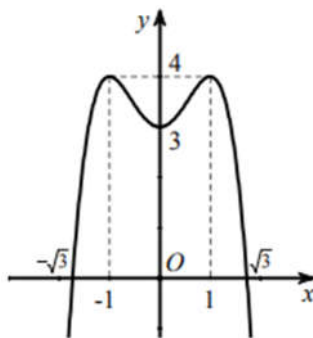


Họ, tên thí sinh:.....Số báo danh:

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	2	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?**A.** $(3; +\infty)$.**B.** $(-\infty; 4)$.**C.** $(2; 4)$.**D.** $(2; +\infty)$.**Lời giải****Chọn A**Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(3; +\infty)$ **Câu 2:** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?**A.** $y = x^3 + 2x + 1$.**B.** $y = \frac{x^4}{4} + x^2$.**C.** $y = x^3 - 2x^2 + 1$.**D.** $y = \frac{2x-1}{x+3}$ **Lời giải****Chọn A**Trong các đáp án, chỉ có hàm số $y = 2x + 1$ có đạo hàm luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó chỉ có $y = 2x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ **Câu 3:** Cho hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.**Lời giải****Chọn A**Hàm trùng phương có hệ số của x^4 nhân với hệ số của x^2 bằng một số dương thì hàm số đó chỉ có một cực trị tại $x = 0$. Hệ số của x^4 âm nên $x = 0$ là cực đại. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ **Câu 4:** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có giá trị cực đại bằng 4

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT hàm số đã cho có 2 cực tiểu và 1 cực đại.

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + \left(\frac{m+2}{m-2}\right)x^2 + 3$ có ba điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow \frac{m+2}{m-2} < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$. Có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2(x^2-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ trong đó $x = 1$ và $x = 2$ là các nghiệm bội chẵn. Do đó hàm số đã cho có

2 cực trị.

Câu 8: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{3x-4}$ trên đoạn $[2;3]$.

Khi đó tổng $M + 2m$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{17}{2}$. C. $\frac{11}{2}$. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến, do đó giá trị lớn nhất trên đoạn bằng $y(3) = \frac{1}{5}$, giá trị nhỏ nhất trên đoạn bằng $y(2) = 0$. Tổng $M + 2m = \frac{1}{5}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-38	$\frac{14}{3}$	-2	$+\infty$

Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-10;10]$ bằng bao nhiêu?

- A. -38 . B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{11}{2}$. D. -2 .

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-10;10]$ là -38 tại $x = -3$.

Câu 10: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{2x-3}$ là

- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = \frac{3}{2}$. D. $y = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{2}$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên được cho dưới đây.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng $x = -3$ và 1 tiệm cận ngang $y = 2$

Câu 12: Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{(x+m)(x+2)}$ có đúng hai đường tiệm cận.

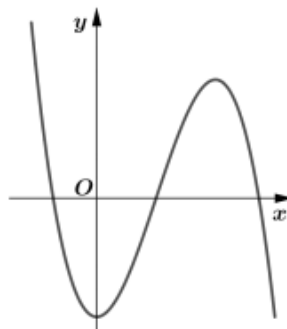
- A.** 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y = 0$. Muốn có đúng hai đường tiệm cận thì $m = -1$ hoặc $m = 2$. Do đó tổng các giá trị của m bằng 1.

Câu 13: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



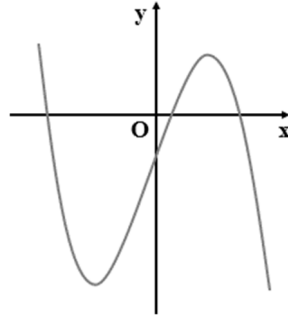
- A.** $y = -x^3 + 4x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - \frac{x^2}{3} + 1$.

Lời giải

Chọn A

Nhận dạng đồ thị đã cho là hàm bậc 3 và có hệ số của x^3 âm.

Câu 14: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x - d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a < 0, d > 0$. **B.** $a < 0, d < 0$. **C.** $a > 0, d < 0$. **D.** $a > 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số $a < 0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $Oy: x = 0$ là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi $x = 0 \Rightarrow y = -d < 0 \Rightarrow d > 0$.

Câu 15: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ và đường thẳng $y = 2x + 1$.

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 16: Cho biểu thức $P = \frac{a(a^{-1} + a^2)}{a^2(a^1 + a^{-2})}$, với $a > 0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $P = 1$. **B.** $P = a^{\frac{1}{2}}$. **C.** $P = a^{-2}$. **D.** $P = a$.

