|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **BÌNH ĐỊNH**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CÁP TỈNH**  **LỚP 9 THCS KHÓA NGÀY 18 – 03 – 2019**  **Môn thi: TOÁN**  **Thời gian: 150 phút** |

**Bài 1. (5,0 điểm)**

1. Tính giá trị biểu thức biết rằng:



1. Cho hai số thực khác 0 thỏa mãn 

Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm

**Bài 2. (5,0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình: 
2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình:



**Bài 3. (3,0 điểm )**

1. Trong mặt phẳng cho 8073 điểm mà diện tích của mọi tam giác với các đỉnh là các điểm đã cho không lớn hơn 1. Chứng minh rằng trong số các điểm đã cho có thể tìm được 2019 điểm nằm trong hoặc nằm trên cạnh của một tam giác có diện tích không lớn hơn 1.
2. Cho là các số thực không âm thỏa mãn Chứng minh rằng:

**Bài 4. (7,0 điểm)**

1. Cho tam giác vuông cân tại A. Gọi là trung điểm của cạnh BC. Lấy điểm bất kỳ trên đoạn (M không trùng với A). Gọi theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của trên các cạnh và H là hình chiếu vuông góc của lên đường thẳng 
2. Chứng minh rằng 
3. Đường thẳng qua song song với cắt đường trung trực của tại I. Chứng minh ba điểm thẳng hàng.
4. Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn đường cao Gọi M là giao điểm của và BC. Chứng minh rằng . Dấu bằng xảy ra khi nào?

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1.Đặt , khi đó:



Đặt , khi đó:

Từ (1) và (2) suy ra 

2.Ta có: 

Ta có: 

Phương trình (1) là PT bậc hai có 

Phương trình là phương trình bạc hai có 

Do đó 

Suy ra trong và có ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng 0

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm

**Câu 2.**

****Điều kiện 

PT 

PT (3) là phương trình bậc hai ẩn có 

Do đó có hai nghiệm 

Thay vào phương trình (2) ta có:



Vậy hệ phương trình có nghiệm 

2.

Đặt khi đó PT (1) trở thành: 

Phương trình (2) có 

Phương trình (1) có nghiệm nguyên nên phương trình (2) có nghiệm nguyên

là số chính phương

Đặt 

Vì +là số chẵn và có tích cũng là số chẵn nên và là số chẵn



Vậy phương trình (2) có 2 nghiệm : 

Ta có 

Vậy nghiệm nguyên của phương trình 

**Câu 3.**

1.Gọi là hai điểm xa nhau nhất trong các điểm thuộc tập hợp 8073 điểm đã cho. Giả sử là điểm cách xa đoạn thẳng nhất. Khi đó:

Tam giác là tam giác lớn nhất và có diện tích không lớn hơn 1,

Vẽ các đường thẳng đi qua các điểm lần lượt song song với các cạnh của

Ta được 4 tam giác nhỏ bằng nhau và một tam giác lớn chứa cả 4 tam giác nhỏ

Tam giác lớn có diện tích không quá 4 đơn vị. Do đó, tam giác lớn chứa tất cả điểm đã cho.

Ta có chia 4 được 2018 và dư là 1 nên theo nguyên lý Dirichle suy ra có ít nhất 1 trong 4 tam giác chứa 2019 trong 8073 điểm đã cho

2. Đặt suy ra:





Không mất tính tổng quát , ta giả sử ta có:



Do đó 



Do đó Dấu xảy ra 

**Câu 4.**





1. Ta có tại D(vì vuông cân tại A)

nên  là tứ giác nội tiếp (1)

nên là tứ giác nội tiếp (2)

Từ (1) và (2) suy ra cùng thuộc một đường tròn



Ta có nên là tứ giác nội tiếp

Suy ra mà (vì là trung trực của BC)

Ta có mà 

Suy ra 

Do đó thẳng hàng nên 

1. Ta có: vì 

Tam giác vuông tại D có là trung trực nên là phân giác của 

Do đó  cùng thuộc một đường tròn (3)

Ta có : nên cùng thuộc một đường tròn (4)

Từ (3) và (4) suy ra cùng thuộc một đường tròn

(vì lại có 

Do đó thẳng hàng





Kẻ là đường kính của đường tròn (O)

Xét 2 tam giác vuông và có : (vì nội tiếp cùng chắn  nên 

Tương tự 

Do đó : 

Ta có: 

Tương tự: 

Do đó

Ta có: 

Dấu xảy ra cân tại A