|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT****THÀNH PHỐ BẮC GIANG****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN** **LỚP 8****NĂM HỌC : 2022-2023****Thời gian làm bài : 150 phút** |

**Bài 1. (4,0 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức với 
2. Cho các số thực thỏa mãn và Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 2. (3,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các số tự nhiên thỏa mãn 
2. Giải phương trình 

**Bài 3. (6,0 điểm)**

1. Đa thức khi chia cho dư 4, khi chia cho dư Tìm đa thức dư khi chia cho 
2. Tìm tất cả các số tự nhiên để là số nguyên tố
3. Tìm tất cả các số nguyên dương để là số chính phương.

**Bài 4. (6,0 điểm)**

1. Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng biết hai đường chéo cắt nhau tại O. Lấy điểm thuộc cạnh điểm M thuộc cạnh sao cho (I và M không trùng với các đỉnh của hình vuông). Gọi là giao điểm của . K là giao điểm của 
2. Chứng minh và tính diện tích tứ giác theo *a*
3. Chứng minh 
4. Cho , các đường trung tuyến cắt nhau tại G. Gọi là điểm trên cạnh .Đường thẳng qua K và song song CN cắt lần lượt tại Đường thẳng qua K và song song cắt AC, CN lần lượt tại Gọi I là giao điểm của . Chứng minh rằng là trung điểm của 

**Bài 5. (1,0 điểm)** Cho là hai số thực thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (4,0 điểm)**

1. **Rút gọn biểu thức với **



1. **Cho các số thực thỏa mãn và Tính giá trị của biểu thức **

Ta có : 



**Bài 2. (3,0 điểm)**

1. **Tìm tất cả các số tự nhiên thỏa mãn **

Ta có :



Vì nên . Khi đó . Do đó



1. **Giải phương trình **

****

Vậy phương trình có tập nghiệm 

**Bài 3. (6,0 điểm)**

1. **Đa thức khi chia cho dư 4, khi chia cho dư Tìm đa thức dư khi chia cho **

Ta có chia cho đa thức có bậc là 3

chia cho đa thức có thương là và đa thức dư là 



Từ (1) và (2) suy ra 

1. **Tìm tất cả các số tự nhiên để là số nguyên tố**

Ta có 



Để biểu thức là số nguyên tố thì 

Vậy 

1. **Tìm tất cả các số nguyên dương để là số chính phương.**

Để là số chính phương thì :



Đặt 

Khi đó là hai số nguyên tố cùng nhau

Suy ra và đều là số chính phương



Mà không chia hết cho 2 nên lẻ , do đó 





Vậy thì là số chính phương.

**Bài 4. (6,0 điểm)**

1. **Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng biết hai đường chéo cắt nhau tại O. Lấy điểm thuộc cạnh điểm M thuộc cạnh sao cho (I và M không trùng với các đỉnh của hình vuông). Gọi là giao điểm của . K là giao điểm của **

****

1. **Chứng minh và tính diện tích tứ giác theo *a***

Xét và có :

(tính chất hình vuông);(cùng phụ 

Mặt khác , mà vì 

, mà 

1. **Chứng minh **

Ta có : mà 

(đồng vị) (1)

có : vuông cân tại O



Từ (1), (2). Ta có 



1. **Cho , các đường trung tuyến cắt nhau tại G. Gọi là điểm trên cạnh .Đường thẳng qua K và song song CN cắt lần lượt tại Đường thẳng qua K và song song cắt AC, CN lần lượt tại Gọi I là giao điểm của . Chứng minh rằng là trung điểm của **

****

Ta có : (định lý Ta-let)

Ta lại có 

Gọi P là giao điểm của . Ta có 

Do đó tứ giác là hình bình hành

Suy ra là trung điểm của ta có (hệ quả Talet ) (1)

Ta có (hệ quả Talet) (2)

Từ (1), (2) mà là trung điểm của 

**Bài 5. (1,0 điểm) Cho là hai số thực thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức **

\*Ta có :



\*Ta có : 



Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

Vậy 