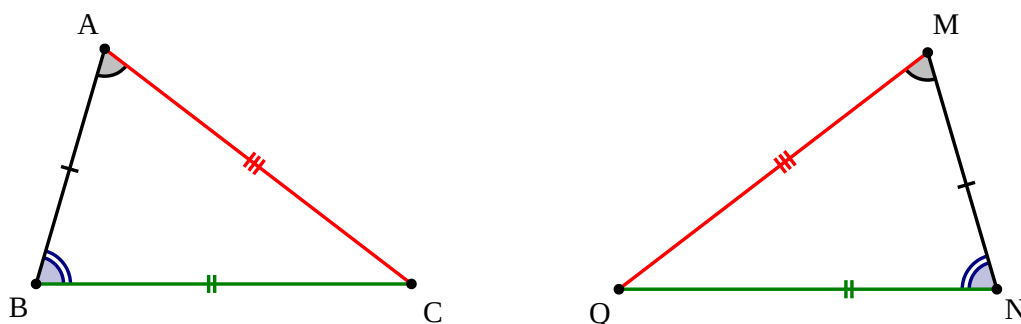
Bài 23: Cho $\triangle ABC$ biết $\angle A = 80^\circ$. Hai tia phân giác tại hai góc $\angle B$ và $\angle C$ cắt nhau tại I . Tính $\angle BIC$.



Bài 2. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU.
TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC.

1, HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU.

. Cho $\triangle ABC$ và $\triangle MNQ$ như hình bên.



Chỉ ra các yếu tố bằng nhau có trong hình:

+ Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau.

Khi đó:

+ Hai góc $\widehat{A}$ và $\widehat{M}$ gọi là hai góc tương ứng. (Hãy chỉ các góc tương ứng còn lại).

+ Hai cạnh AB và MN gọi là hai cạnh tương ứng. (Hãy chỉ ra các cạnh tương ứng còn lại).

+ Kí hiệu: $\triangle ABC = \triangle MNQ$.

Khi kí hiệu hai tam giác bằng nhau thì thứ tự các đỉnh phải được viết theo cùng 1 thứ tự.

+ Ngược lại khi $\triangle ABC = \triangle MNQ$ thì các cạnh, các góc tương ứng bằng nhau.

$$\begin{cases} AB = MN. \\ BC = NQ. \\ AC = MQ. \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{M} \\ \widehat{B} = \widehat{N} \\ \widehat{C} = \widehat{Q} \end{cases}.$$

BÀI TẬP VẬN DỤNG.

Bài 1: Cho $\triangle ABC = \triangle HIK$.

- Hãy chỉ ra các cạnh bằng nhau? Giải thích vì sao?
- Hãy chỉ ra các góc bằng nhau? Giải thích vì sao?

Bài 2: Cho $\triangle ABC = \triangle HIK$, trong đó $AB = 2\text{cm}$, $\angle B = 40^\circ$ và $BC = 4\text{cm}$.
Hãy suy ra số đo của những cạnh, góc nào của $\triangle HIK$.

Bài 3: Cho $\triangle ABC = \triangle DEF$. Tính chu vi của mỗi tam giác nói trên,
Biết rằng $AB = 4\text{cm}$, $DF = 5\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$.

Bài 4: Cho $\triangle ABC = \triangle DMN$.

a) Viết kí hiệu trên dưới một vài dạng khác.

b) Cho $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$, $MN = 6\text{cm}$. Tính chu vi của mỗi tam giác trên.

Bài 5: Cho $\triangle ABC = \triangle DEF$, biết $\angle A = 55^\circ$, $\angle E = 75^\circ$. Tính các góc còn lại của mỗi tam giác.

Bài 6: Cho $\triangle ABC = \triangle MNP$, Biết $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$. Tính số đo các góc của $\triangle MNP$.

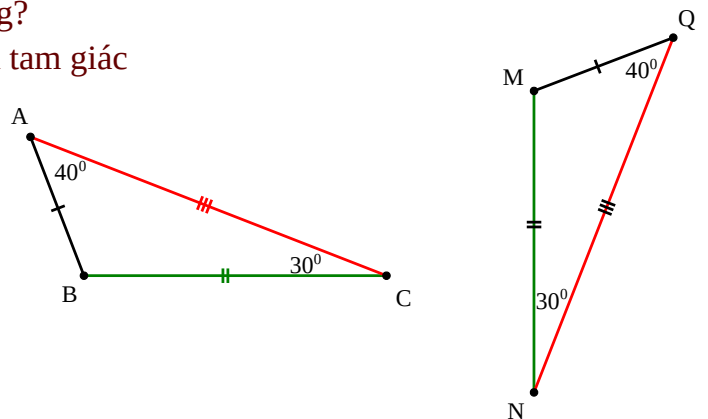
Bài 7: Cho $\triangle ABC = \triangle DMN$, biết $\angle B = 50^\circ$, $\angle D = 70^\circ$. Tính số đo các góc còn lại của $\triangle ABC$.

Bài 8: Cho $\triangle ABC = \triangle GIK$, Biết $IG : IK : KG = 2 : 3 : 4$ và chu vi $\triangle GIK$ bằng 36cm .
Tính các cạnh của $\triangle ABC$.

Bài 9: Cho hình sau:

Hai tam giác trong hình có bằng nhau hay không?

Nếu có hãy viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác

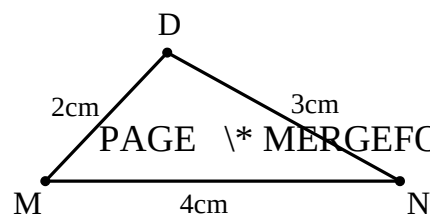
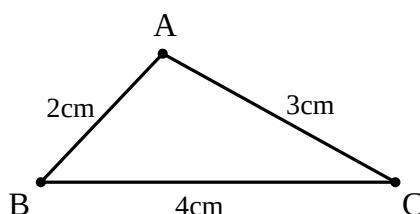


2. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC (cạnh – cạnh – cạnh).

Ví dụ 1:

a) Vẽ $\triangle ABC$ biết $BC = 4\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$.

b) Vẽ $\triangle DMN$ có $MN = 4\text{cm}$, $DM = 3\text{cm}$, $DN = 2\text{cm}$.



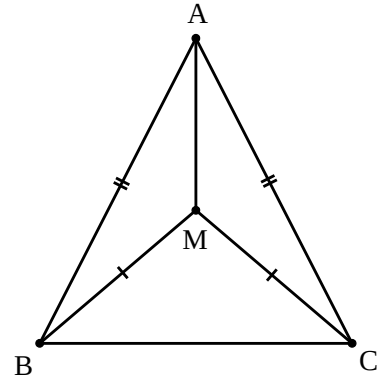
Ta thừa nhận định lí sau: “ Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác ấy bằng nhau ”.

Tổng quát: $\triangle ABC$ và $\triangle DMN$ có:

$$\begin{cases} AB = DM. \\ AC = DN. \\ BC = MN. \Rightarrow \triangle ABC = \triangle DMN. (c.c.c) \end{cases}$$

Ví dụ 2: Cho hình sau:

- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$.
- Chứng minh $\widehat{ABM} = \widehat{ACM}$.
- Chứng minh AM là tia phân giác $\widehat{BAC}$.



BÀI TẬP VẬN DỤNG.

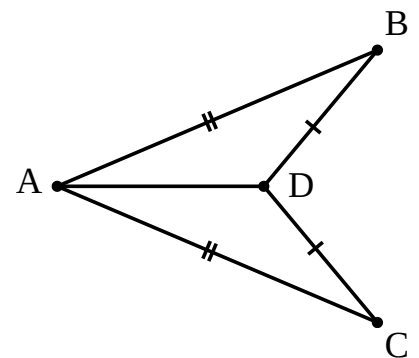
Bài 1: Vẽ $\triangle MNP$ biết $MN = 5\text{cm}, PM = 4\text{cm}, PN = 4\text{cm}$.

Bài 2: Vẽ $\triangle ABC$ biết $BC = 5\text{cm}, AB = 4\text{cm}, AC = 3\text{cm}$.

Bài 3: Vẽ $\triangle ABC$ biết $AB = BC = CA = 4\text{cm}$.

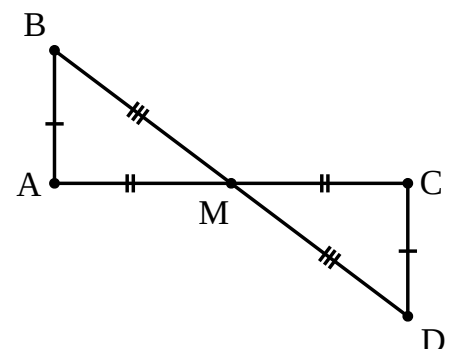
Bài 4: Cho hình sau

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$.
- Chứng minh AD là phân giác $\widehat{BAC}$.



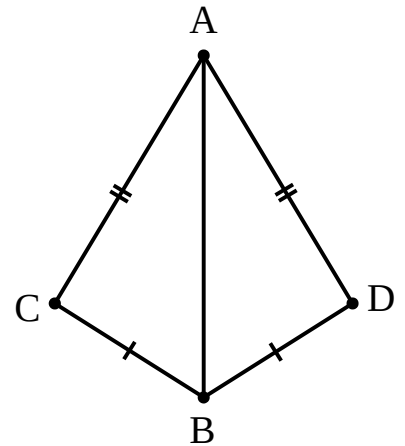
Bài 5: Cho hình sau

- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle CDM$
- Chứng minh $AB \parallel CD$.



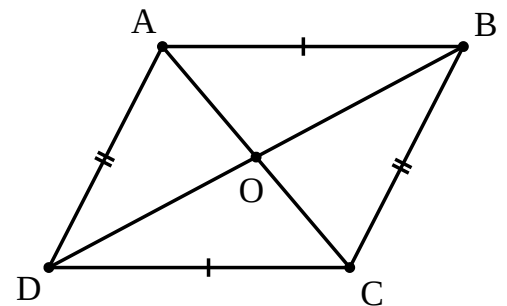
Bài 6: Cho hình sau

- Chứng minh $\triangle ABC = \triangle ABD$.
- Chứng minh AB là phân giác $\angle CAD$.



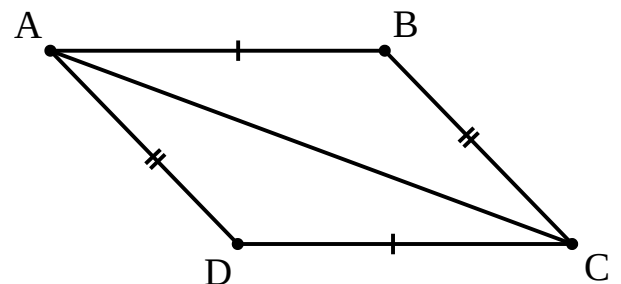
Bài 7: Cho hình sau

- Chứng minh $\triangle AOD = \triangle COB$ và $AD \parallel BC$.
- Chứng minh $\triangle AOB = \triangle COD$ và $AB \parallel CD$.



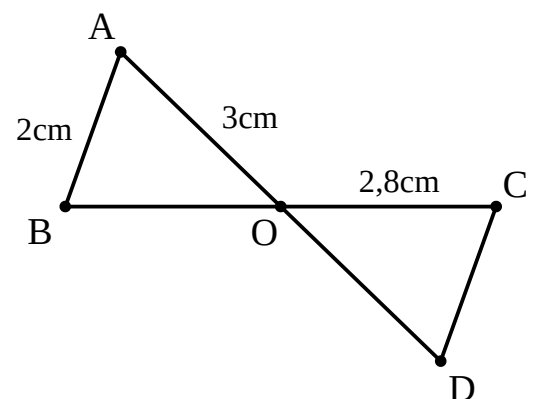
Bài 8: Cho hình sau

- Chứng minh $\triangle ABC = \triangle CDA$.
- Chứng minh $AB \parallel CD$.



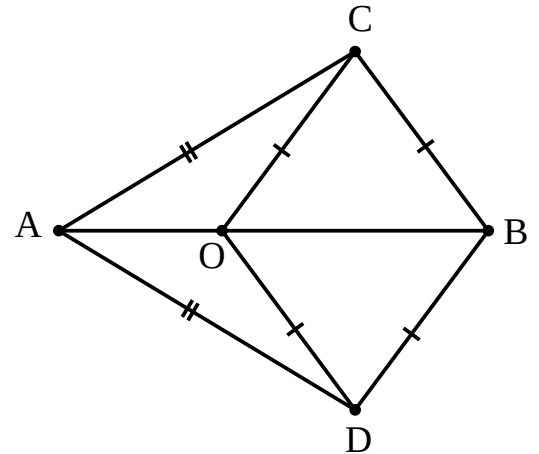
Bài 9: cho hình bên, biết $\triangle ABO = \triangle DCO$.

- Tính số đo các cạnh còn lại trên hình.
- Chứng minh $AB \parallel CD$.



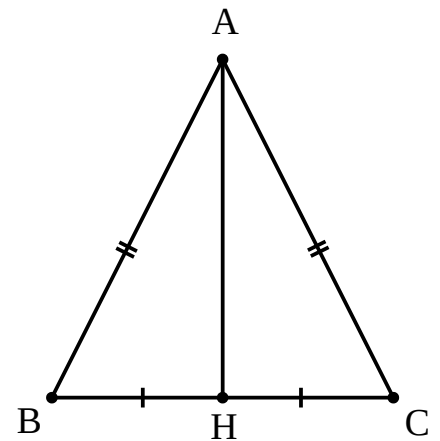
Bài 10: Cho hình sau

- Chứng minh $\triangle AOC = \triangle AOD$.
- Chứng minh $\triangle COB = \triangle DOB$.
- Chứng minh AO là tia phân giác $\angle ADB$.



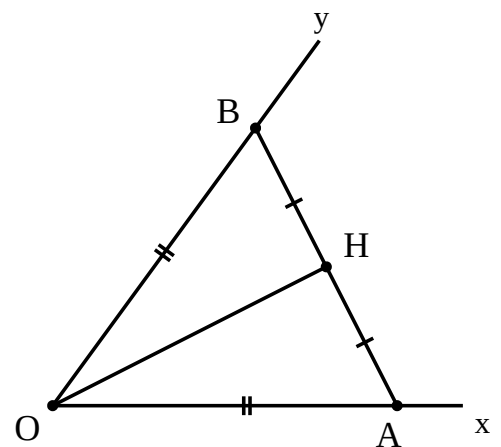
Bài 11: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$ và H là trung điểm của BC.

- Chứng minh $\triangle AHB = \triangle AHC$.
- Chứng minh rằng $\angle B = \angle C$.
- Chứng minh $AH \perp BC$.



Bài 12: Cho $\angle xOy$ khác góc bẹt, trên Ox lấy điểm A, trên Oy lấy điểm B sao cho $OA = OB$. Kẻ AB và lấy H là trung điểm của AB.

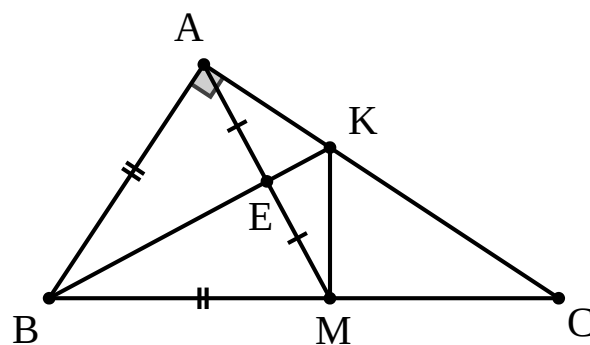
- Chứng minh $\triangle OAH = \triangle OBH$.
- Chứng minh OH là tia phân giác $\angle xOy$.



Bài 13: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BA = BM$. Gọi E là trung điểm của AM.

a) Chứng minh $\triangle ABE = \triangle MBE$.

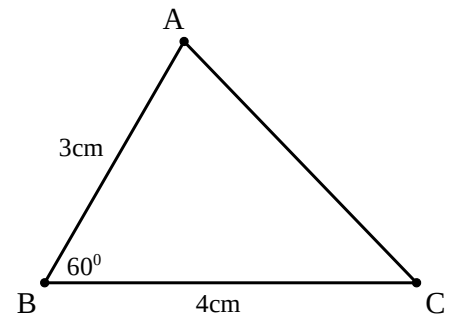
b) Gọi K là giao điểm của BE và AC. Chứng minh $KM \perp BC$.



Bài 14. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ 2 VÀ THỨ 3 CỦA HAI TAM GIÁC.

1. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ 2 CỦA TAM GIÁC. (cạnh – góc – cạnh).

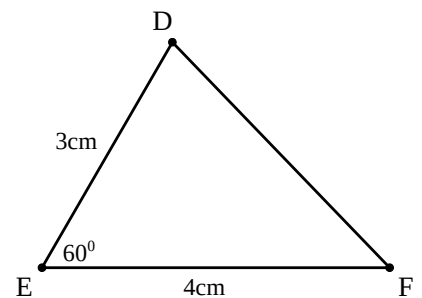
Ví dụ 1: Vẽ $\triangle ABC$ biết $BC = 4\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$ và $\angle B = 60^\circ$.
Vị trí góc B là góc xen giữa hai cạnh AB và BC.