Lời giải

Chọn A

$$P = \frac{a(a^{-1} + a^2)}{a^2(a^1 + a^{-2})} = \frac{a^0 + a^3}{a^3 + a^0} = 1$$

Câu 17: Cho a, b, x và y là các số thực dương, a, b khác 1. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ **B.** $\log_a xy = \log_a x \cdot \log_a y$
C. $\log_a b^m = (\log_a b)^m$ **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Câu 18: Biết $\log_4 5 = a$. Tính $\log_{25} 20$ theo a .

- A.** $\log_{25} 20 = \frac{1+a}{2a}$. **B.** $\log_{25} 20 = \frac{1}{2a}$. **C.** $\log_{25} 20 = \frac{1-a}{2a}$. **D.** $\log_{25} 20 = 4a$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{25} 20 = \frac{\log_4 20}{\log_4 25} = \frac{\log_4 (4.5)}{\log_4 (5^2)} = \frac{1 + \log_4 5}{2 \log_4 5} = \frac{1+a}{2a}.$$

Câu 19: Tìm đạo hàm của hàm số: $y = (x^3 - 3x)^{\frac{1}{2}}$.

- A. $\frac{3(x^2-1)}{2\sqrt{x^3-3x}}$. B. $\frac{x^2-1}{2\sqrt{x^3-3x}}$. C. $\frac{1}{2} \cdot (x^3-3x)^{-\frac{1}{2}}$. D. $\frac{3}{2} \cdot (x^2-1)$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = \frac{3}{2} (x^2 - x) (x^3 - 3x)^{-\frac{1}{2}} = \frac{3(x^2-1)}{2\sqrt{x^3-3x}}$$

Câu 20: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2023} (x - x^2)$.

- A. $D = (0; 1)$. B. $D = (0; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi: $x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

Vậy $D = (0; 1)$.

Câu 21: Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{1}{e^2}\right)^x$. B. $y = \log(x^2 + 2)$. C. $\log_3 x^2$. D. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{-x}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số mũ $y = a^x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $0 < \frac{1}{e^2} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{e^2}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Phương trình $(\sqrt{3})^{2-x} = 81$ có nghiệm là:

- A. $x = -6$. B. $x = 6$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2 - x = \log_{\sqrt{3}}(81) = 8 \Leftrightarrow x = -6$.

Vậy tập nghiệm S của phương trình là $S = \{-6\}$.

Câu 23: Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(x-2) = 1$ là

A. $\frac{8}{3}$.

B. 2.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{-8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\frac{2}{3}}(x-2)=1 \Leftrightarrow x-2=\frac{2}{3} \Rightarrow x=\frac{8}{3}$

Câu 24: Phương trình $16^{x+1} - 10 \cdot 2^{2x+1} + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1 và x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. -1.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. 0.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $16 \cdot 16^x - 20 \cdot 4^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = 1 \\ 4^x = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

Suy ra $x_1 + x_2 = -1$.

Câu 25: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2 \log_3(3x-2) + \log_3(x+2)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 1.

B. $\frac{10}{3}$.

C. 8.

D. $\frac{1+\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x \neq -2 \end{cases}$.

$2 \log_3(3x-2) + \log_3(x+2)^2 = 2 \Leftrightarrow \log_3(3x-2)^2 + \log_3(x+2)^2 = 2$.

$\Leftrightarrow \log_3[(3x-2)(x+2)]^2 = 2 \Leftrightarrow (3x^2 + 4x - 4)^2 = 3^2$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 = 3 \\ 3x^2 + 4x - 4 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 4x - 7 = 0 \quad (1) \\ 3x^2 + 4x - 1 = 0 \quad (2) \end{cases}$.

+) (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{7}{3} \quad (l) \end{cases}$.

+) (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2+\sqrt{7}}{3} \quad (L) \\ x = \frac{-2-\sqrt{7}}{3} \quad (L) \end{cases}$.

Vậy tổng các nghiệm của S là: 1.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 9$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $(-\infty; 1]$. C. $\left(0; \frac{1}{2}\right]$. D. $(0; 2]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq \log_3 9 \Leftrightarrow x \leq 2$ do đó tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 2]$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\ln x + 2}{\ln x - 1} < 0$ là:

- A. $\left(\frac{1}{e^2}; e\right)$. B. $\left(\frac{1}{e}; e^2\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{e}\right) \cup (e^2; +\infty)$. D. $\left(\frac{1}{e^2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Bất phương trình } \frac{\ln x + 2}{\ln x - 1} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -2 < \ln x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{e^2} < x < e \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{e^2} < x < e$$

Câu 28: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

- A. $\{3; 4\}$. B. $\{4; 3\}$. C. $\{3; 3\}$. D. $\{3; 5\}$.