Hãy chỉ ra góc xen giữa hai cạnh còn lại trong $\triangle ABC$.

“ Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau ”.

Ví dụ 2: Vẽ $\triangle DEF$ biết $EF = 4\text{cm}$, $DE = 3\text{cm}$ và $\angle E = 60^\circ$.
Quan sát $\triangle DEF$ và $\triangle ABC$ ở ví dụ 1.
Rồi chỉ ra các yếu tố bằng nhau của hai tam giác.
Và khẳng định hai tam giác ấy bằng nhau.



BÀI TẬP VẬN DỤNG.

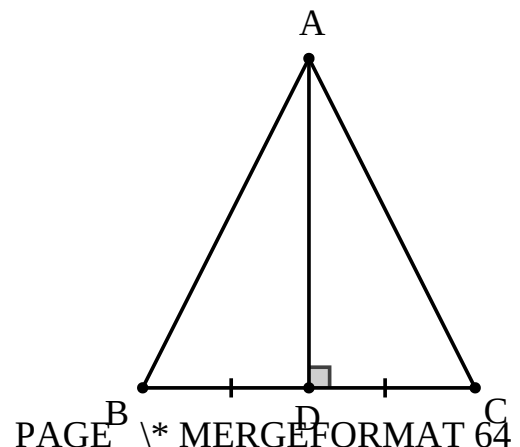
Bài 1: Vẽ $\triangle ABC$ có $AB = 4\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$ và $\angle A = 90^\circ$.

Bài 2: Vẽ $\triangle PMN$ có $\hat{P} = 60^\circ$ và $PN = PM = 4\text{cm}$.

Bài 3: $\triangle DEF$ biết $DE = DF = 4\text{cm}$ và $\angle D = 45^\circ$.

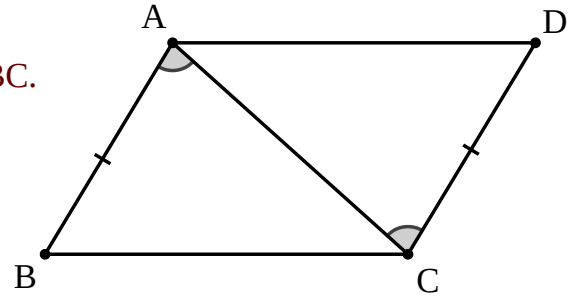
Bài 4: Cho hình sau

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$.
- Chứng minh $AB = AC$.



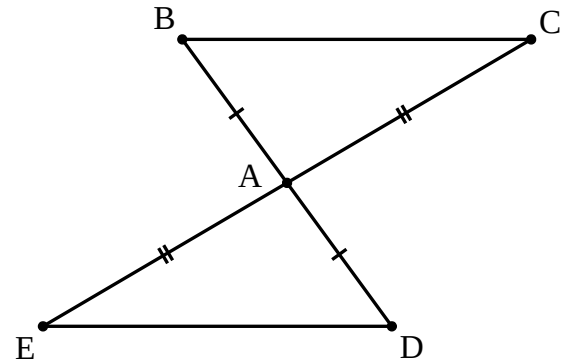
Bài 5: Cho hình sau

- a) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle CDA$.
 b) Chứng minh $\angle ACB = \angle CAD$ rồi suy ra $AD \parallel BC$.



Bài 6: Cho hình sau

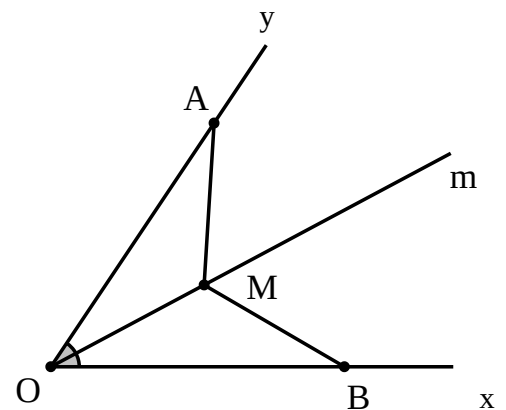
- a) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle ADE$.
 b) Chứng minh $BC \parallel DE$.



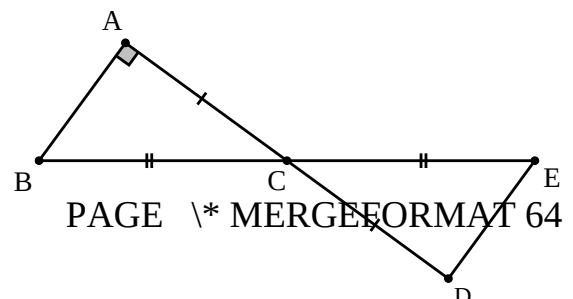
Bài 7: Cho $\angle xOy$ khác góc bẹt, trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OA = OB$.

Vẽ Om là tia phân giác của $\angle xOy$, lấy M bất kì trên tia OM.

- a) Chứng minh rằng $\triangle AOM = \triangle BOM$.
 b) Chứng minh rằng $AM = BM$.



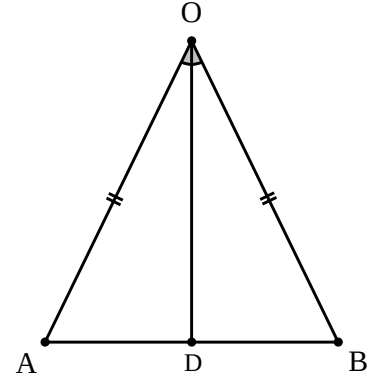
Bài 8: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho $CD = CA$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = CB$. Tính số đo $\angle DE$.



Bài 9: Cho $\triangle OAB$ có $OA = OB$. Tia phân giác của $\angle O$ cắt AB ở D .

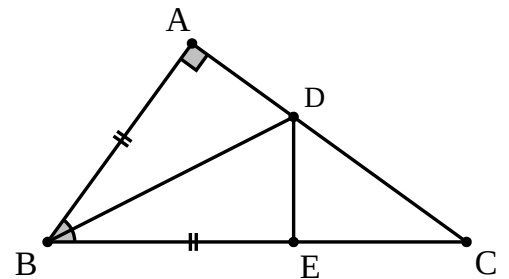
Chứng minh:

- $DA = DB$.
- $OD \perp AB$.



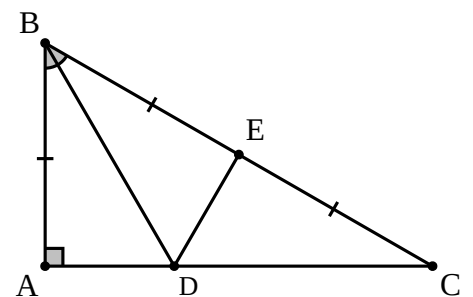
Bài 10: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Tia phân giác $\angle B$ cắt AC ở D .

- So sánh DA và DE .
- Tính số đo $\angle BED$.



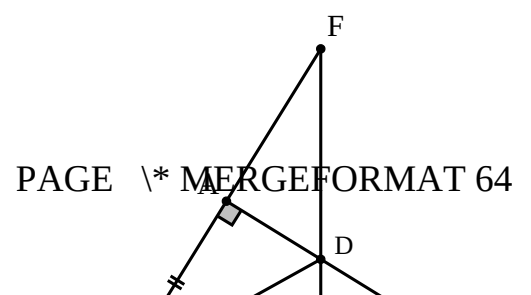
Bài 11: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 2.AB$, E là trung điểm của BC . Tia phân giác $\angle B$ cắt AC ở D . Chứng minh :

- DB là tia phân giác $\angle ADE$.
- $BD = DC$.
- Tính góc $\angle B, \angle C$ của $\triangle ABC$.



Bài 12: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Kẻ BD là tia phân giác $\angle ABC$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$.

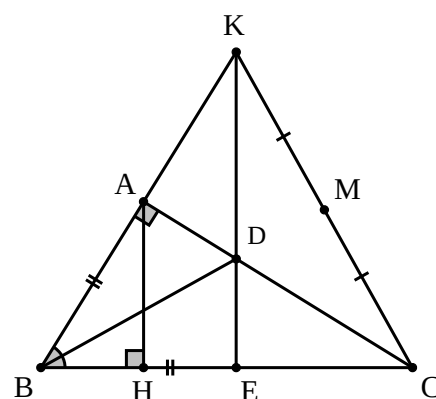
- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$.
- Chứng minh $DE = AD$ và $DE \perp BC$.



- c) Chứng minh BD là đường trung trực của AE.
- d) Trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho $AF = CE$.
Chứng minh ba điểm F, D, E thẳng hàng.

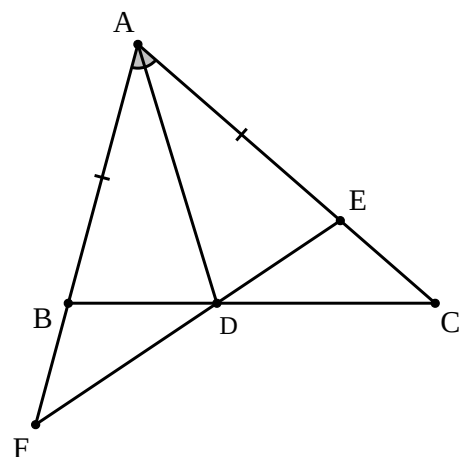
Bài 13: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $AB = BE$. Tia phân giác của $\angle B$ cắt cạnh AC ở D.

- a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$.
- b) Chứng minh BD là đường trung trực của AE.
- c) Kẻ $AH \perp BC, (H \in BC)$. Chứng minh $AH \parallel DE$.
- d) So sánh $\angle ABC = \angle EDC$.
- e) Gọi K là giao điểm của ED và BA, M là trung điểm KC.
Chứng minh B, D, M thẳng hàng.



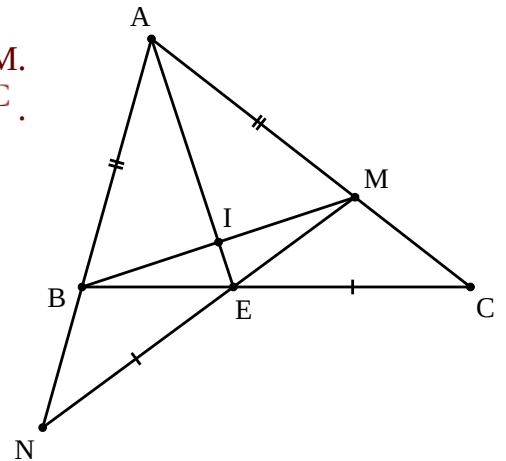
Bài 14: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Phân giác của $\angle A$ cắt BC tại D. Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$.

- a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADE$.
- b) Đường thẳng ED cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh $AF = AC$.
- c) Chứng minh $\triangle DBF = \triangle DEC$.



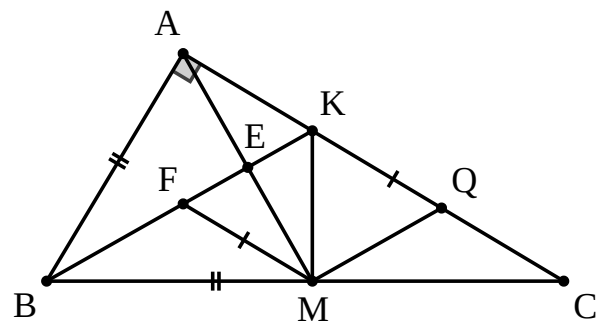
Bài 15: Cho $\triangle ABC$ biết $AB < AC$. AE là phân giác $\angle BAC$ với $E \in BC$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$.

- Chứng minh $\triangle ABE = \triangle AME$.
- AE cắt BM tại I. Chứng minh I là trung điểm của BM.
- Trên tia đối của tia EM lấy điểm N sao cho $EN = EC$.
Chứng minh $\triangle ENB = \triangle ECM$.
- Chứng minh ba điểm A, B, N thẳng hàng.



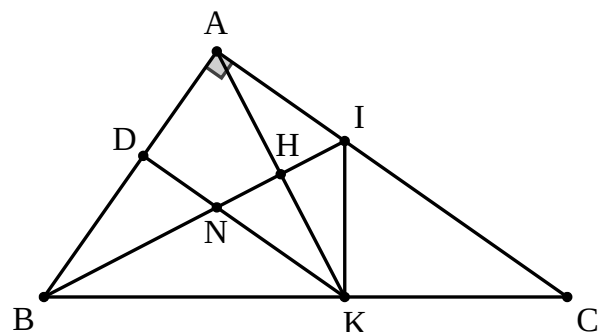
Bài 16: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BA = BM$. Gọi E là trung điểm của AM.

- Chứng minh $\triangle ABE = \triangle MBE$.
- Gọi K là giao điểm BE và AC.
Chứng minh $KM \perp BC$.
- Qua M vẽ đường thẳng song song với AC cắt BK tại F.
Trên đoạn KC lấy điểm Q sao cho $KQ = MF$.
Chứng minh $\angle ABK = \angle MCQ$.



Bài 17: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Trên cạnh BC lấy điểm K sao cho $AB = BK$. Gọi H là trung điểm của AK. Kéo dài BH cắt AC tại I.

- Nếu $\angle ABC = 60^\circ$. Tính số đo $\angle ACB$.
- Chứng minh $\triangle ABH = \triangle KBH$. Từ đó suy ra $AK \perp BI$.
- Qua K kẻ đường thẳng song song với AC cắt BH, AB lần lượt tại N và D. Chứng minh KA là tia phân giác $\angle DKD$.

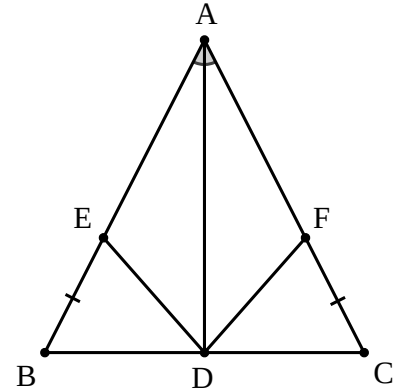


Bài 18: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$, tia phân giác của $\angle A$ cắt BC tại D .

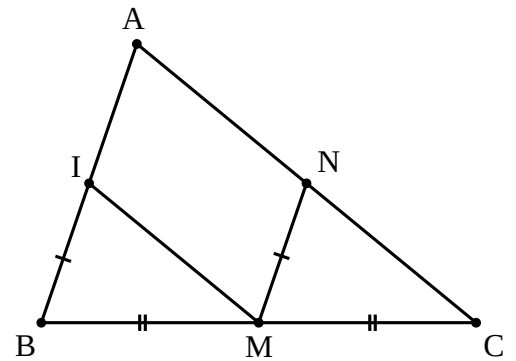
a, Chứng minh rằng: $AD \perp BC$.

b, Lấy điểm E thuộc AB , điểm F thuộc AC , sao cho $BE = CF$.

Chứng minh DA là tia phân giác $\angle EDF$.



Bài 19: Cho $\triangle ABC$ qua trung điểm M của cạnh BC , kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại N . Trên tia BA lấy điểm I sao cho $BI = MN$. Chứng minh $IM \parallel AC$.

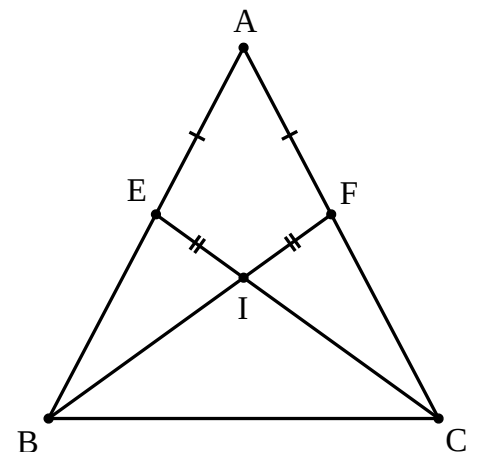


Bài 20: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$, Lấy điểm E trên AB , điểm F trên AC sao cho $AE = AF$.

a) Chứng minh $BF = CE$ và $\triangle BEC = \triangle CFB$.

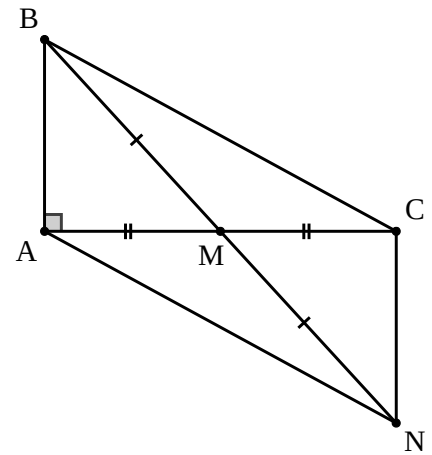
b) Biết BF cắt CE tại I . Cho biết $IE = IF$.

Chứng minh $\triangle IBE = \triangle ICF$.



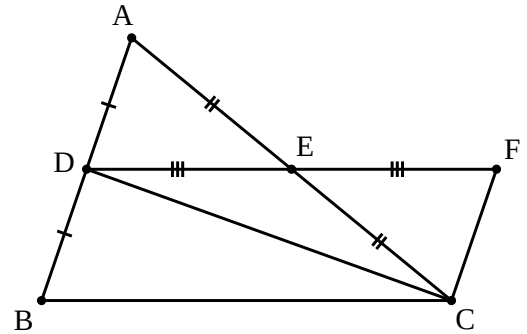
Bài 21: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, Gọi M là trung điểm của AC. Trên tia MB lấy điểm N sao cho M là trung điểm của BN. Chứng minh:

- a) $CN \perp AC$ và $CN = AB$.
- b) $AN = BC$ và $AN \parallel BC$.



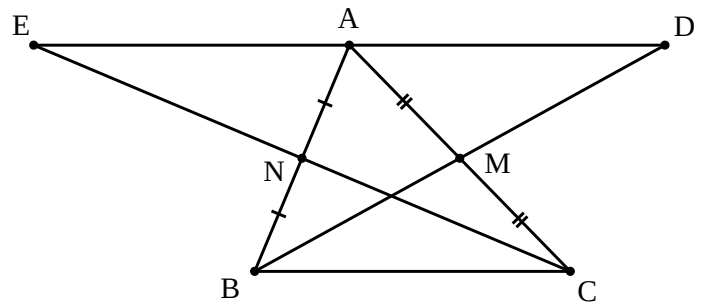
Bài 22: Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm của AB, E là trung điểm của AC. Vẽ điểm F sao cho E là trung điểm của DF. Chứng minh rằng:

- $\triangle AED = \triangle CEF$.
- $DB = CF$.
- $\triangle BDC = \triangle FCD$.



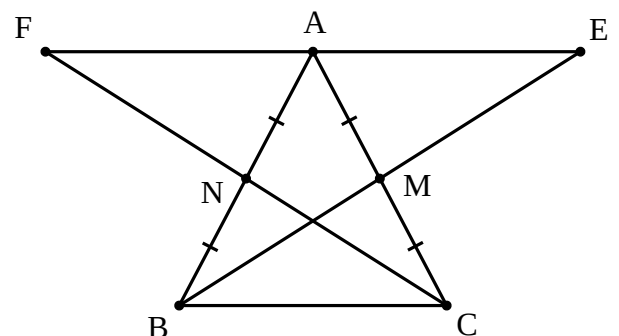
Bài 23: Cho $\triangle ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và AB. Trên tia đối của tia MB và NC lấy tương ứng hai điểm D và E sao cho $MD = MB, NE = NC$. Chứng minh:

- $AD = AE$.
- 3 điểm A, E, D thẳng hàng.



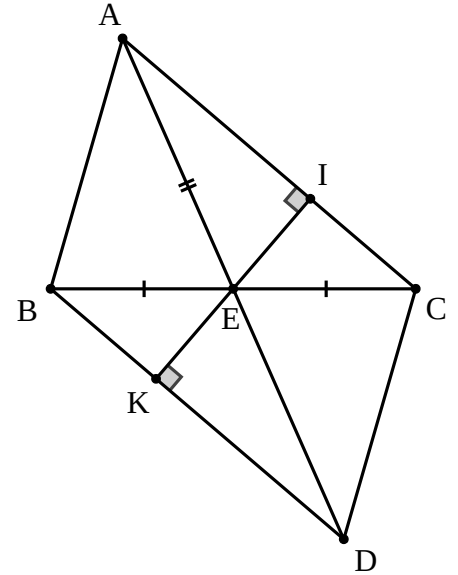
Bài 24: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$, hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của AC và AB.

- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACN$ và $\triangle BMC = \triangle CNB$.
- Lấy điểm E, F sao cho M là trung điểm của BE, N là trung điểm của CF. Chứng minh A là trung điểm của EF.
- Chứng minh MN song song với BC và EF.



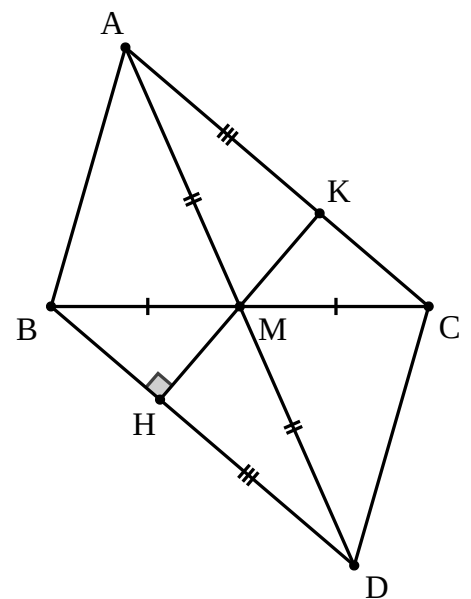
Bài 25: Cho $\triangle ABC$, E là trung điểm của BC. Lấy điểm D thuộc tia đối của tia EA sao cho $ED = EA$.

- Chứng minh $\triangle AEB = \triangle DEC$.
- Chứng minh rằng $AC \parallel BD$.
- Kẻ $EI \perp AC$ và $EK \perp BD$. Chứng minh $\triangle AIE = \triangle DKE$.
- Chứng minh ba điểm I, E, K thẳng hàng.



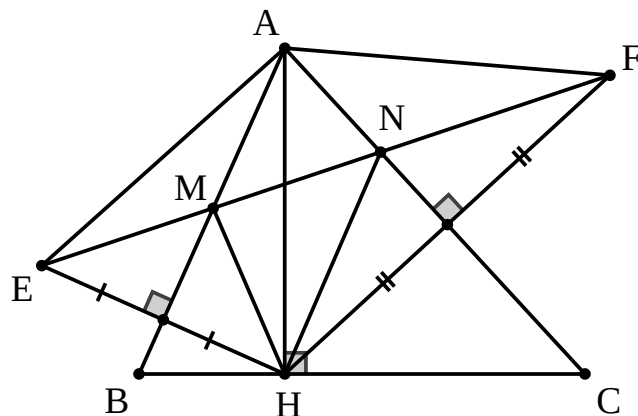
Bài 26: Cho $\triangle ABC$. Có M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

- Chứng minh $\triangle AMC = \triangle DMB$.
- Chứng minh $AC \parallel BD$.
- Vẽ $MH \perp DB$ tại H. Trên cạnh AC lấy điểm K sao cho $AK = DH$. Chứng minh $\triangle MHD = \triangle MKA$, từ đó suy ra $MK \perp AK$.



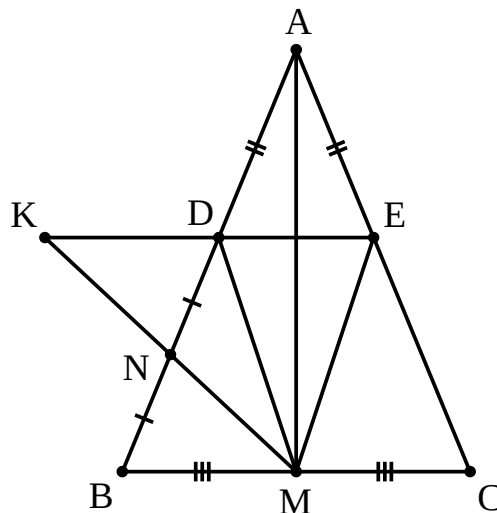
Bài 27: Cho $\triangle ABC$ nhọn, vẽ $AH \perp BC, (H \in BC)$. Vẽ $HI \perp AB$ tại I, Vẽ $HK \perp AC$ tại K. Lấy E, F sao cho I là trung điểm của HE, K là trung điểm của HF, EF cắt AB, AC lần lượt tại M, N.

- Chứng minh $MH = ME$ và chu vi của $\triangle MHN$ bằng EF.
- Chứng minh $AE = AF$.
- Nếu biết $\angle BAC = 60^\circ$. Tính các góc của $\triangle AEF$.



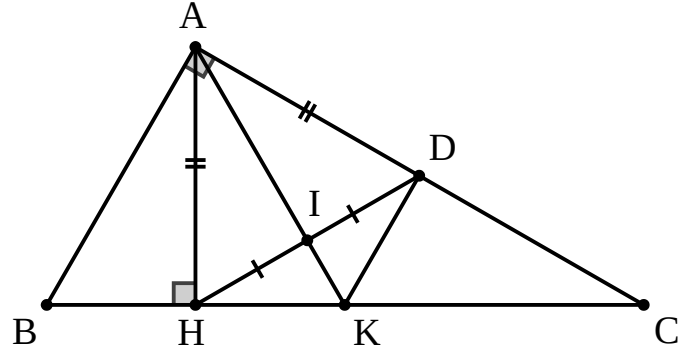
Bài 28: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$ và $AB > BC$. Gọi M là trung điểm của BC.

- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$.
- Trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AD = AE$. Chứng minh $MD = ME$.
- Gọi N là trung điểm của BD. Trên tia đối của tia NM lấy điểm K sao cho $NK = NM$. Chứng minh K, D, E thẳng hàng.



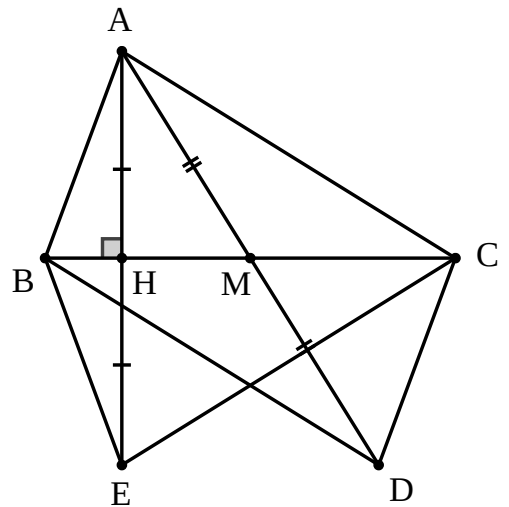
Bài 29: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $\angle B = 60^\circ$. Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AH$. Gọi I là trung điểm cạnh HD.

- Chứng minh $\triangle AHI = \triangle ADI$. Từ đó suy ra $AI \perp HD$.
- Tia AI cắt HC tại K. Chứng minh $\triangle AHK = \triangle ADK$ từ đó suy ra $AB \parallel KD$.

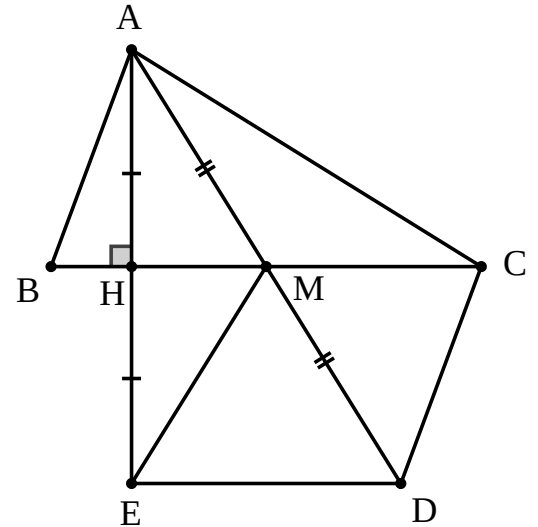


Bài 30: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

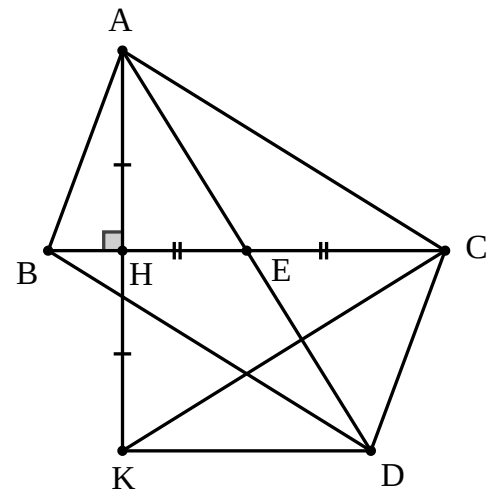
- Chứng minh $\triangle AMB = \triangle DMC$.
- Chứng minh $AB \parallel CD$.
- Kẻ $AH \perp BC$ tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho H là trung điểm của AE. Chứng minh $BA = BE$.
- Chứng minh $BD = CE$.



- Bài 31:** Cho $\triangle ABC$. Gọi M là trung điểm của BC, trên tia AM lấy điểm D sao cho $AM = MD$.
- Chứng minh $\triangle AMB = \triangle DMC$.
 - Vẽ $AH \perp BC$ tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = HA$.
Chứng minh $\triangle HMA = \triangle HME$ và $ME = MD$.
 - Chứng minh $DE \parallel BC$.

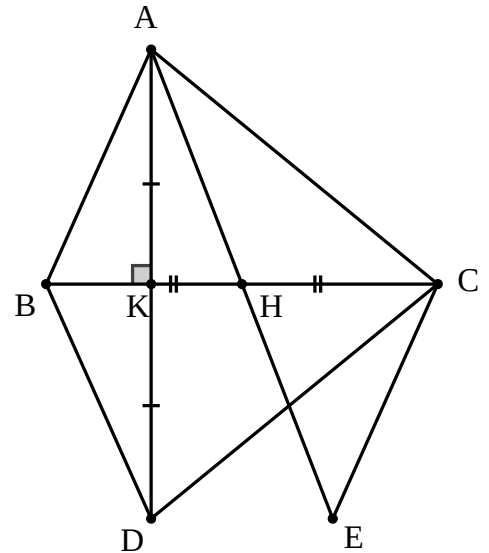


- Bài 32:** Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Lấy E là trung điểm của BC. Trên tia AE lấy điểm D sao cho E là trung điểm của AD.
- Chứng minh rằng $\triangle ABE = \triangle DCE$.
 - Chứng minh $AC \parallel BD$.
 - Vẽ $AH \perp BC$. Trên tia AH lấy điểm K sao cho H là trung điểm của AK.
Chứng minh rằng $BD = AC = CK$.
 - Chứng minh $DK \perp AH$.



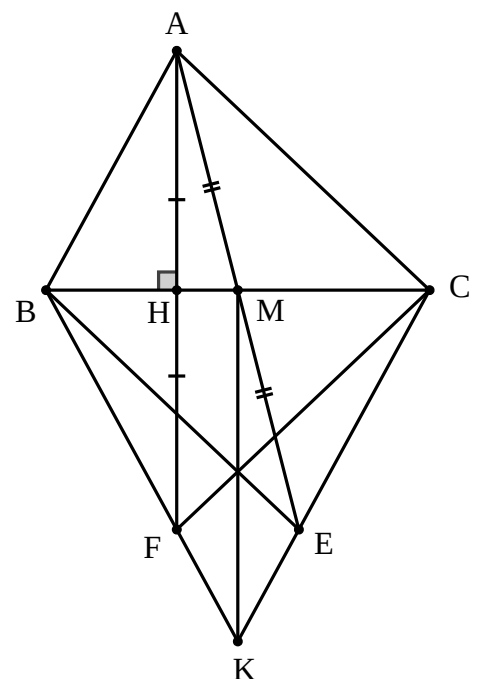
Bài 33: Cho $\triangle ABC$ nhọn. Kẻ $AK \perp BC$ (K thuộc BC). Trên tia đối của tia KA lấy điểm D sao cho $KD = KA$.

- Chứng minh $\triangle AKB = \triangle DKB$.
- Chứng minh CB là tia phân giác của $\angle ACD$.
- Gọi H là trung điểm của BC. Trên tia AH lấy điểm E sao cho H là trung điểm của AE. Chứng minh $CE = BD$.



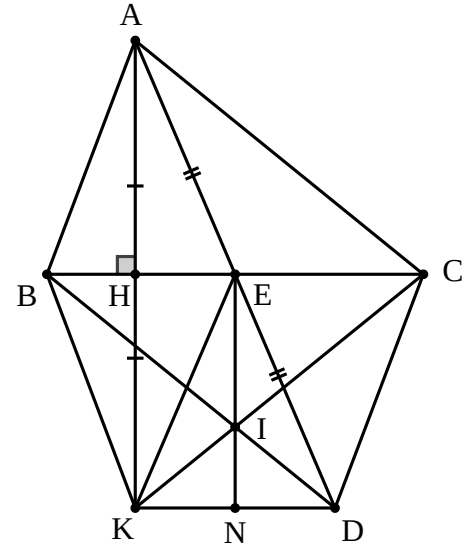
Bài 34: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Lấy M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $MA = ME$.

- Chứng minh $BE \parallel AC$.
- Kẻ $AH \perp BC$ tại H. Vẽ tia Bx sao cho $\angle ABx$ nhận tia BC làm tia phân giác. Tia Bx cắt AH tại F. Chứng minh $CE = BF$.
- Tia Bx cắt tia CE tại K, tia CF cắt tia BE tại I. Chứng minh M, I, K thẳng hàng.