Lời giải

Chọn A

Khối bát diện đều là loại $\{3; 4\}$

Câu 29: Tổng số mặt và số cạnh của hình chóp ngũ giác là

- A. 16. B. 15. C. 12. D. 11.

Lời giải

Chọn A

Hình chóp ngũ giác có 6 mặt và 10 cạnh.

Câu 30: Thể tích V của khối tứ diện có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

- A. $V = \frac{1}{3} Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{3} B^2 h$. D. $V = \frac{1}{3} Bh^2$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích tứ diện được tính bằng: $V = \frac{1}{3} Bh$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $V = a^3 \sqrt{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } V = S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} AB^2 \cdot SA = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$$

Câu 32: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$ và $AA' = 3a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$.

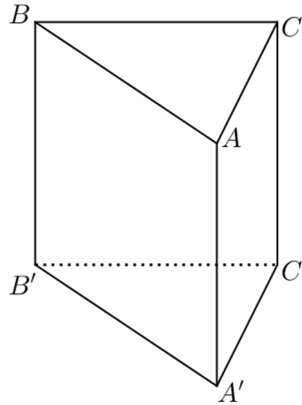
B. $2a^3$.

C. $3a^3$.

D. $\frac{1}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot AA' = \frac{3}{2} a^3.$$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi M là điểm nằm trên cạnh CD . Tính thể tích khối chóp $S.ABM$ theo a .

A. $\frac{a^3}{3}$.

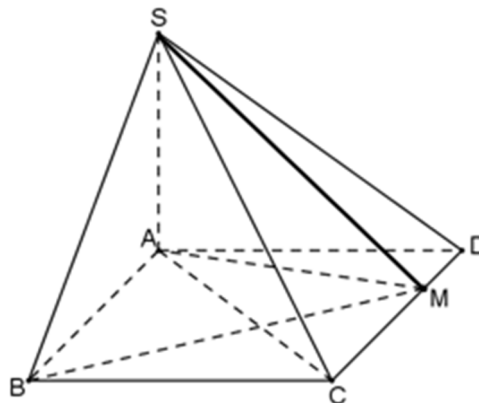
B. $\frac{3a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } V_{S.ABM} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle MAB} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot d(M, AB) = \frac{1}{3} 2a \cdot \frac{1}{2} a \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 34: Thể tích V khối nón có diện tích đáy bằng 4π và chiều cao bằng 3 là

A. $V = 4\pi$.

B. $V = \frac{4}{3}\pi$.

C. $V = 12\pi$.

D. $V = 6\pi$.

- Câu 35:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là $4a$ và chiều cao là $6a$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng
- A. $8\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $6\pi a^3$. D. $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

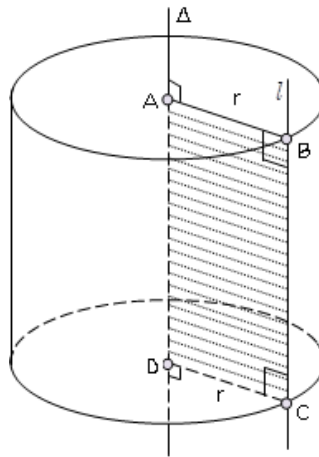
Bán kính đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ là $R = 2a$.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi (2a)^2 \cdot 6a = 8\pi a^3$.

- Câu 36:** Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Bán kính hình trụ được tạo thành bằng độ dài đoạn thẳng nào dưới đây?
- A. AB . B. AC . C. AD . D. BD .

Lời giải

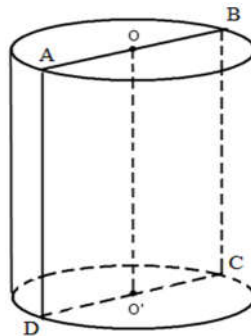
Chọn A



- Câu 37:** Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng
- A. $6\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{3\pi a^2}{2}$. D. $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ thì: $AB = 2r = 2a \Leftrightarrow \begin{cases} h = 2a \\ r = a \end{cases}$.