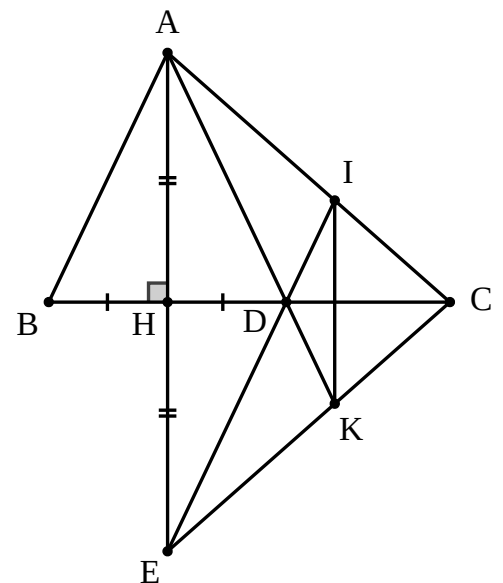
Bài 35: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Vẽ $AH \perp BC$ (H thuộc BC). Trên AH lấy điểm K sao cho H là trung điểm của AK.

- Chứng minh $\triangle ACH = \triangle KCH$.
- Gọi E là trung điểm của BC. Trên tia AE lấy điểm D sao cho E là trung điểm của AD. Chứng minh $BD = AC = CK$.
- Chứng minh EH là tia phân giác $\angle AEC$ và $DK \parallel BC$.
- Gọi I là giao điểm của BD và CK, N là trung điểm của KD. Chứng minh ba điểm E, I, N thẳng hàng.



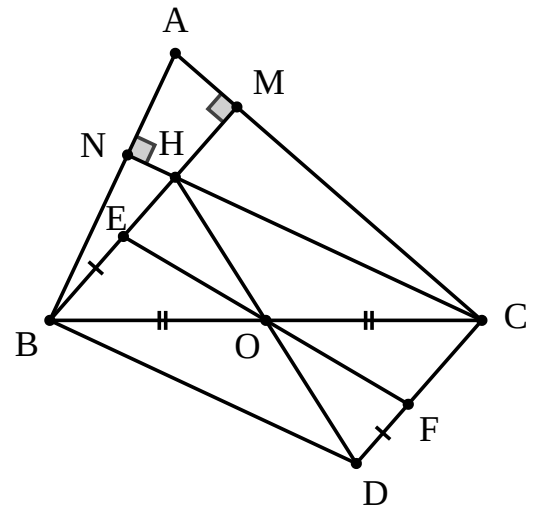
Bài 36: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Kẻ $AH \perp BC$. Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $BH = HD$.

- Chứng minh $AB = AD$.
- Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = HA$. Chứng minh $AB \parallel ED$.
- Tia ED cắt AC tại I, tia AD cắt EC tại K. Chứng minh $DI = DK$.
- Chứng minh $IK \perp BC$.



Bài 37: Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn. Kẻ $BM \perp AC$, $CN \perp AB$. Gọi H là giao điểm của BM và CN. Gọi O là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia OH lấy điểm D sao cho O là trung điểm của HD.

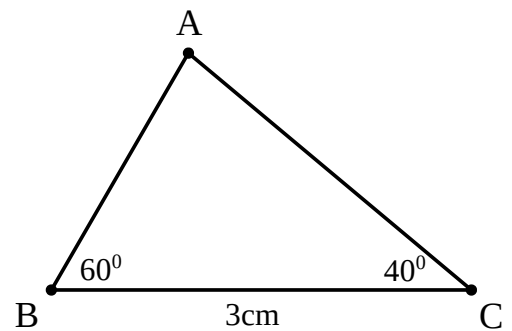
- So sánh $\triangle ABM$ và $\triangle ACN$.
- Chứng minh $BD \perp AB$.
- Tìm điều kiện của $\triangle ABC$ để $BM = CN$.
- Trên các đoạn BH và CD lấy điểm E và F sao cho $BE = CF$. Chứng minh BC, HD và EF cùng đi qua 1 điểm.



2. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ 3 CỦA TAM GIÁC (góc – cạnh – góc).

Ví dụ 1: Vẽ $\triangle ABC$ biết $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 40^\circ$ và $BC = 3\text{cm}$.

Cạnh BC gọi là cạnh xen giữa hai góc $\angle B$ và $\angle C$.



Hãy kể tên các cạnh xen giữa hai góc còn lại có trong hình.

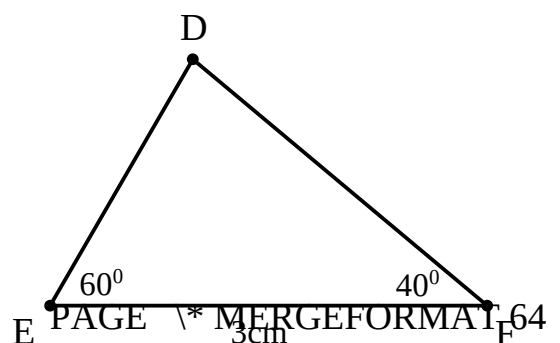
“ Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác ấy bằng nhau ”.

Ví dụ 2: Vẽ $\triangle DEF$ biết $EF = 3\text{cm}$ và $\angle E = 60^\circ$, $\angle F = 40^\circ$.

Quan sát $\triangle DEF$ và $\triangle ABC$ ở ví dụ 1.

Rồi chỉ ra các yếu tố bằng nhau của hai tam giác.

Và khẳng định hai tam giác ấy bằng nhau.



BÀI TẬP VẬN DỤNG.

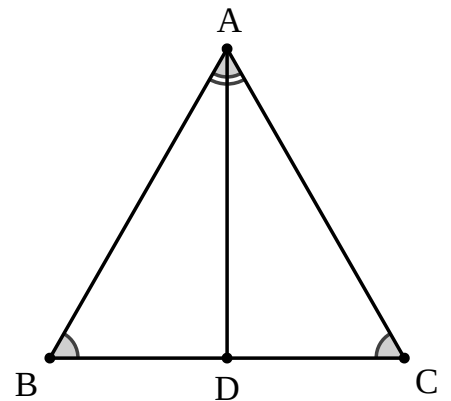
Bài 1: Vẽ $\triangle AMN$ biết $MN = 4\text{cm}$, $\widehat{M} = 60^\circ$, $\widehat{N} = 30^\circ$.

Bài 2: Vẽ $\triangle DEF$ biết $DE = 3,5\text{cm}$, $\widehat{D} = \widehat{E} = 45^\circ$.

Bài 3: vẽ $\triangle HIK$ biết $\widehat{H} = \widehat{K} = 60^\circ$ và $HK = 3\text{cm}$.

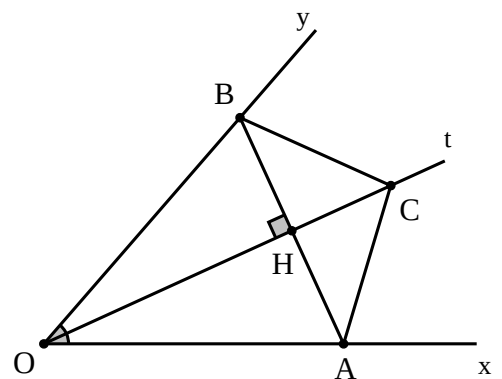
Bài 4: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = \widehat{C}$, Tia phân giác góc $\widehat{A}$ cắt BC tại D .

- a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$.
- b) Chứng minh $AB = AC$.



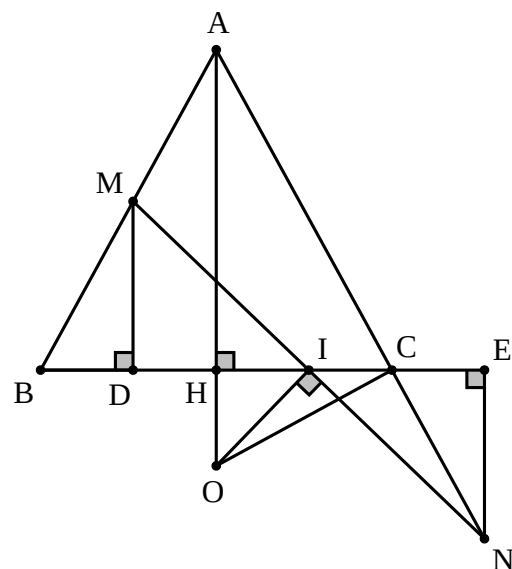
Bài 5: Cho $\angle xOy$ khác góc bẹt, Ot là tia phân giác của góc đó. Qua điểm H thuộc tia Ot , vẽ đường thẳng vuông góc với Ot , đường thẳng này cắt Ox , Oy lần lượt tại A và B .

- a) Chứng minh rằng: $OA = OB$.
- b) Lấy điểm C thuộc tia Ot . Chứng minh rằng: $CA = CB$ và $\widehat{OAC} = \widehat{OBC}$.



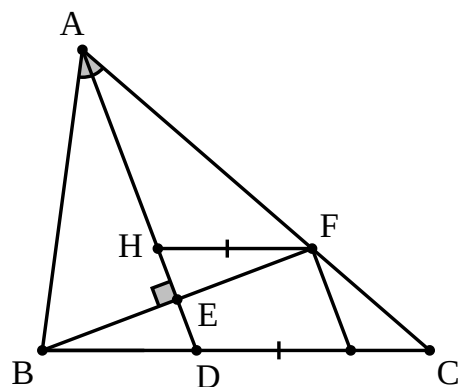
Bài 6: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Gọi H là trung điểm của BC. Trên đoạn BH lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$.

- Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$ và $AH \perp BC$.
- Kẻ $DM \perp BC, (M \in AB)$ và $EN \perp BC, (N \in AC)$, MN cắt BC tại I.
Chứng minh $DM = EN$ và $IM = IN$.
- Đường thẳng qua I và vuông góc với MN cắt tia AH tại O.
Chứng minh $OC \perp AN$.



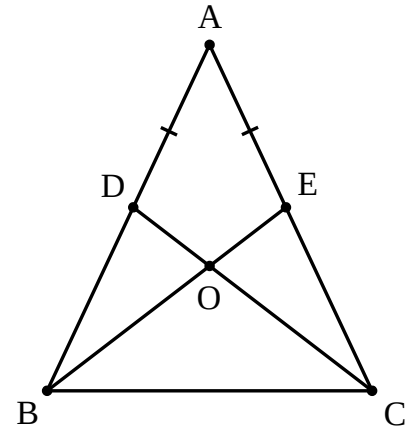
Bài 7: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Phân giác $\angle A$ cắt BC tại D. Vẽ $BE \perp AD$ tại E. Tia BE cắt AC tại F.

- Chứng minh $AB = AF$.
- Qua F vẽ đường thẳng song song với BC, cắt AE tại H. Lấy điểm K nằm giữa D và C sao cho $FH = DK$. Chứng minh $DH = KF$ và $DH \parallel KF$.
- Chứng minh $\angle ABC > \angle C$.

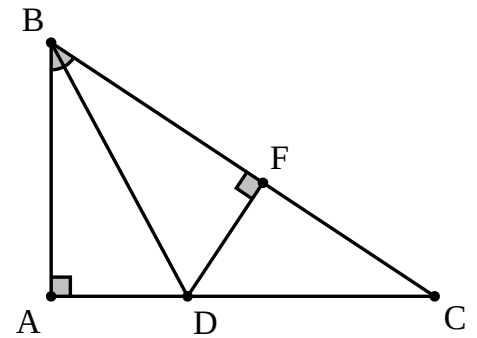


Bài 8: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Trên các cạnh AB, AC lấy lần lượt các điểm D và E sao cho $AD = AE$. Gọi O là giao điểm của BE và CD . Chứng minh rằng:

- $\angle ABE = \angle ACD$.
- $OD = OE, OB = OC$.

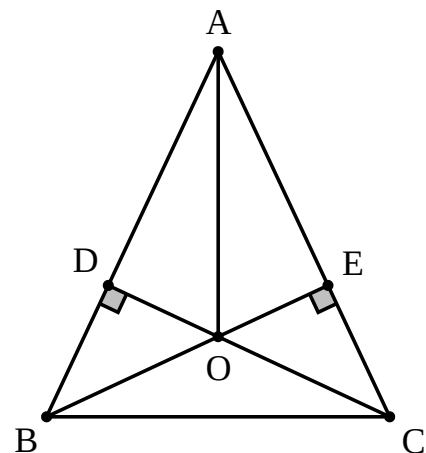


Bài 9: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Tia phân giác góc B cắt AC ở D , kẻ $DE \perp BC$. Chứng minh rằng: $AB = BE$.



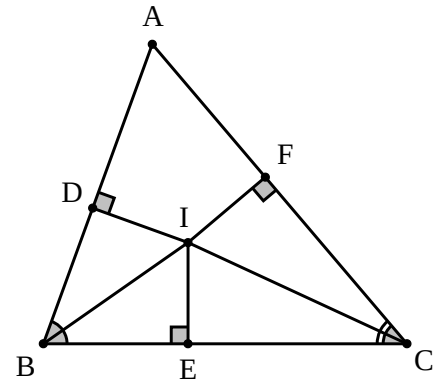
Bài 10: Cho $\triangle ABC, (\angle A < 90^\circ)$, $AB = AC$. Kẻ $CE \perp AB, (E \in AB)$. Kẻ $BD \perp AC, (D \in AC)$. Gọi O là giao điểm của BD và CE . Chứng minh rằng:

- $BD = CE$.
- $OE = OD$ và $OB = OC$.
- OA là tia phân giác $\angle BAC$.



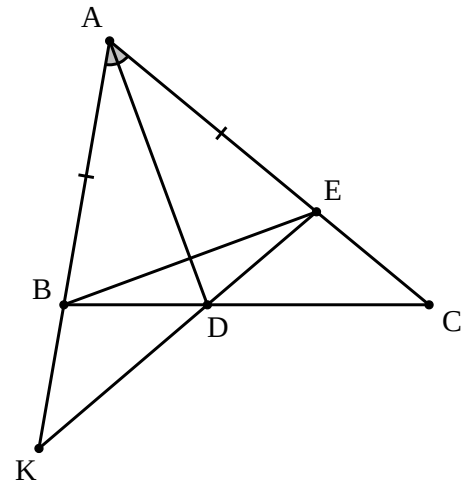
Bài 11: Cho $\triangle ABC$, các tia phân giác $\angle B$ và $\angle C$ cắt nhau ở I. Vẽ $ID \perp AB, (D \in AB)$ Vẽ $IE \perp BC, (E \in BC)$ Vẽ $IF \perp AC, (F \in AC)$.

Chứng minh rằng: $ID = IE = IF$.



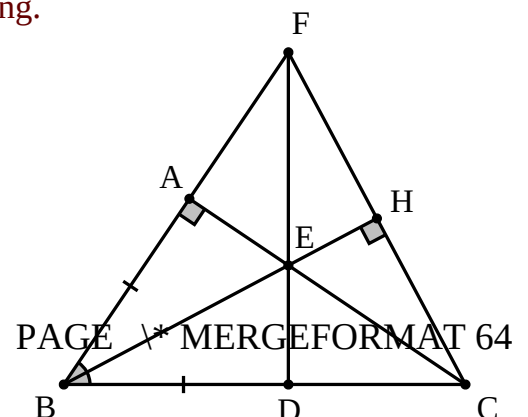
Bài 12: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$ và tia phân giác $\angle A$ cắt BC tại D. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$.

- Chứng minh $DB = DE$.
- $\triangle ABC$ cần thêm điều kiện gì để $DE \perp AC$.
- Gọi K là giao điểm của AB và ED. Chứng minh $\angle KAE = \angle ACB$.
- Chứng minh $\triangle KBE = \triangle CEB$.



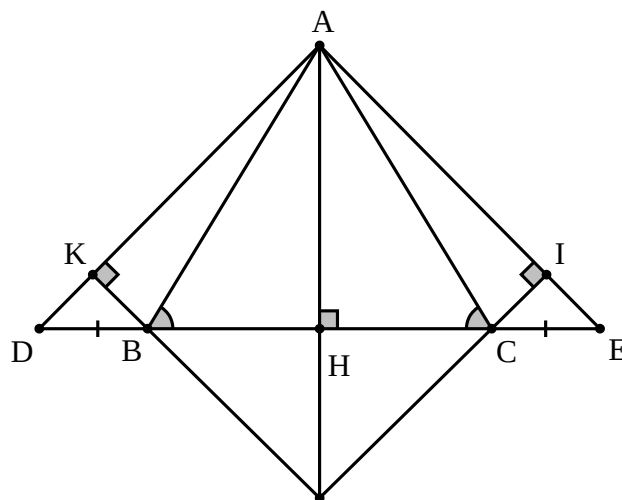
Bài 13: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $\angle B = 53^\circ$.

- Tính $\angle C$.
- Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = BA$. Tia phân giác $\angle B$ cắt AC tại E. Chứng minh $\triangle BEA = \triangle BED$.
- Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với BE tại H, CH cắt AB tại F. Chứng minh $BF = BC$.
- Chứng minh $\triangle BAC = \triangle BDF$ và D, E, F thẳng hàng.



Bài 20: Cho $\triangle ABC$ có $\angle B = \angle C$. Kẻ $AH \perp BC, (H \in BC)$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Chứng minh rằng:

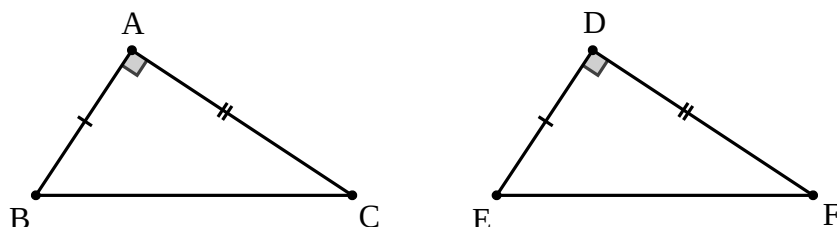
- $AB = AC$.
- $\triangle ABD = \triangle ACE$.
- $\triangle ACD = \triangle ABE$.
- AH là tia phân giác của $\angle DAE$.
- Kẻ $BK \perp AD, CI \perp AE$. Chứng minh rằng AH, BK, CI cùng đi qua 1 điểm.



Bài 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG.

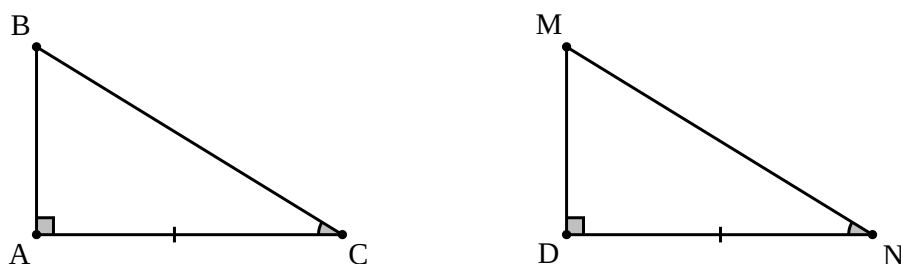
1. BA TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG.

. Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



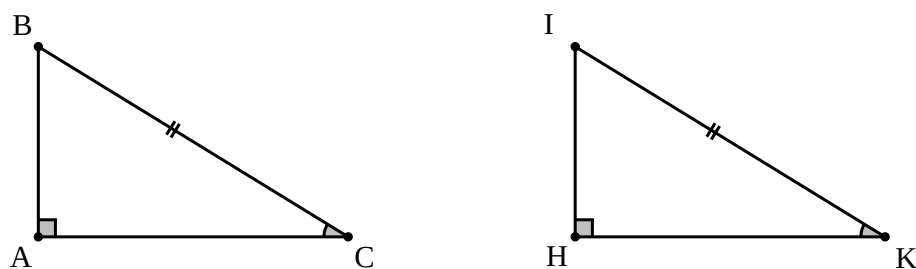
$$\triangle ABC = \triangle DEF \text{ (c.g.c)}$$

. Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề với cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



$$\triangle ABC = \triangle DMN \text{ (g.c.g)}$$

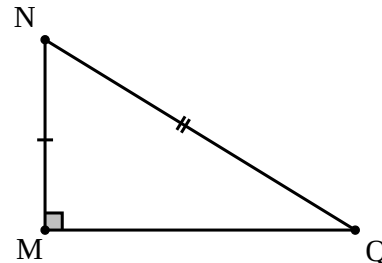
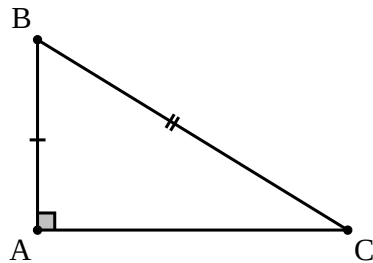
. Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



$$\triangle ABC = \triangle HIK \text{ (cạnh huyền – góc nhọn)}$$

2. TRƯỜNG HỢP ĐẶC BIỆT CỦA TAM GIÁC VUÔNG.

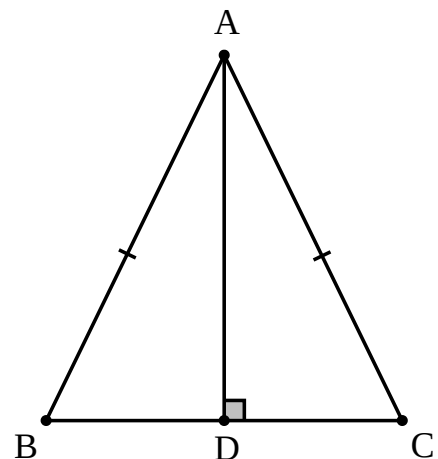
. Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông ấy bằng nhau.



$$\triangle ABC = \triangle MNQ \quad (\text{cạnh huyền – cạnh góc vuông})$$

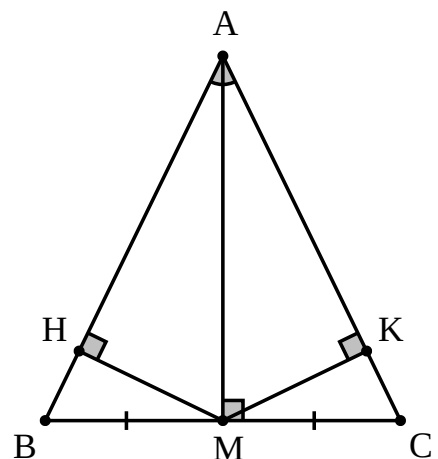
BÀI TẬP VẬN DỤNG.

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Kẻ $AD \perp BC$. Chứng minh AD là tia phân giác của $\angle A$.



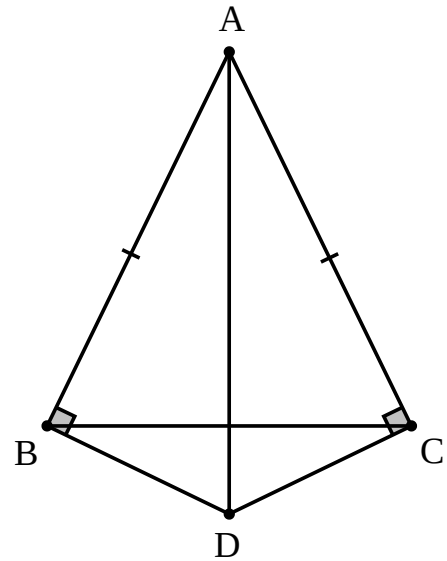
Bài 2: Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm của BC , AM là tia phân giác $\angle A$. Kẻ $MH \perp AB$ và $MK \perp AC$. Chứng minh:

- $MH = MK$.
- $\angle B = \angle C$.

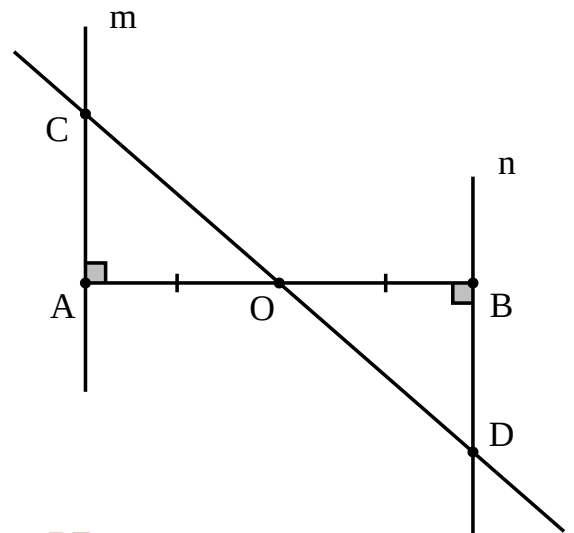


Bài 3: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB, Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AC, chúng cắt nhau tại D.

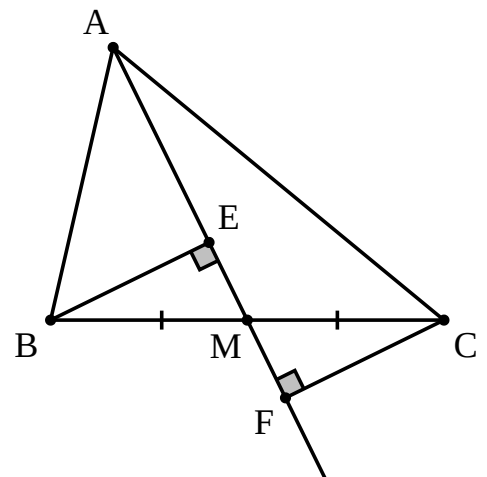
- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$.
- Chứng minh AD là tia phân giác $\angle A$.
- Chứng minh AD là trung trực của BC.



Bài 4: Cho đoạn thẳng AB, Qua A vẽ đường thẳng $m \perp AB$, Qua B vẽ đường thẳng $n \perp AB$. Qua trung điểm O của AB vẽ một đường thẳng cắt m ở C và cắt n ở D. So sánh OC và OD.

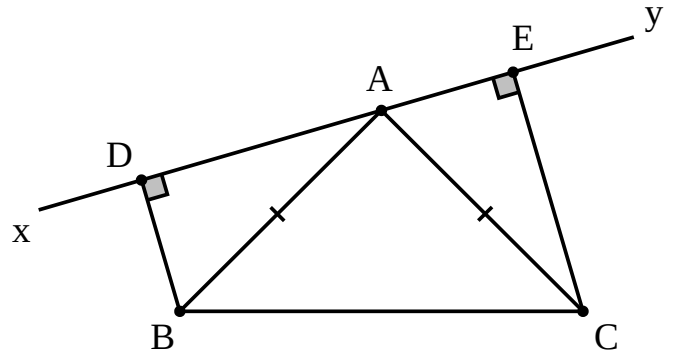


Bài 5: Cho $\triangle ABC$ Tia Ax đi qua trung điểm M của BC, Kẻ BE và CF vuông góc với Ax, ($E \in Ax, F \in Ax$). So sánh BE và CF.



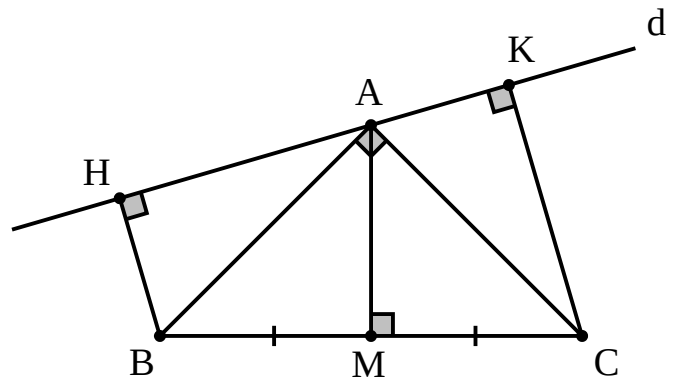
Bài 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = AC$. Qua A kẻ đường thẳng xy (B, C cùng phía đối với xy). Kẻ $BD \perp xy, CE \perp xy$. Chứng minh rằng:

- $\triangle BAD = \triangle ACE$.
- $DE = DB + CE$.



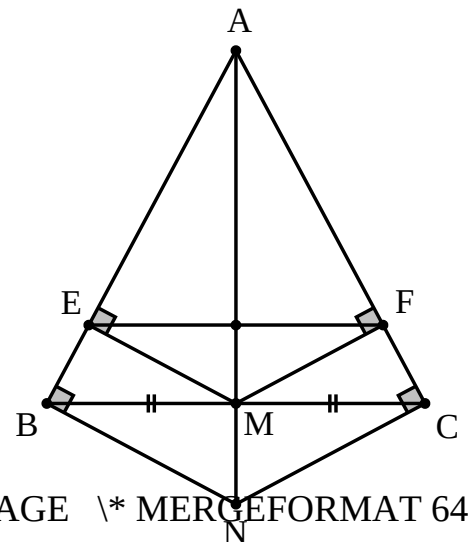
Bài 7: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Gọi M là trung điểm của BC và $AM \perp BC$.

- Chứng minh $AB = AC$.
- Qua A kẻ đường thẳng (d) sao cho B và C nằm cùng phía với (d) .
Kẻ $BH \perp (d)$ tại H, Kẻ $CK \perp (d)$ tại K. Chứng minh $\triangle AHB = \triangle ACK$.



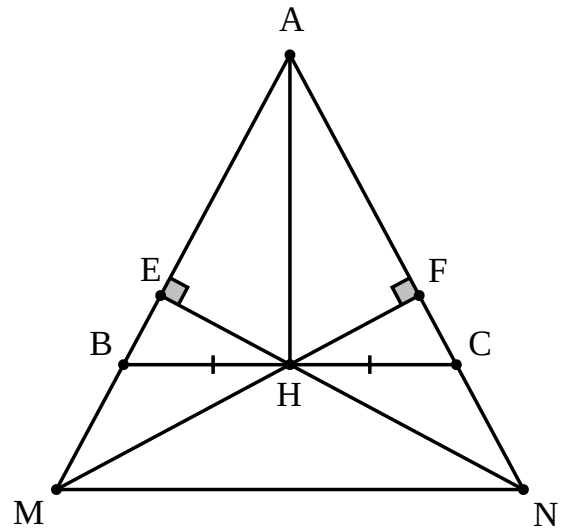
Bài 8: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. M là trung điểm của BC.

- Chứng minh $\triangle AMB = \triangle AMC$.
- Từ M kẻ $ME \perp AB$ và $MF \perp AC$. Chứng minh $AE = AF$.
- Chứng minh $EF \parallel BC$.
- Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AB. Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC. Hai đường thẳng này cắt nhau tại N. Chứng minh A, M, N thẳng hàng.



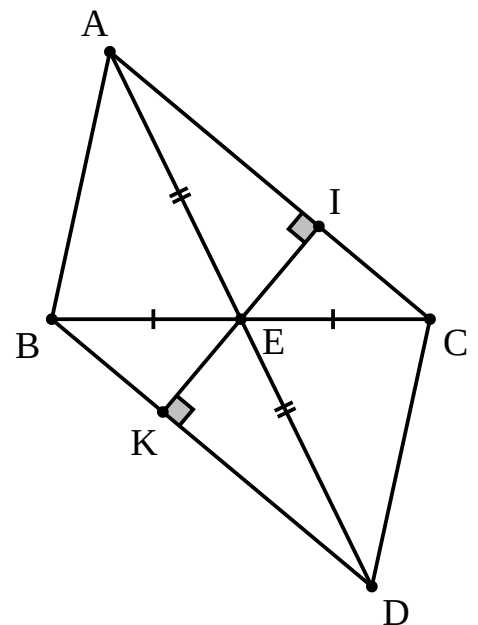
Bài 9: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB = AC$. H là trung điểm của BC. Từ H kẻ HE vuông góc với AB tại E, HF vuông góc với AC tại F.

- Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$.
- Chứng minh rằng $\triangle AHE = \triangle AHF$.
- Gọi M là giao điểm của AB với HF, N là giao điểm của AC và HE.
Chứng minh $ME = NF, MF = NE$.



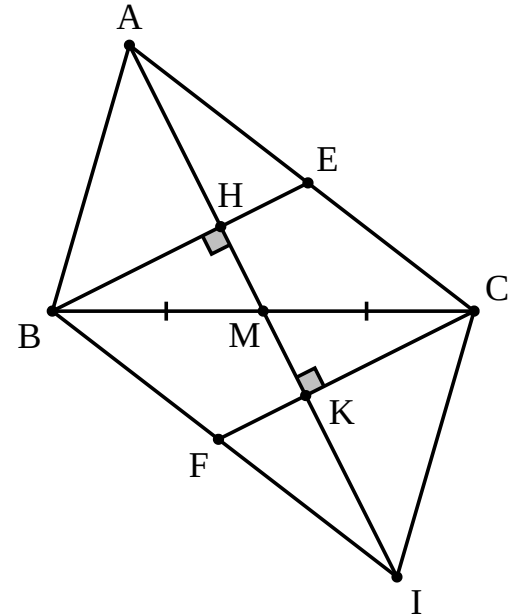
Bài 10: Cho $\triangle ABC$, E là trung điểm của BC. Lấy D thuộc tia đối của tia EA sao cho $ED = EA$.

- Chứng minh rằng $\triangle AEB = \triangle DEC$.
- Chứng minh rằng $AC \parallel BD$.
- Kẻ $EI \perp AC$ (I thuộc AC), $EK \perp BD$ (K thuộc BD). Chứng minh $\triangle AIE = \triangle DKE$.
- Chứng minh ba điểm I, E, K thẳng hàng.



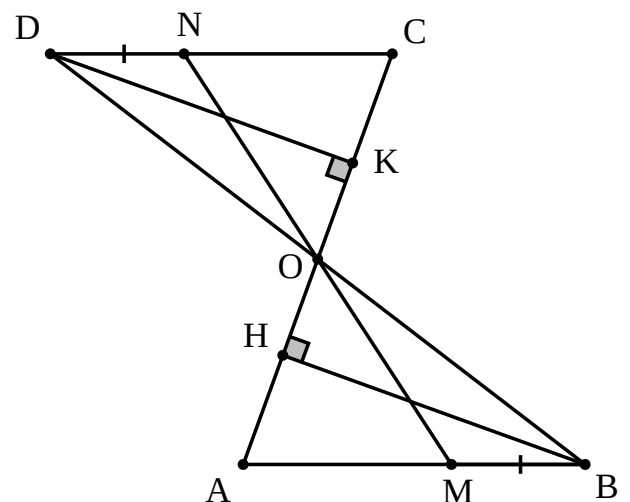
Bài 11: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm I sao cho $MA = MI$.

- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ICM$.
- Chứng minh $AB \parallel IC$.
- Kẻ BH và CK vuông góc với AI. Chứng minh $BH = CK$.
- BH cắt AC tại E, CK cắt BI tại F. Chứng minh ba điểm E, M, F thẳng hàng.



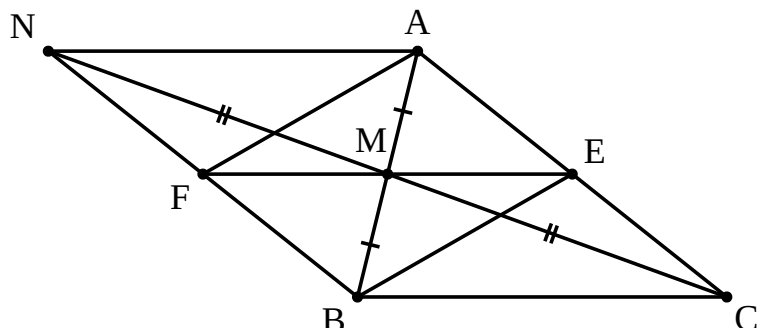
Bài 12: Cho $\triangle AOB$ nhọn. Trên tia đối của tia OA lấy điểm C sao cho $OC = OA$. Trên tia đối của tia OB lấy điểm D sao cho $OD = OB$.

- Chứng minh $\triangle OAB = \triangle OCD$.
- Từ B kẻ $BH \perp AC$, Từ D kẻ DK vuông góc với AC. Chứng minh $BH = DK$.
- Trên tia AB lấy điểm M, trên tia DC lấy điểm N sao cho $BM = DN$. Chứng minh rằng 3 điểm M, O, N thẳng hàng.



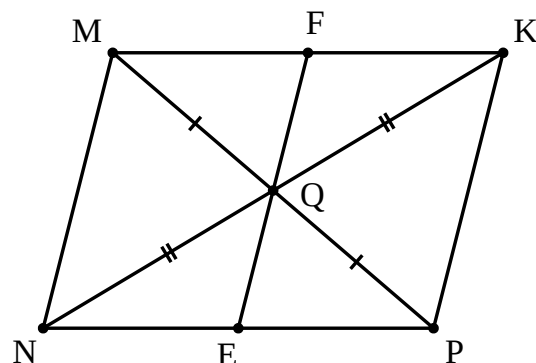
Bài 13: Cho $\triangle ABC$ nhọn và $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia MC lấy điểm N sao cho $MN = BC$.

- Chứng minh $\triangle AMN = \triangle BMC$ và $AC \parallel BN$.
- Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC, NB. Chứng minh $AF = BE$.
- Chứng minh M là trung điểm của EF.



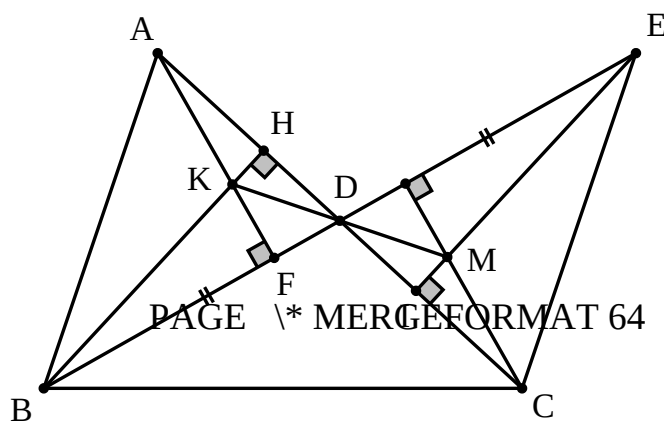
Bài 14: Cho $\triangle MNP$ nhọn. Có Q là trung điểm của MP. Trên tia đối của tia QN lấy điểm K sao cho $QK = QN$.

- Chứng minh rằng $\triangle MNQ = \triangle PKQ$.
- Chứng minh rằng $MN \parallel KP$.
- Gọi E là trung điểm của đoạn NP, đường thẳng EQ cắt MK tại F. Chứng minh rằng: F là trung điểm của MK.



Bài 15: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Gọi D là trung điểm của cạnh AC. Trên tia đối của tia DB lấy điểm E sao cho $DE = DB$.

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle CED$ suy ra $AB \parallel CE$.
- Kẻ $AF \perp BD$ tại F và $CG \perp DE$ tại G. Chứng minh $AF \parallel CG$ và $DF = DG$.
- Kẻ $BH \perp AD$ tại H và $EI \perp DC$ tại I. Đoạn BH cắt AF tại K. Đoạn CG cắt EI tại M. Chứng minh ba điểm K, D, M thẳng hàng.

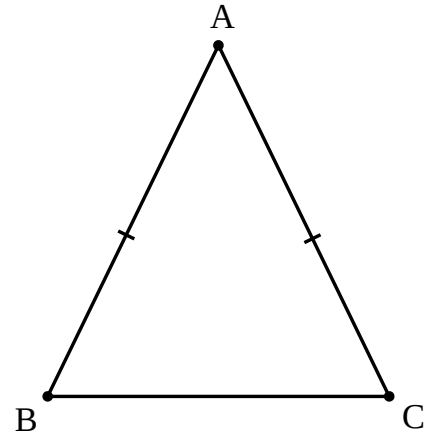


Bài 16. TAM GIÁC CÂN ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG.

1. TAM GIÁC CÂN VÀ TÍNH CHẤT.

. Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

$\triangle ABC$ có $AB = AC$ nên gọi là tam giác cân tại A.
Khi đó AB và AC gọi là hai cạnh bên, BC là cạnh đáy.
 $\angle B, \angle C$ là hai góc ở đáy, $\angle A$ là góc ở đỉnh.

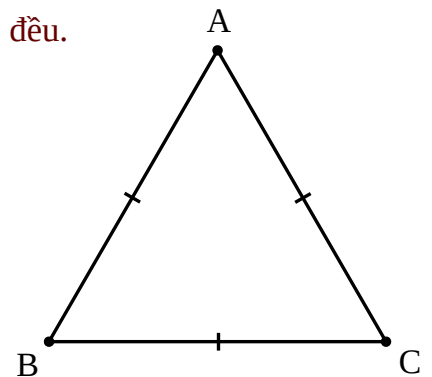


. Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau. Ngược lại một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

Chú ý:

- . Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau hoặc ba góc bằng nhau.
- . Tam giác cân có 1 góc bằng 60° thì tam giác ấy là tam giác đều.

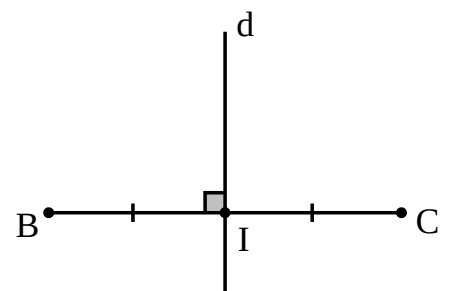
$\triangle ABC$ có $AB = BC = CA$ nên là tam giác đều.



2. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG.

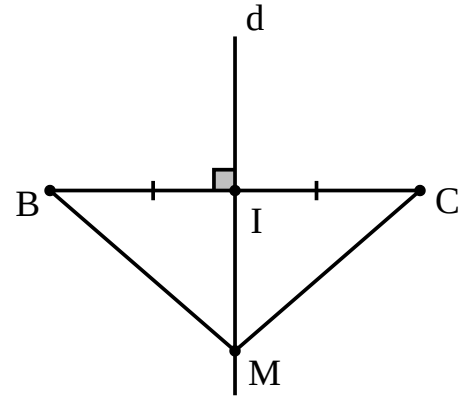
. Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó gọi là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

Đường thẳng d đi qua trung điểm I và $d \perp BC$
Nên d là trung trực của BC.



. Điểm nằm trên đường trung trực thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.

Điểm M nằm trên đường thẳng d nên $MB = MC$.

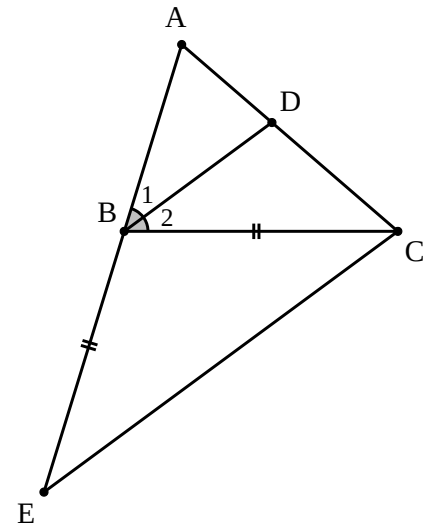


Chú ý:

. Điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

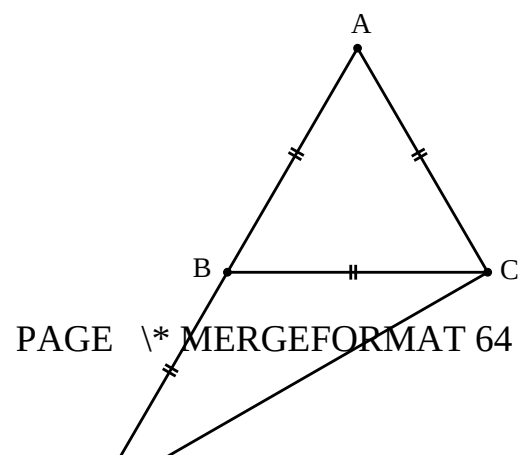
BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Cho $\triangle ABC$. Tia phân giác $\angle B$ cắt AC ở D, Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BC$. Chứng minh rằng: $BD \parallel EC$.



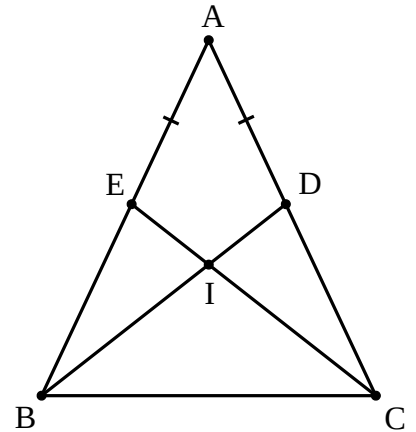
Bài 2: Cho $\triangle ABC$ đều, trên tia AB lấy điểm D sao cho B là trung điểm của AD.

- Chứng minh $\triangle BCD$ cân.
- Tính các góc của $\triangle BCD$.



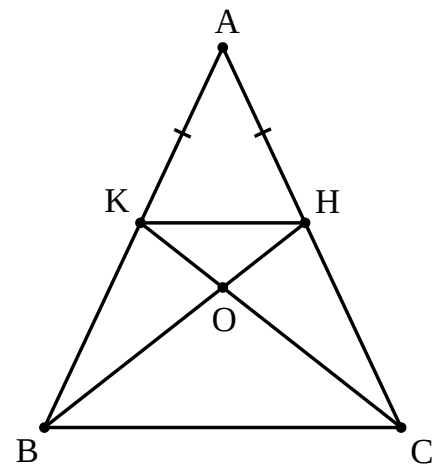
Bài 3: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, lấy điểm D thuộc AC, E thuộc AB sao cho $AD = AE$.

- So sánh $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$.
- Gọi I là giao điểm của BD và CE. Khi đó $\triangle IBC$ là tam giác gì? Vì sao?



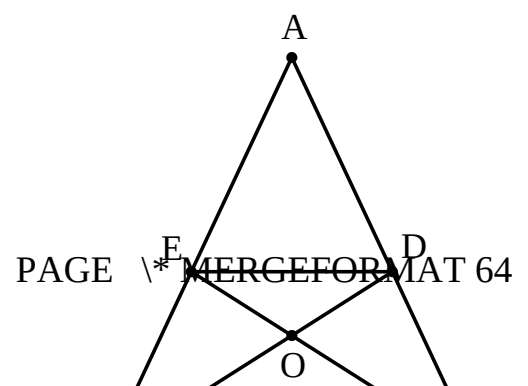
Bài 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, lấy điểm H trên AC, điểm K trên AB sao cho $AH = AK$. Gọi O là giao điểm của BH và CK.

- Chứng minh rằng: $\triangle OBC$ là tam giác cân.
- Chứng minh $KH \parallel BC$.



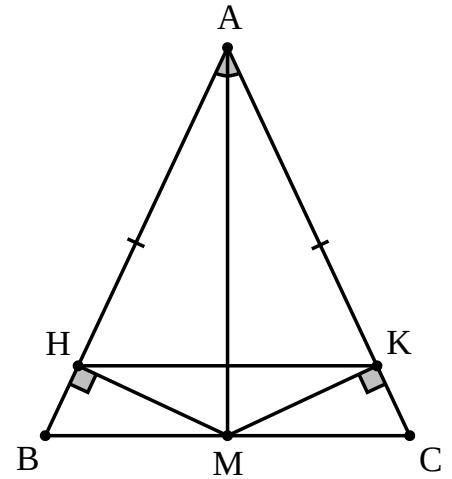
Bài 5: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Tia phân giác của $\angle B, \angle C$ cắt cạnh AC, AB lần lượt ở D và E. Chứng minh rằng:

- $\triangle AED$ cân tại A.
- $DE \parallel BC$.
- $BE = ED = DC$.



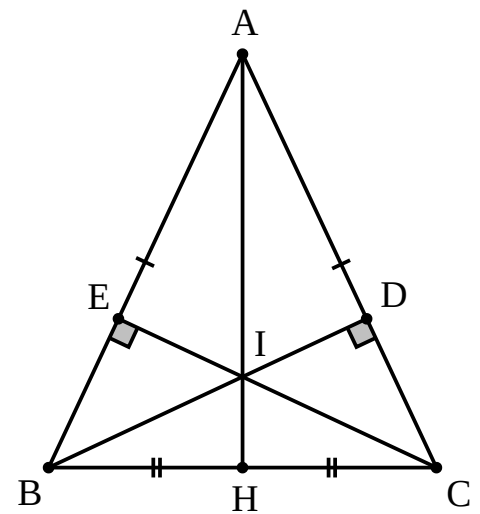
Bài 6: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Tia phân giác $\angle BAC$ cắt BC tại M. Đường thẳng qua M và vuông góc với AB cắt AB tại H. Đường thẳng qua M và vuông góc với AC cắt AC tại K.

- Chứng minh rằng: $\triangle AMB = \triangle AMC$.
- Chứng minh $\triangle AHM = \triangle AKM$ Từ đó so sánh hai đoạn thẳng AH và AK.
- Chứng minh $HK \perp AM$.



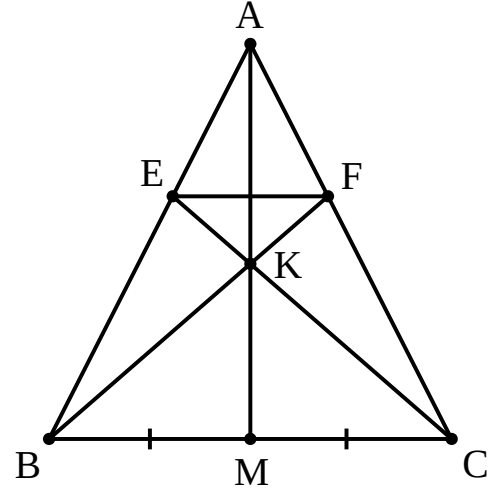
Bài 7: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, vẽ $BD \perp AC$ tại D, $CE \perp AB$ tại E. Gọi I là giao điểm của BD và CE.

- Chứng minh $BD = CE$ và $EI = DI$.
- Gọi H là trung điểm của BC.
Chứng minh ba điểm A, I, H thẳng hàng.



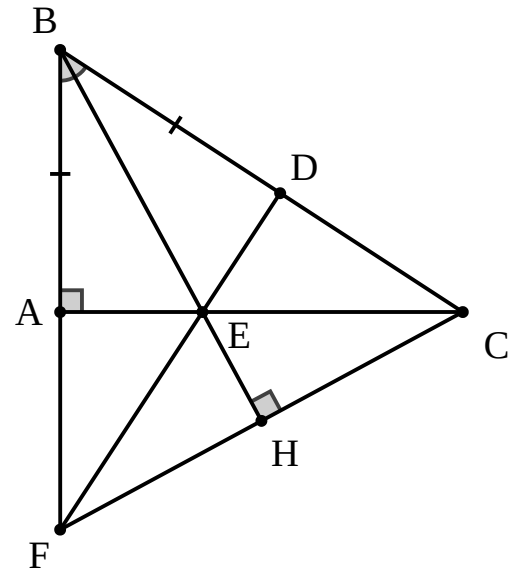
Bài 7: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC.