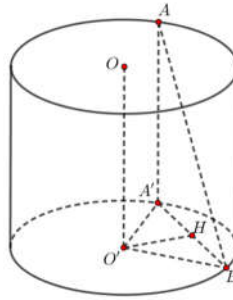
Nên $S_{\text{p}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi a^2 + 4\pi a^2 = 6\pi a^2$.

Câu 38: Cho hình trụ (T) có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A và B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') . Biết $AB = a$ và khoảng cách giữa AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Bán kính đáy của hình trụ (T) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Do hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2r$.

Dựng đường sinh AA' của hình trụ. Gọi H là trung điểm $A'B \Rightarrow O'H \perp A'B$, mà $O'H \perp AA'$ nên $O'H \perp (AA'B) \Rightarrow O'H = d(O'; (AA'B))$.

Ta có $OO' \parallel AA' \Rightarrow OO' \parallel (AA'B) \Rightarrow d(OO'; AB) = d(OO'; (AA'B)) = d(O'; (AA'B)) = O'H$.

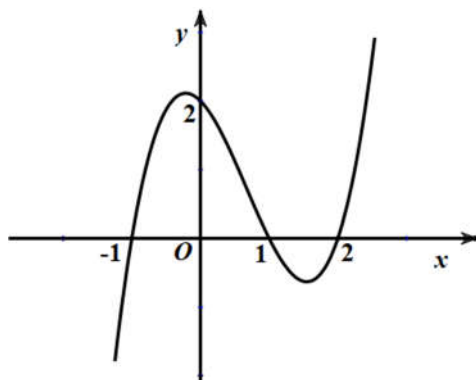
Từ giả thiết suy ra $O'H = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Có $\triangle O'HB$ vuông tại H nên $HB = \sqrt{O'B^2 - O'H^2} = \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{2}} \Rightarrow A'B = 2HB = 2\sqrt{r^2 - \frac{a^2}{2}}$.

Lại có $\triangle AA'B$ vuông tại A' nên $AB^2 = A'A^2 + A'B^2 \Rightarrow a^2 = (2r)^2 + 4\left(r^2 - \frac{a^2}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow a^2 = 4r^2 + 4r^2 - 2a^2 \Leftrightarrow 8r^2 = 3a^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{3a^2}{8}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(|2-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.

B. $(-\infty;0)$.

C. $(1;2)$.

D. $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $[f(|2-x|)]' = -\frac{(2-x)}{|2-x|} f'(|2-x|)$. Suy ra $[f(|2-x|)]' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(|2-x|) = 0 \\ 2-x = 0 \end{cases}$

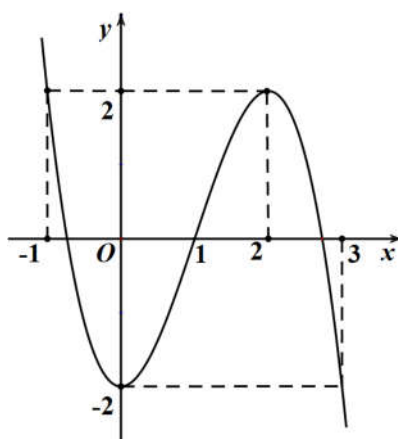
$$\begin{cases} |2-x| = -1(L) \\ |2-x| = 1 \\ |2-x| = 2 \\ 2-x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 4 \\ x = 0 \\ x = 2(L) \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của $f'(|2-x|)$:

x	$-\infty$	0		1	2	3	4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	+	0	-

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(|2-x|)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 40: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có $f(1) = 0$. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình dưới đây



Xét hàm số $g(x) = \left| f\left(1 + \frac{x}{2}\right) + \frac{x^2}{8} \right|$. Đặt M là số điểm cực đại và m là số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)$. Tính giá trị biểu thức $M^2 + m^2$.