- Chứng minh rằng: $\triangle ABM = \triangle ACM$.
- Trên cạnh AM lấy điểm K bất kỳ. Chứng minh rằng: $KB = KC$.
- Tia BK cắt cạnh AC tại F, tia CK cắt cạnh AB tại E. Chứng minh $EF \parallel BC$.



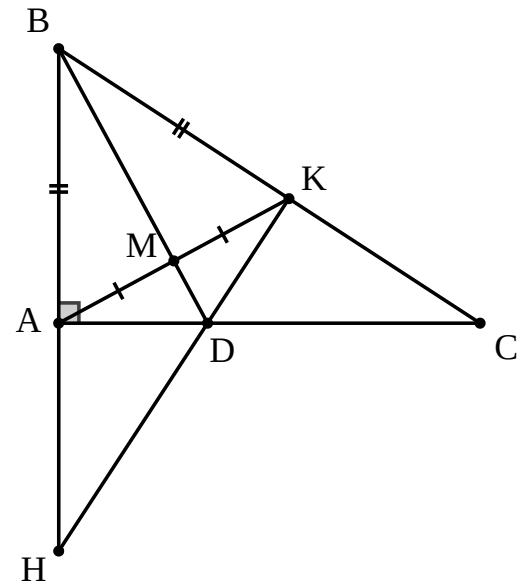
Bài 8: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = BA$. Tia phân giác của $\angle B$ cắt cạnh AC ở E.

- Chứng minh $\triangle BEA = \triangle BED$
- Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với BE tại H. CH cắt đường thẳng AB tại F.
Chứng minh $BF = BC$
- Chứng minh $\triangle BAC = \triangle BDF$ và D, E, F thẳng hàng.



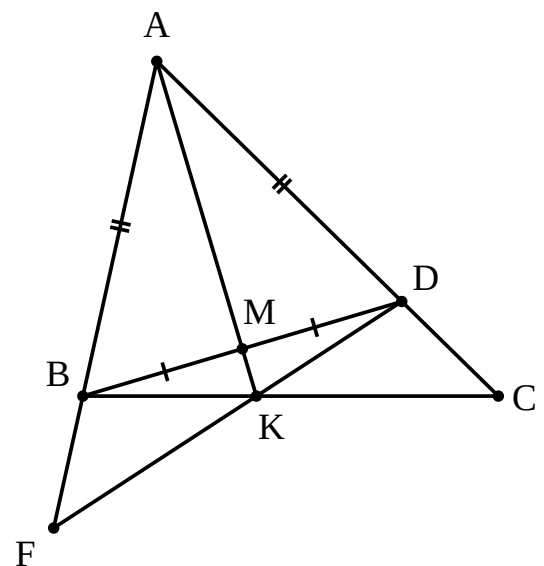
Bài 9: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Trên cạnh BC lấy điểm K sao cho $BK = BA$. M là trung điểm của AK.

- Chứng minh rằng: $\triangle AMB = \triangle KMB$.
- Đường thẳng BM cắt đường thẳng AC tại D. Chứng minh DK vuông góc với BC.
- Trên tia đối của tia AB lấy điểm H sao cho $AH = KC$. Chứng minh H, D, K thẳng hàng.



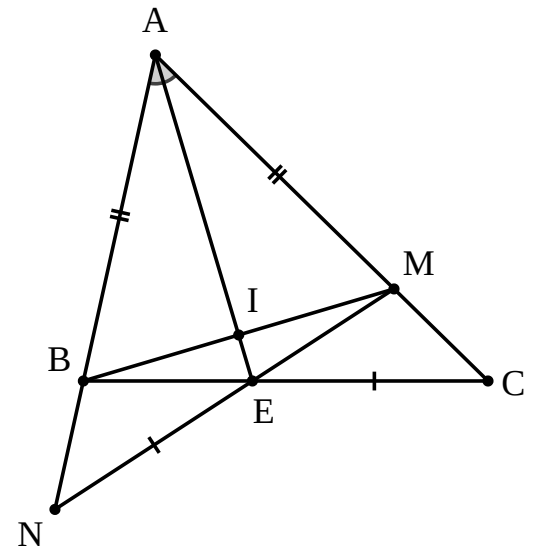
Bài 10: Cho $\triangle ABC$, ($AB < AC$). Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$. Gọi M là trung điểm của cạnh BD.

- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ADM$.
- Chứng minh $AM \perp BD$.
- Tia AM cắt cạnh BC tại K. Chứng minh $\angle ABK = \angle ADK$.
- Trên tia đối của tia BA lấy điểm F sao cho $BF = DC$. Chứng minh ba điểm F, K, D thẳng hàng.



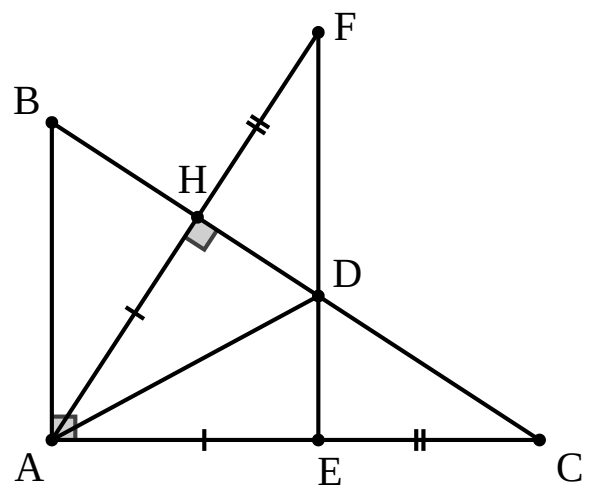
Bài 11: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. AE là tia phân giác $\angle BAC$, ($E \in BC$). Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$.

- Chứng minh $\triangle ABE = \triangle AME$.
- AE cắt BM tại I . Chứng minh I là trung điểm của BM .
- Trên tia đối của tia EM lấy điểm N sao cho $EN = EC$. Chứng minh $\triangle ENB = \triangle ECM$.
- Chứng minh ba điểm A, B, N thẳng hàng.

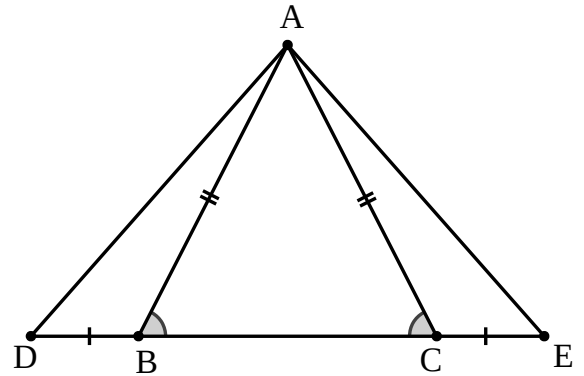


Bài 12: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC) và tia phân giác AD của $\angle HAC$ (D thuộc BC)

- Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AH$.
Chứng minh rằng $\triangle ADH = \triangle ADE$ và $DE \perp AC$.
- Trên tia đối của tia HA lấy điểm F sao cho $HF = EC$. Chứng minh F, D, E thẳng hàng.

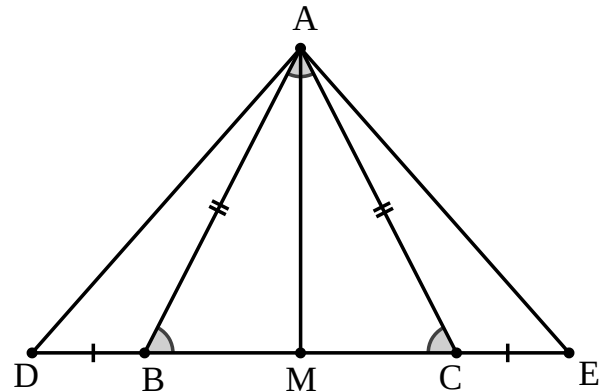


Bài 13: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Chứng minh $\triangle ADE$ là tam giác cân.



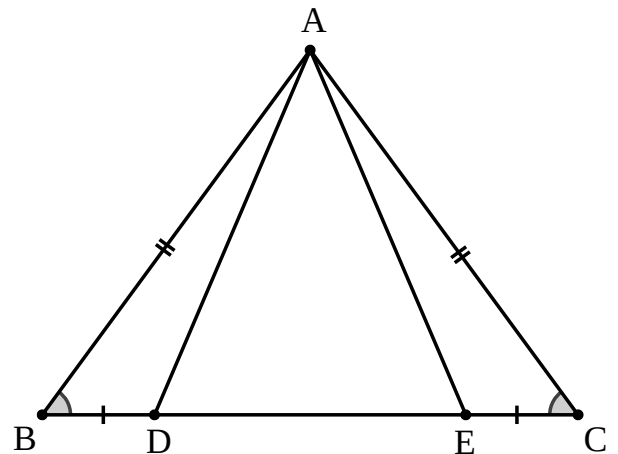
Bài 14: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, AM là tia phân giác của góc A (M thuộc BC). Trên tia đối của tia BC lấy điểm D. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Chứng minh rằng:

- $\triangle ABM = \triangle ACM$.
- $AM \perp BC$.
- $\angle ADC = \angle AEB$.



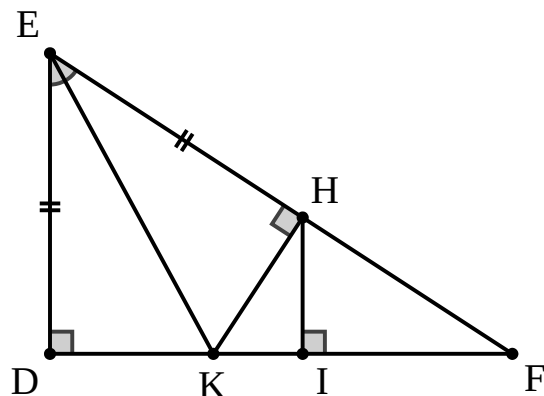
Bài 15: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Trên cạnh BC lấy 2 điểm D và E sao cho $BD = CE$. Nối AD và AE.

- Chứng minh $\triangle ADE$ cân.
- Chứng minh $\triangle ABE = \triangle ACD$.



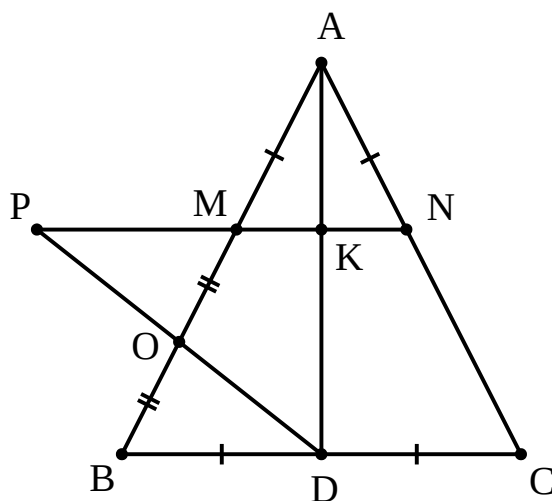
Bài 16: Cho $\triangle DEF$ vuông tại D, EK là tia phân giác của $\widehat{DEF}$, ($K \in DF$). Trên tia EF lấy điểm H sao cho $EH = ED$.

- Chứng minh $\triangle EDK = \triangle EHK$, từ đó suy ra $KH \perp EF$.
- Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với DF nó cắt DF tại I. Chứng minh $HI \parallel ED$.



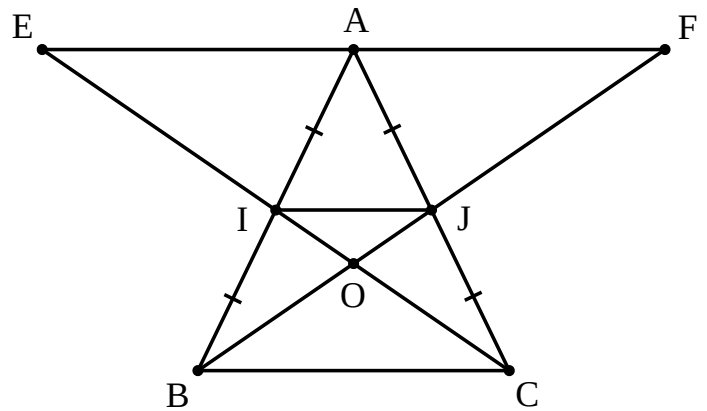
Bài 17: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, gọi D là trung điểm của BC.

- Chứng minh rằng: $\triangle ADB = \triangle ADC$ từ đó suy ra AD là tia phân giác $\widehat{BAC}$.
- Chứng minh $AD \perp BC$.
- Trên cạnh AB và AC lấy lần lượt hai điểm M, N sao cho $AM = AN$. Gọi K là giao điểm của AD và MN. Chứng minh $AD \perp MN$.
- Gọi O là trung điểm của BM, trên tia đối của tia OD lấy điểm P sao cho $OD = OP$. Chứng minh P, M, N thẳng hàng.



Bài 18: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và AC.

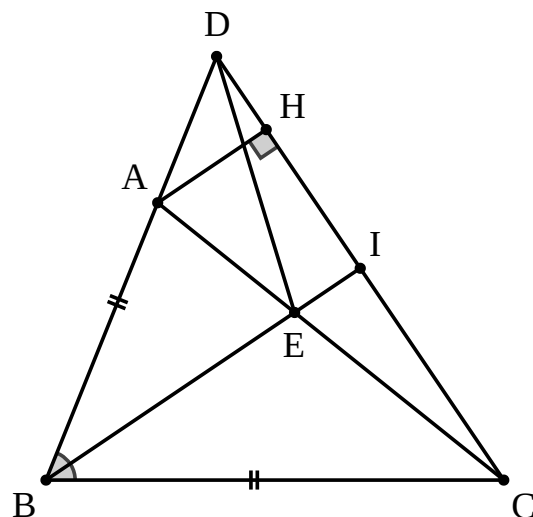
- Chứng minh $\triangle ABJ = \triangle ACI$.
- Gọi O là giao điểm của BJ và CI. Chứng minh $\triangle OBC$ có hai góc bằng nhau.
- Chứng minh $IJ \parallel BC$.
- Lấy điểm E và F sao cho I và J lần lượt là trung điểm của CE và BF.
Chứng minh A là trung điểm của EF.



ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG.

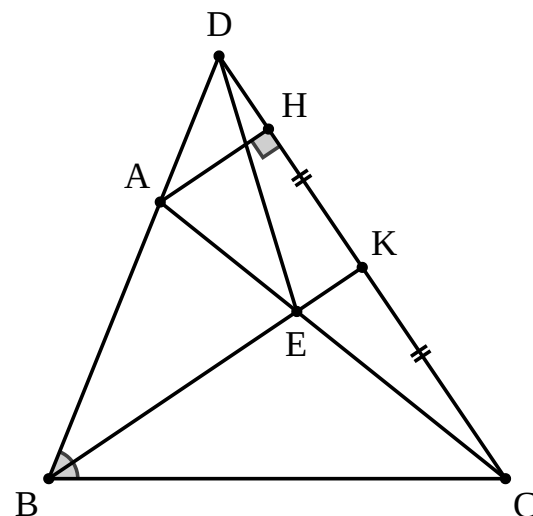
Bài 1: Cho $\triangle ABC$ có $AB < BC$. Trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Tia phân giác $\angle B$ cắt AC và DC lần lượt tại E và I.

- Chứng minh rằng $\triangle BEC = \triangle BED$.
- Chứng minh $ID = IC$.
- Từ A kẻ $AH \perp DC$ tại H. Chứng minh $AH \parallel BI$.



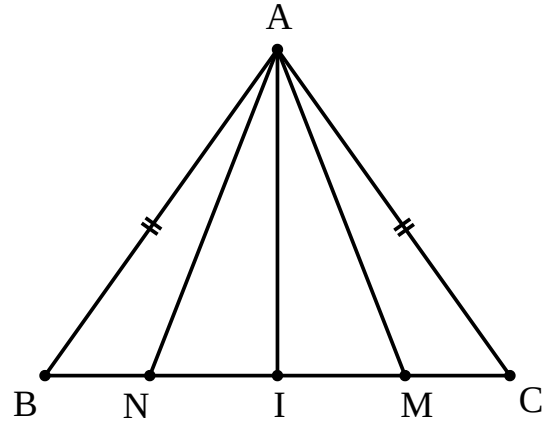
Bài 2: Cho $\triangle ABC$ có $AB < BC$. Trên tia BA lấy điểm D sao cho $BC = BD$. Tia phân giác $\angle B$ cắt AC ở E. Gọi K là trung điểm của DC.

- Chứng minh $\triangle BED = \triangle BEC$.
- Chứng minh $EK \perp DC$.
- Chứng minh B, K, E thẳng hàng.
- Kẻ $AH \perp DC, (H \in DC)$. $\triangle ABC$ cần thêm điều kiện gì để $\angle BAH = 45^\circ$.