- A.** $M^2 + m^2 = 13$. **B.** $M^2 + m^2 = 2$. **C.** $M^2 + m^2 = 5$. **D.** $M^2 + m^2 = 25$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $h(x) = f\left(1 + \frac{x}{2}\right) + \frac{x^2}{8}$, suy ra $h'(x) = \frac{1}{2} \left[f\left(1 + \frac{x}{2}\right) + \frac{x}{2} \right] = 0$.

$$\text{Đặt } 1 + \frac{x}{2} = t \Rightarrow \frac{x}{2} = t - 1. \text{ Khi đó } h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(t) + t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } h(0) = f(1) - 0 = f(1) = 0. \text{ Suy ra } h(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = 0 \\ x = b \end{cases} \quad (a < 0 < b)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số là

x	$-\infty$	a	-4	0	4	b	$+\infty$
h'		+	0	-	0	-	
h	$-\infty$	$h(a) = 0$	$h(-4)$	$h(0) = 0$	$h(4)$	$h(b) = 0$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 3 cực tiểu và 2 cực đại. Do đó $m^2 + M^2 = 13$

Câu 41: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + k^2$, $k \in \mathbb{R}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 4]$. Biết $M + 2m - 20 = 0$. Tổng bình phương các giá trị của k thỏa mãn yêu cầu đề bài bằng bao nhiêu?

- A.** 2. **B.** 8. **C.** 18. **D.** 32.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 9$.

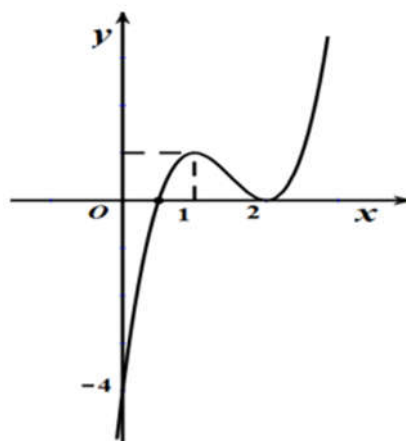
$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow f(-2) = 2 + k^2; f(-1) = -5 + k^2; f(3) = 27 + k^2; f(4) = 20 + k^2.$$

Mà: $-5 + k^2 < 2 + k^2 < 20 + k^2 < 27 + k^2$ nên $M = 27 + k^2, m = -5 + k^2$.

Theo giả thiết: $M + 2m - 20 = 0 \Rightarrow 27 + k^2 + 2(-5 + k^2) - 20 = 0 \Leftrightarrow k = \pm 1$.

Câu 42: Cho hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $b + 2c + 3d = 3$. **B.** $c^2 - d^2 < b^2$. **C.** $bcd = -432$. **D.** $b + d > c$.

Lời giải

Chọn A

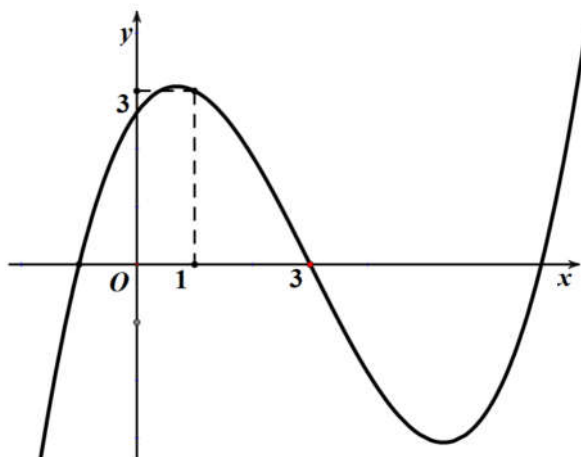
Ta có $y' = 6x^2 + 2bx + c$, $y'' = 12x + 2b$

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra hàm số có hai điểm cực trị là $x = 1$ và $x = 2$, do đó

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y'(2) = 0 \\ y''(1) < 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 + 2b + c = 0 \\ 24 + 4b + c = 0 \\ 12 + 2b < 0 \\ 24 + 2b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 + 2b + c = 0 \\ 24 + 4b + c = 0 \\ -12 < b < -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -9 \\ c = 12 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 4)$ nên $d = -4$. Do đó $b + 2c + 3d = 3$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = mx + m - 3$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;3)$?

A. 2.

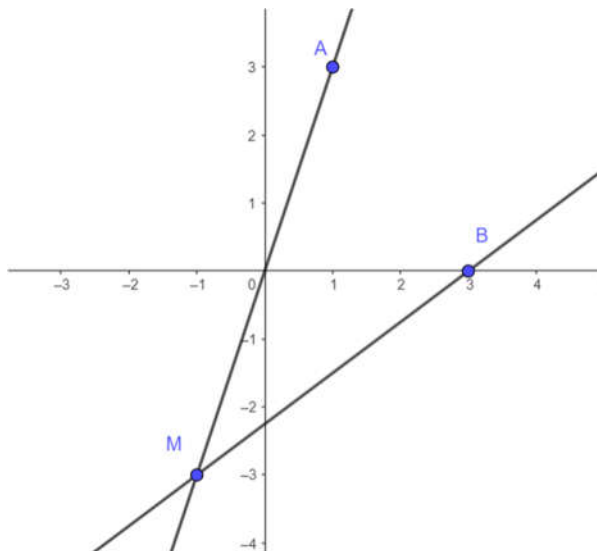
B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn A



Phương trình $f(x) = mx + m - 3$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;3)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = mx + m - 3$ có điểm chung với hoành độ thuộc khoảng $(1;3)$.

Ta có đường thẳng $d : y = mx + m - 3$ luôn qua $M(-1; -3)$ nên yêu cầu bài toán tương đương

d quay trong miền giữa hai đường thẳng $MB : y = \frac{3}{4}x - \frac{9}{4}$, $MA : y = 3x$ với $B(3;0)$, $A(1;3)$ không tính MB, MA .

Vậy $m \in \left(\frac{3}{4}; 3\right)$.

Câu 44: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{30a+24b+21}(25a^2 + 4b^2 + 1) + \log_{20ab+1}(30a + 24b + 21) = 2$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 7.

B. 6.

C. 20.

D. 11.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $a > 0, b > 0$

$$\text{Nên } \begin{cases} 30a + 24b + 21 > 1 \\ 20ab + 1 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_{30a+24b+21}(25a^2 + 4b^2 + 1) > 0 \\ \log_{20ab+1}(30a + 24b + 21) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
P &= \log_{30a+24b+21} (25a^2 + 4b^2 + 1) + \log_{20ab+1} (30a + 24b + 21) \\
&\geq 2\sqrt{\log_{30a+24b+21} (25a^2 + 4b^2 + 1) \cdot \log_{20ab+1} (30a + 24b + 21)} \\
&\Leftrightarrow P \geq 2\sqrt{\log_{20ab+1} (25a^2 + 4b^2 + 1)}
\end{aligned}$$

Mặt khác:

$$25a^2 + 4b^2 + 1 \geq 2\sqrt{100a^2b^2} + 1 = 20ab + 1 \Leftrightarrow P \geq 2\sqrt{\log_{20ab+1} (20ab+1)} = 2$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: } \begin{cases} 25a^2 = 4b^2 \\ 20ab + 1 = 30a + 24b + 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}$$

Do đó $a + b = 7$.

Câu 45: Cho một miếng tôn có diện tích $10000\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. Người ta dùng miếng tôn hình tròn để tạo thành hình nón có diện tích toàn phần đúng bằng diện tích miếng tôn. Khi đó khối nón có thể tích lớn nhất được tạo thành sẽ có bán kính hình tròn đáy bằng bao nhiêu?

- A.** $50(\text{cm})$. **B.** $50\sqrt{2}(\text{cm})$. **C.** $20(\text{cm})$. **D.** $25(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích miếng tôn là $S = \pi \cdot 10000 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích toàn phần của hình nón là: $S_{\text{tp}} = \pi R^2 + \pi Rl$.

Thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có: $\pi R^2 + \pi Rl = 10000\pi \Leftrightarrow R^2 + Rl = 10000 = A \Leftrightarrow l = \frac{A}{R} - R$.

Thể tích khối nón là:

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot \sqrt{l^2 - R^2} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{A}{R} - R\right)^2 - R^2} \\
&\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot \sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \pi \cdot \sqrt{A^2 \cdot R^2 - 2A \cdot R^4} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \pi \cdot \sqrt{\frac{A^3}{8} - 2A \left(R^2 - \frac{A}{4}\right)^2} \\
&\Leftrightarrow V \leq \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{A}{2} \sqrt{\frac{A}{2}}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } R = \sqrt{\frac{A}{4}} = \sqrt{\frac{10000}{4}} = 50, \text{ vậy } V \text{ đạt GTLN khi } R = 50.
\end{aligned}$$

.

Câu 46: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2023^{4x^2 - y + 7x + 10} - \frac{(2x+1)^2}{y-3x-9} = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = y - 11x$.