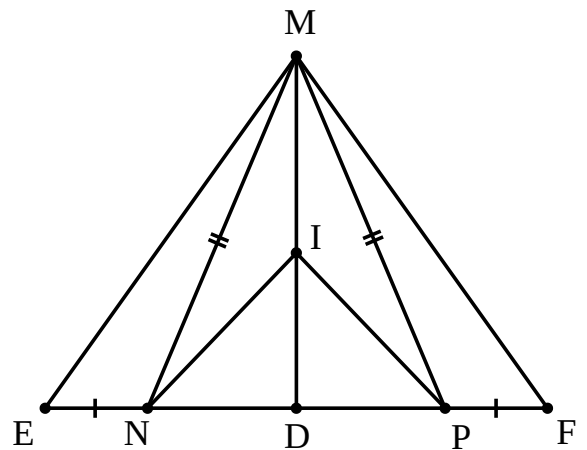
Bài 3: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Lấy điểm I là trung điểm của BC. Trên tia BC lấy điểm N, trên tia CB lấy điểm M sao cho $CN = BM$. Chứng minh:

- $\angle ABI = \angle ACI$ và AI là tia phân giác của góc $\angle BAC$.
- $AM = AN$.
- $AI \perp BC$.
- AI là đường trung trực của MN.



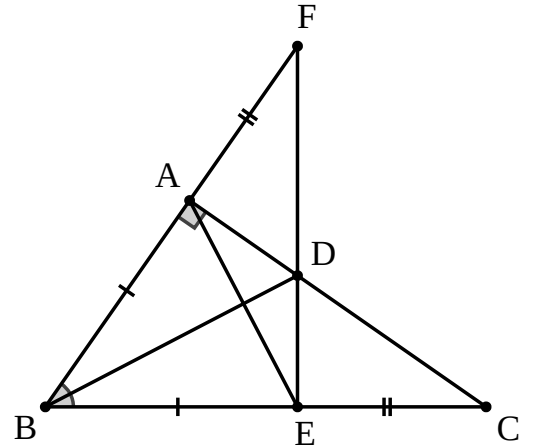
Bài 4: Cho $\triangle MNP$ có cân tại M. Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng NP.

- Chứng minh rằng $\triangle MND = \triangle MPD$, Từ đó suy ra $MD \perp NP$.
- Trên tia đối của tia NP lấy điểm E và trên tia đối của tia PN lấy điểm F sao cho $NE = PF$. Chứng minh rằng $ME = MF$.
- Lấy điểm I bên trong $\triangle MNP$ sao cho $IN = IP$. Chứng minh M, I, D thẳng hàng.



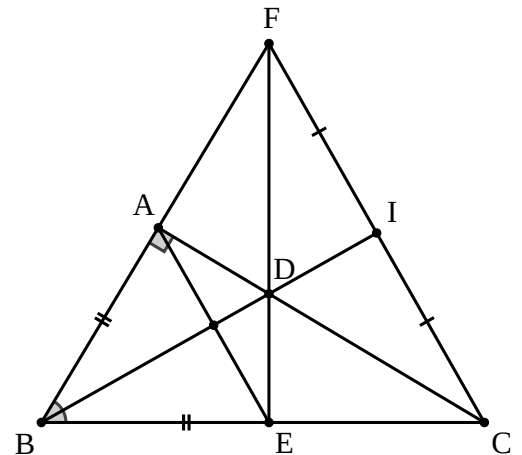
Bài 5: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Kẻ BD là tia phân giác của $\angle ABC$ (D thuộc AC). Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$.

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$.
- Chứng minh $DE = AD$ và $DE \perp BC$.
- Chứng minh BD là đường trung trực của AE.
- Trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho $AF = CE$. Chứng minh ba điểm F, D, E thẳng hàng.



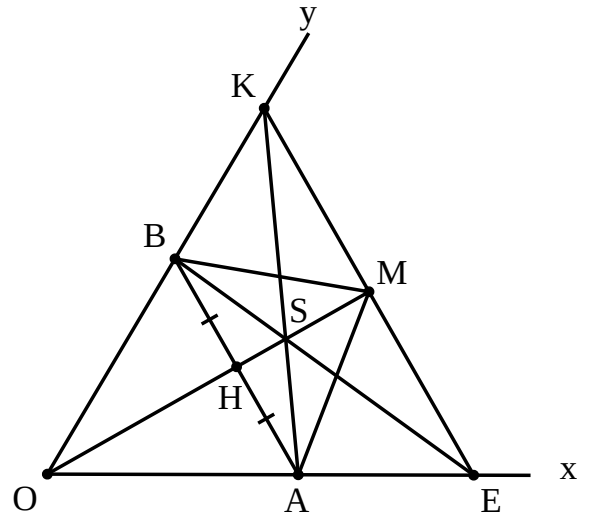
Bài 6: Cho $\triangle ABC$ có $\angle A = 90^\circ$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Tia phân giác của $\angle B$ cắt AC tại D.

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$ và $DE \perp BC$.
- Gọi F là giao điểm của AB và DE. Chứng minh $AF = CE$.
- Gọi I là trung điểm của CF. Chứng minh ba điểm B, D, I thẳng hàng.
- Chứng minh $\angle BAE = \angle EAC + \angle ECA$.



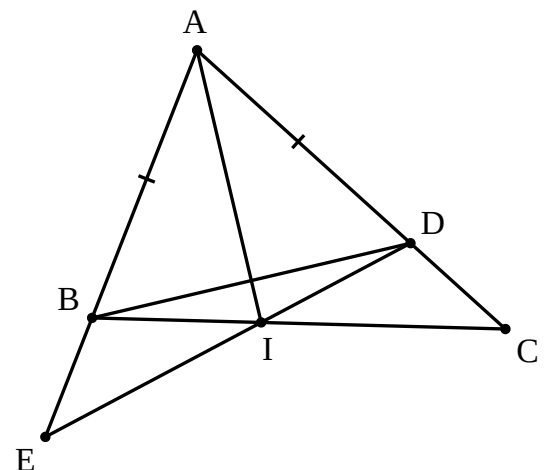
Bài 7: Cho góc nhọn $\angle xOy > 50^\circ$. Lấy điểm A trên tia Ox (A khác O) và điểm B trên tia Oy sao cho $OA = OB$. Gọi H là trung điểm của đoạn AB.

- Chứng minh $\triangle OAH = \triangle OBH$.
- Trên tia OH lấy điểm M sao cho $OM > OH$. Chứng minh $AM = MB$.
- Qua M kẻ đường thẳng song song với AB cắt Ox tại E và Oy tại K.
Chứng minh $OH \perp EK$ và OM là đường trung trực của EK.
- Gọi giao điểm của AK với BE là S. Chứng minh OS là tia phân giác của $\angle xOy$.



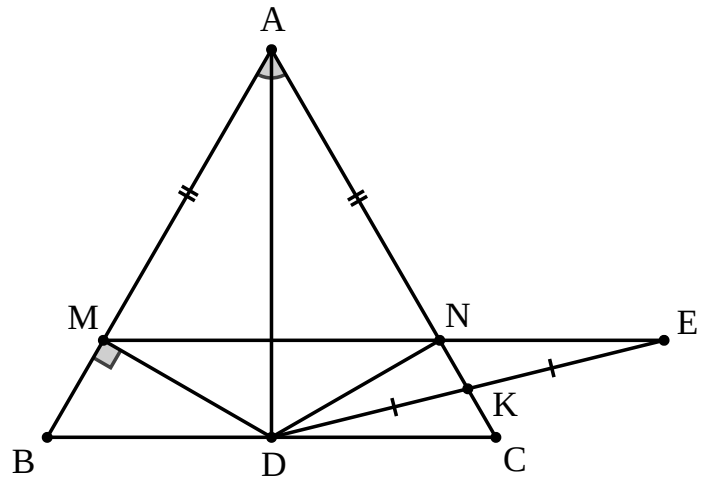
Bài 8: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Tia phân giác $\angle A$ cắt cạnh BC tại I. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$.

- Chứng minh rằng $BI = ID$.
- Tia DI cắt tia AB tại E. Chứng minh $\triangle IBE = \triangle IDC$.
- Chứng minh $BD \parallel EC$.
- Cho $\angle ABC = 2\angle ACB$. Chứng minh $AB + BI = AC$.



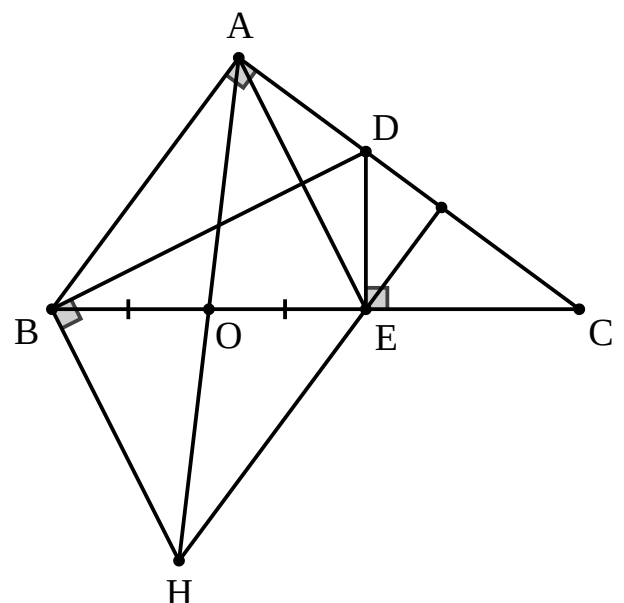
Bài 9: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Vẽ AD là phân giác góc $\widehat{BAC}$, ($D \in BC$).

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$.
- Chứng minh AD là trung trực của BC.
- Vẽ $DM \perp AB$ tại M. trên cạnh AC lấy N sao cho $AN = AM$.
Chứng minh $\triangle ADM = \triangle ADN$ và $DN \perp AC$.
- Gọi K là trung điểm của CN. Trên tia đối của tia KD lấy điểm E sao cho $KE = KD$.
Chứng minh M, N, E thẳng hàng.



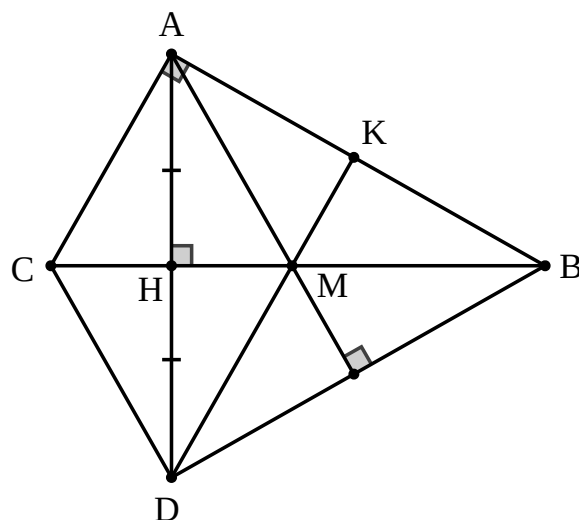
Bài 10: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, BD là phân giác $\widehat{B}$ (D thuộc AC). Kẻ $DE \perp BC$ tại E.

- Chứng minh $BA = BE$.
- Chứng minh BD là đường trung trực của AE.
- Kẻ $Bx \perp BD$ (Bx nằm trên nửa mặt phẳng bờ BD không chứa điểm A), trên tia Bx lấy điểm H sao cho $BH = AE$. Chứng minh $HE \perp AC$.
- O là trung điểm của BE. Chứng minh A, O, H thẳng hàng.



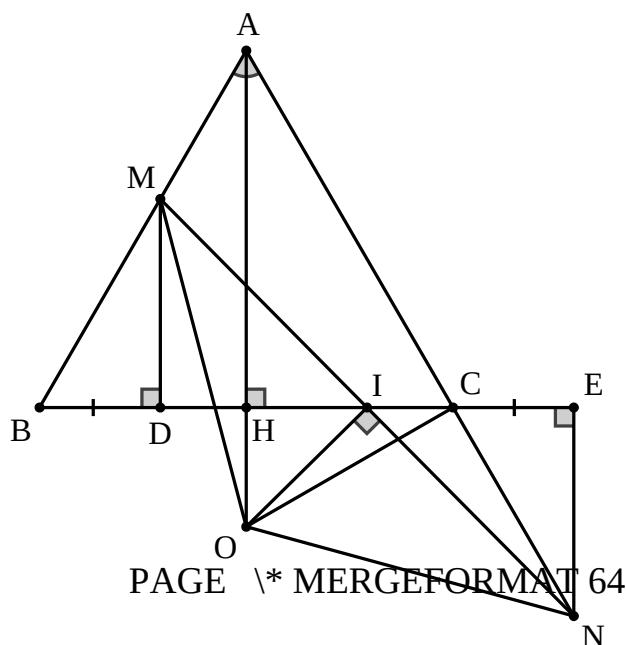
Bài 11: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB > AC$. Kẻ $AH \perp BC$ (H thuộc BC). Lấy điểm D thuộc tia đối của tia HA sao cho $HD = HA$.

- Chứng minh rằng $\triangle CAH = \triangle CDH$ và tia CB là tia phân giác của $\angle ACD$.
- Qua D kẻ một đường thẳng song song với AC cắt BC tại M và cắt AB tại K.
Chứng minh $\triangle CHA = \triangle MHD$ và AD là đường trung trực của CM.
- Kẻ $BN \perp AM$ (N thuộc tia AM). Chứng minh B, N, D thẳng hàng.



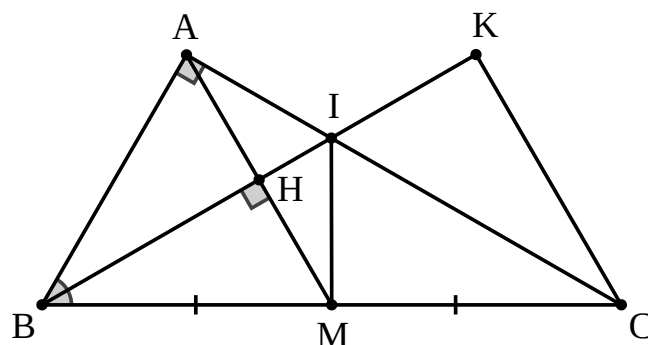
Bài 12: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N. Chứng minh

- $DM = EN$
- Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN.
- Kẻ $AH \perp BC, (H \in BC)$. Đường thẳng vuông góc với MN tại I cắt đường thẳng AH tại O. Chứng minh $\triangle OAB = \triangle OAC$ và $\triangle OBM = \triangle OCN$.
- $OC \perp AC$.



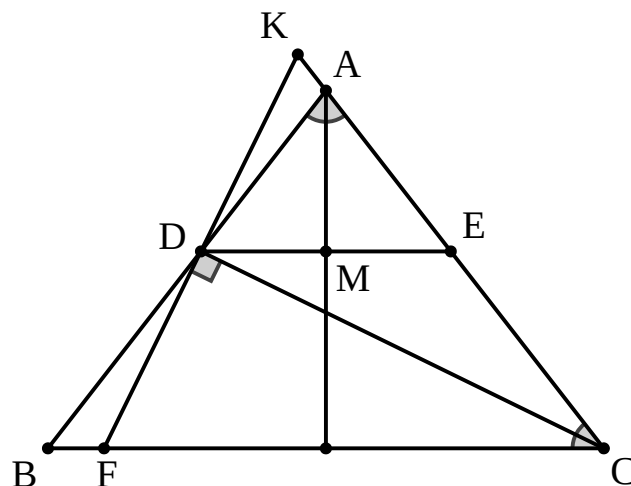
Bài 13: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Gọi M là trung điểm của BC. Phân giác $\angle ABC$ cắt AC tại I. Biết $BI \perp AM$ tại H.

- Chứng minh $IA = IM$.
- Tính các góc của $\triangle BIC$.
- Biết độ dài các cạnh của $\triangle ABC$ là ba số nguyên dương liên tiếp. Tính chu vi của $\triangle ABC$.
- Trên tia đối của tia HB lấy điểm K sao cho $HK = HB$. Chứng minh rằng $\triangle AIB = \triangle KIC$.



Bài 14: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Kẻ tia phân giác CD (D thuộc AB). Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với CD, cắt BC tại F và cắt CA tại K, đường thẳng kẻ qua D và song song với BC cắt AC tại E. Phân giác góc $\angle BAC$ cắt DE tại M. Chứng minh:

- $\triangle CDF = \triangle CDK$.
- $\triangle DEC, \triangle DEK$ là các tam giác cân.
- $CF = 2 \cdot BD$.
- $MD = \frac{1}{4} CF$.



Bài 15: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. AD là tia phân giác của $\angle BAC$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$.

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle AMD$.
- Gọi I là giao điểm của AD và BM . Chứng minh I là trung điểm BM và $AI \perp BM$.
- Gọi K là trung điểm của AM , trên tia đối của tia KB lấy điểm P sao cho $KB = KP$. Chứng minh $MP \parallel AB$.
- Trên tia đối của tia MP lấy điểm E sao cho $MP = ME$. Chứng minh A, I, E thẳng hàng.