- A.** 9. **B.** 3. **C.** 11. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Do $x > 0 \Rightarrow 2x + 1 > 1 > 0$.

$$2023^{4x^2 - y + 7x + 10} - \frac{(2x+1)^2}{y-3x-9} = 0 \Leftrightarrow \frac{2023^{(2x+1)^2}}{(2x+1)^2} = \frac{2023^{y-3x-9}}{y-3x-9}.$$

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{2023^t}{t} (t > 1) \Rightarrow f'(t) = \frac{t \cdot 2023^t \cdot \ln 2023 - 2023^t}{t^2} = \frac{2023^t (t \ln 2023 - 1)}{t^2} > 0, \forall t > 1$$

$$\begin{cases} f'(t) > 0 \\ f\left[(2x+1)^2\right] = f(y-3x-9) \Rightarrow (2x+1)^2 = y-3x-9 \Leftrightarrow y-11x = 4x^2 - 4x + 10 = (2x-1)^2 + 9 \end{cases}$$

$$M = y - 11x = (2x-1)^2 + 9 \geq 9.$$

Giá trị nhỏ nhất của $M = y - 11x$ là 9.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2023; 2023]$ để phương trình

$$4^x + 1 = 2m + \log_2(4(2x+1) + 8m) \text{ có nghiệm?}$$

A. 2024.

B. 2023.

C. 2021.

D. 2020.

Lời giải

Chọn A

$$4^x + 1 = 2m + \log_2(4(2x+1) + 8m)$$

$$\Leftrightarrow 4^x + 2x = (2x+1+2m) + 2\log_4(2x+1+2m) \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 4^x + 2x = 4^{\log_4(2x+1+2m)} + 2\log_4(2x+1+2m) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 4^t + 2t$, ta có

Nên $f(t)$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$, khi đó:

$$(1) \Leftrightarrow 4^x = 2x+1+2m \Leftrightarrow 2m = 4^x - 2x - 1 (*)$$

Để $4^x + 1 = 2m + \log_2(4(2x+1) + 8m)$ có nghiệm $\Leftrightarrow 2m = 4^x - 2x - 1$ có nghiệm.

Xét hàm số $g(t) = 4^t - 2t - 1 \Rightarrow g'(t) = 4^t \ln 4 - 2$. Ta có $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \log_4 \frac{2}{\ln 4} = t_0$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	t_0	$+\infty$
$g'(t)$		0	
$g(t)$	$+\infty$	$g(t_0)$	$+\infty$

Để $2m = 4^x - 2x - 1 \Leftrightarrow 2m \geq g(t_0)$. Mà m là số nguyên và $m \in [-2023; 2023]$ nên $m \in \{0; 1; 2; \dots; 2023\}$.

Câu 48: Biết bất phương trình $\log_2(3^x - 3) \log_8\left(3^x 2^{-2} - \frac{3}{4}\right) \leq 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị biểu thức $a+b$ bằng

A. $\log_3 \frac{77}{2}.$

B. $1 + \log_3 77.$

C. $-2 + \log_2 \frac{77}{2}.$

D. $-1 + \log_2 77.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3^x - 3 > 0 \\ 3^{x-2} - \frac{3}{4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\log_2 (3^x - 3) \log_8 \left(3^{x-2} - \frac{3}{4} \right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3^x - 3) \cdot \frac{1}{3} [\log_2 (3^x - 3) - 2] - 1 \leq 0$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 (3^x - 3)$$

Ta có

$$\frac{1}{3} t(t-2) - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} t^2 - \frac{2}{3} t - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq t \leq 3$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq \log_2 (3^x - 3) \leq 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2} \leq 3^x \leq 11$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{7}{2} \leq x \leq \log_3 11$$

$$\text{Suy ra tập nghiệm là } S = \left[\log_3 \frac{7}{2}; \log_3 11 \right] \Rightarrow a + b = \log_3 \frac{77}{2}.$$

Câu 49: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi N, P là các điểm lần lượt thuộc các cạnh BC và CD sao cho $BN = 3NC$ và $DP = 3PC$. Mặt phẳng $(A'NP)$ chia khối lập phương thành 2 phần có thể tích là V_1 và V_2 , trong đó $V_1 < V_2$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{289}{383}.$

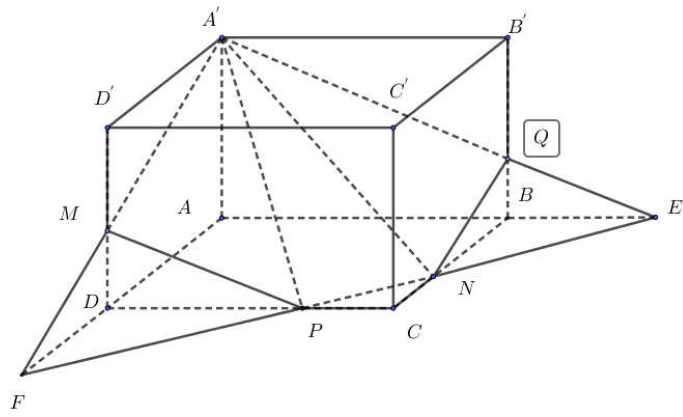
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{289}{472}.$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{47}.$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{49}.$

Lời giải

Chọn A



Thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cắt bởi mặt phẳng $(A'NP)$ là ngũ giác $A'MPNB$

Ta có
$$\begin{cases} \frac{PC}{PD} = \frac{CN}{DF} \Rightarrow DF = \frac{3}{4}AD \Rightarrow AF = \frac{7}{4}AD \\ BN = 3NC \end{cases}$$

Tương tự
$$\begin{cases} \frac{NC}{NB} = \frac{PC}{BE} \Rightarrow BE = \frac{3}{4}BC \Rightarrow AE = \frac{7}{4}BC \\ BN = 3NC \end{cases}$$

Ta lại có $\frac{FD}{FA} = \frac{DM}{AA'} = \frac{3}{7} \Rightarrow DM = \frac{3}{7}AA'$, tương tự $BQ = \frac{3}{7}AA'$

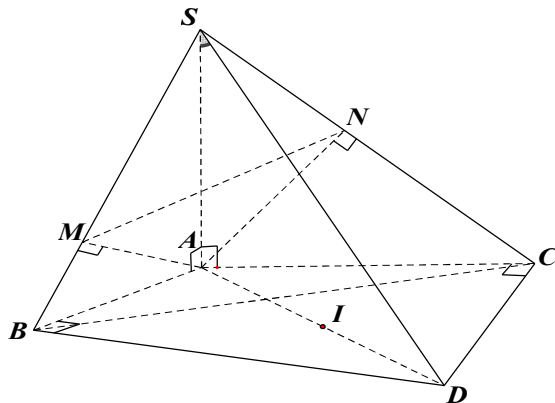
$$V_1 = V_{A'.AEF} - V_{M.DPF} - V_{Q.PNE} = V_{A'.AEF} - 2.V_{M.DPF} = \frac{1}{6}AA'.AF.AE - \frac{1}{6}DM.DF.DP - \frac{1}{6}BQ.BN.BE$$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 135^\circ$. Gọi M , N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC , góc giữa (AMN) và (ABC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

- A.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{30}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{21}}{9}$.

Lời giải

Chọn A



+) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, D là điểm đối xứng với A qua I (hình vẽ).

Khi đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABDC$

$$\Rightarrow \begin{cases} AD = 2R \\ \widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ \end{cases} \quad (R \text{ là bán kính đường tròn ngoại tiếp } \triangle ABC).$$

$$+) \text{ Ta có: } \begin{cases} DB \perp AB \\ DB \perp SA \end{cases} \quad (\text{vì } SA \perp (ABC))$$

$$\Rightarrow BD \perp (SAB) \Rightarrow AM \perp BD. \text{ Từ giả thiết suy ra } AM \perp (SBD) \Rightarrow SD \perp AM \quad (1)$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} DC \perp AC \\ DC \perp SA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow DC \perp AN.$$

$$\text{Từ giả thiết suy ra } AN \perp (SCD) \Rightarrow SD \perp AN \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) suy ra } SD \perp (AMN).$$

$$+) \text{ Ta có } \begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SD \perp (AMN) \end{cases} \Rightarrow ((AMN), (ABC)) = (SD, SA) = \widehat{ASD} \Rightarrow \widehat{ASD} = 30^\circ$$

$$+) \text{ Xét } \triangle ABC \text{ có: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = a^2 + 2a^2 - 2a^2 \sqrt{2} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) = 5a^2$$

$$\Rightarrow BC = a\sqrt{5}.$$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow 2R = \frac{a\sqrt{5}}{\sin 135^\circ} = a\sqrt{10} \Rightarrow AD = a\sqrt{10}$$

$$+) \text{ Xét tam giác vuông } SAD \text{ có } \tan 30^\circ = \frac{AD}{SA} \Rightarrow SA = \frac{AD}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{30}.$$

$$+) \text{ Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{2} \cdot \sin 135^\circ = \frac{a^2}{2} \text{ (đvdt)}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{30} = \frac{a^3 \sqrt{30}}{6} \text{ (đvtt)}.$$